BIBLIOTECA PROFESORULUI DE FIZICĂ

GABRIELA CONE GHEORGHE STANCIU

PROBLEME DE FIZICĂ PENTRU LICEU

FENOMENE ELECTRICE ȘI OPTICE. ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ. FIZICA NUCLEULUI

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
1988

PROBLEMS OF PHYSICS FOR HIGH SCHOOLS

ELECTRIC AND OPTIC PHENOMENA.
ELEMENTS OF QUANTUM PHYSICS.
NUCLEUS PHYSICS

ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ.
ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ. ФИЗИКА ЯДРА

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
R 79 717, Bucureşti, Calea Victoriei nr. 125

PREFAŢĂ

Prezentul volum completează prin cele 620 probleme de fenomene electrice şi optice, elemente de fizică cuantică şi fizica nucleului volumul apărut în seria „Biblioteca profesorului de fizică" cu probleme de mecanică, termodinamică şi fizică moleculară, fiind astfel acoperită practic întreaga programă analitică de fizică din liceu.

Lucrarea pune la dispoziţia profesorilor de liceu, a elevilor şi viitorilor candidaţi la concursurile de admitere în învăţământul superior un material necesar în înţelegerea şi aprofundarea legilor fenomenelor electrice şi optice, cuantice şi nucleare, la nivelul manualelor de liceu.

Problemele sînt rezolvate, unele din acestea prezentînd o rezolvare mai elegantă dacă se folosesc cunoştinţele de matematică dobîndite de elevi în ultimele clase (calcul diferenţial şi integral).

Sperăm ca această culegere să ajute pe aceia cărora li se adresează prin dezvoltarea deprinderii de a rezolva probleme de fizică.

Autorii mulţumesc Secţiei de Ştiinţe Fizice a Academiei Republicii Socialiste România pentru sprijinul acordat ca lucrarea să apară în condiţii cît mai bune.

AUTORII

TABLA DE MATERII

	Enunţuri Pag.	Rezolvări Pag.
1. FENOMENE ELECTRICE		
Electrostatică	10	88
Electrocinetică	19	113
Cîmpul magnetic al curentului electric. Inducţia electromagnetică	41	154
Mişcarea particulelor încărcate electric în cîmpuri electrice şi magnetice	58	180
Curent alternativ	63	186
Elemente neliniare de circuit	75	207
Oscilaţii şi unde electromagnetice	85	219
2. FENOMENE OPTICE		
Fotometrie	226	252
Optică ondulatorie	228	256
Optică geometrică	237	268
Teoria relativităţii restrînse	249	295
3. ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ		
Efectul fotoelectric	304	310
Efectul Compton	305	313
Serii spectrale. Atomul Bohr	307	316
Natura ondulatorie a particulelor	308	320
4. FIZICA NUCLEULUI	326	332
Bibliografie	343	

Capitolul 1

FENOMENE ELECTRICE

ENUNȚURI

Electrostatică

1.1. Distanța dintre două sarcini punctiforme $q_1 = 10^{-6}$ C și $q_2 = -q_1$ este egală cu 10 cm. Să se determine forța F care acționează asupra unei sarcini punctiforme $q = 10^{-7}$ C aflată la $r_1 = 6$ cm față de prima sarcină și la $r_2 = 8$ cm față de cea de-a doua.

1.2. Două bile, avînd fiecare masa $m = 0{,}1$ kg, sînt suspendate cu fire de aceeași lungime $l = 20$ cm în același punct. Bilele se încarcă electric cu aceeași sarcină astfel încît firele fac între ele un unghi $\alpha = 60°$. Să se calculeze sarcina fiecărei bile.

1.3. Două bile încărcate electric identic sînt legate într-un punct prin fire de aceeași lungime. În vid firele ce susțin bilele fac între ele unghiul α. Dacă se introduc în ulei cu densitatea $\rho_0 = 8 \cdot 10^2$ kg/m^3 unghiul dintre fire rămîne neschimbat. Să se determine permitivitatea dielectrică ε a uleiului cunoscînd densitatea materialului din care sînt confecționate bilele, $\rho = 1{,}6 \cdot 10^3$ kg/m^3.

1.4. Două sfere mici identice avînd aceeași masă $m = 10$ g și fiind încărcate electric cu aceeași sarcină $q = 5 \cdot 10^{-7}$ C sînt legate prin fire izolate de lungime $l = 10$ cm și $2l$ (fig. 1.4). Sistemul este ținut de mijlocul firului mai lung și apoi acest punct O începe să urce cu o accelerație $\vec{a}$ egală în modul cu accelerația gravitațională g.

Să se calculeze tensiunea din firul mai scurt în timpul urcării sistemului.

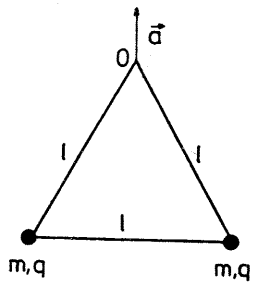


Fig. 1.4

1.5. O bilă metalică de masă m și sarcină e este suspendată de un fir de lungime l și plasată între plăcile unui condensator (fig. 1.5). Diferența de potențial între plăci este U, iar distanța dintre ele d. Să se determine perioada de oscilație a bilei, dacă oscilația are loc într-un plan vertical perpendicular pe plăci.

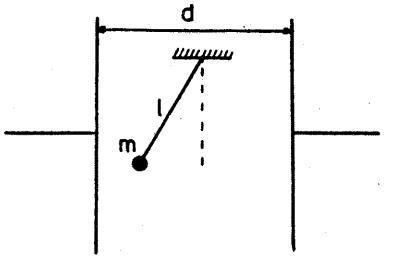


Fig. 1.5

1.6. Un conductor liniar subțire cu lungimea $l = 30$ cm este încărcat electric uniform cu o densitate de sarcină $\tau = 10^{-6}$ C/m. La distanța $r_0 = 20$ cm de conductor se află o sarcină $Q_1 = 10^{-9}$ e la egală depărtare de capetele conductorului. Să se determine forța F cu care acționează conductorul asupra sarcinii punctiforme.

1.7. Un inel cu raza R, confecționat dintr-o sîrmă subțire este încărcat electric cu sarcina q. În centrul inelului se află o sarcină $Q (Q \gg q)$ de același semn cu q. Să se determine tensiunea care apare în inel.

1.8. O bilă încărcată pozitiv este introdusă într-o sferă conductoare neîncărcată, goală. Să se indice:

a) Unde apare cîmp electric? b) Care este sarcina pe sferă și modul în care este repartizată? c) Cum se schimbă cîmpul electric în cazul cînd bila se mișcă în interiorul sferei? d) Cum se schimbă cîmpul electric dacă în exteriorul sferei se află un corp încărcat electric?

1.9. O sferă de rază R, realizată dintr-un material neconductor, este încărcată uniform cu o densitate de sarcină electrică ρ. a) Să se determine intensitatea cîmpului electric în următoarele cazuri: 1° $r < R$ de centrul sferei; 2° $r > R$. b) Să se reprezinte grafic intensitatea E a cîmpului electric în funcție de r.

1.10. Două sfere concentrice de metal au razele R_1 și $R_2 (R_1 < R_2)$. Pe sfera interioară se află sarcina q, iar pe cea exterioară sarcina Q. Să se determine intensitatea cîmpului electric și potențialul în următoarele cazuri: a) în interiorul sferei mici; b) între cele două sfere; c) în exteriorul sferei mari; d) să se reprezinte grafic $E(r)$ și $V(r)$.

1.11. Două plăci paralele infinite sînt încărcate electric astfel: una cu densitatea superficială $\sigma_1 = 0{,}4 \cdot 10^{-6}$ C/m^2 și cealaltă cu densitatea superficială $\sigma_2 = 0{,}1 \cdot 10^{-6}$ C/m^2 (fig. 1.11). Să se determine intensitatea cîmpului electric E în regiunile A, B și C

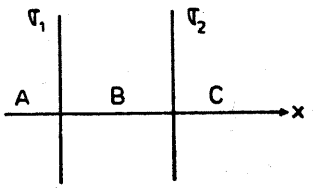


Fig. 1.11

1.12. O sferă încărcată electric uniform cu sarcina q este introdusă într-un dielectric cu constanta dielectrică ε_r. Să se determine sarcina electrică de polarizare la granița dielectricului cu sfera.

1.13. Într-un cîmp electric omogen, caracterizat prin vectorul intensitate cîmp electric orientat vertical în sus și de modul $E=10^4$ V/m se află o sferă A încărcată electric atîrnată de un fir subțire izolator (fig. 1.13) de lungime $l=1$ m. Sarcina sferei A este $q=10^{-6}$ C, iar masa sa $m=10$ g. Sferei i se imprimă o viteză inițială $\vec{v}_0 (v_0=1$ m/s) după o direcție perpendiculară pe $\vec{E}$.

Să se calculeze tensiunea din fir în momentul în care sfera se află la distanța maximă de poziția sa inițială.

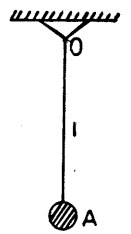


Fig. 1.13

1.14. Distanța între două sfere metalice este mare în comparație cu razele lor. Sferele au razele R_1 și R_2 și sînt încărcate electric la potențialele V_1 și respectiv V_2. Să se determine potențialul sferelor după ce ele sînt puse în contact.

1.15. Sarcinile q_1 și $-q_2$ se află la distanța l una față de alta. Să se determine intensitatea și potențialul cîmpului electric creat într-un punct aflat la distanța r de sarcina q_1 pe dreapta perpendiculară pe linia ce unește q_1 și q_2.

1.16. Două bile metalice și identice de rază $r=2{,}5$ cm se află la distanța $a=1$ m una de alta și sînt încărcate una la un potențial $V_1=1\,200$ V și alta la un potențial $V_2=-200$ V. Să se calculeze sarcinile q_1 și q_2 de pe cele două bile.

1.17. Se consideră un mic conductor sferic cu centrul în O și de rază $r=1$ mm legat la pămînt. Apropiem de conductor o altă sferă conductoare cu centrul în C, în așa fel încît $OC=d=2$ cm. Influența conductorului cu centrul în O asupra sferei cu centrul în C se neglijează. Sfera cu centrul în C este încărcată cu sarcina $Q=10^{-9}$ C.

Să se calculeze sarcina q cu care se încarcă sfera cu centrul în 0.

1.18. Două discuri metalice verticale și paralele A și B sînt așezate în aer la distanța $l=10$ cm. Discul A este legat la pămînt, iar discul B este legat la tensiunea de 3 000 V. Între cele două armături se găsește un pendul format dintr-o sferă cu raza $r=2$ mm legată de un fir al cărui punct de suspensie se află la distanță egală de cele două discuri. Sfera este încărcată cu sarcina Q.

a) Discul B este îndepărtat la o distanță foarte mare și sfera capătă o poziție de echilibru la distanța $x=4$ cm de discul A. Să se arate că din punct de vedere electric discul A, al cărui potențial V este nul, și sfera cu sarcina Q sînt echivalente cu două sarcini $+Q$ și $-Q$ simetrice în raport cu A. Să se calculeze forța electrostatică ce acționează asupra sferei dacă $Q=6{,}6\cdot10^{-10}$ C.

b) Discul B este readus la distanța de 10 cm de A, iar sfera, aflată în contact cu A, capătă poziția de echilibru definită de $x=6$ cm de A.

Să se calculeze potențialul creat pe suprafața sferei de cîmpul electric ce apare între cele două discuri.

Dacă Q' este noua sarcină a sferei să se calculeze potențialul electric al sferei și să se determine Q' și noua valoare a forței electrostatice care acționează asupra sferei.

1.19. O sarcină pozitivă Q este distribuită uniform pe un inel, confecționat din sîrmă subțire, de rază R.

a) Să se determine intensitatea cîmpului electric într-un punct de pe axa inelului situat la distanța r de centrul său.

b) Să se determine punctele de pe axa inelului în care intensitatea cîmpului electric este maximă. Să se determine intensitatea cîmpului electric în aceste puncte.

1.20. Două sfere metalice concentrice cu razele R_1 și R_2 $(R_1>R_2)$ au sarcinile electrice $+q$ și respectiv $-q$. Să se determine diferența de potențial dintre sfere și capacitatea condensatorului astfel format.

1.21. Un condensator plan este umplut cu un dielectric a cărui permitivitate depinde de tensiunea electrică dintre plăcile condensatorului după legea $\varepsilon_r=\alpha U$ unde $\alpha=0{,}1$ V^{-1}. În paralel cu acest condensator se pune un condensator similar cu vid, încărcat la o diferență de potențial $U_0=60$ V. Care va fi tensiunea pe condensatoare?

1.22. Spațiul dintre armăturile unui condensator plan este umplut cu un dielectric ca în figurile 1.22 a și b. Aria fiecărei plăci este A și permitivitatea dielectricului este ε_r. Să se găsească capacitatea condensatorului în fiecare caz.

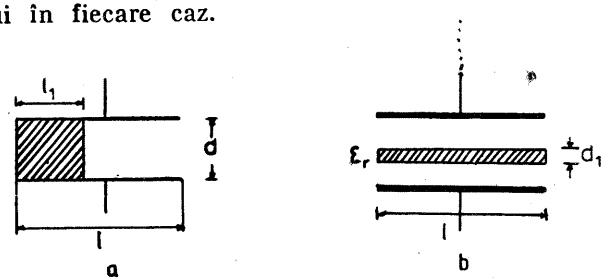


Fig. 1.22

1.23. Armăturile unui condensator plan au suprafața S și sînt așezate în aer la distanța d. Să se arate cum se modifică capacitatea condensatorului dacă se introduce între armături o lamă metalică para-

lelă cu acestea de grosime h. Cum depinde capacitatea de poziția lamei în spațiul dintre armături?

1.24. Dispunem de trei condensatoare, $C_1=2$ pF și $C_2>C_3$. Cînd condensatoarele sînt legate în paralel capacitatea echivalentă este egală cu $C=11$ pF, iar cînd sînt legate în serie capacitatea echivalentă este egală cu $C'=1$ pF.

Să se calculeze valorile lui C_2 și C_3.

1.25. Un condensator plan cu aer avînd capacitatea $C=10\ \mu$F se încarcă la tensiunea $U=20$ kV. O dată încărcat condensatorul se deconectează de la sursă și se introduce în el o lamă de sticlă ($\varepsilon_r=5$) cu grosimea egală cu $\frac{d}{4}$, unde d este distanța dintre armături. Se constată că tensiunea la bornele condensatorului a devenit U_1. În continuare se scoate lama de sticlă și se umple un sfert din volumul dintre armături cu o altă lamă de sticlă de grosime d. În acest caz tensiunea la borne devine U_2.

a) Să se calculeze valorile U_1 și U_2;

b) Să se arate în care caz va fi mai mare capacitatea condensatorului.

1.26. Trei condensatoare C_1, C_2, C_3 sînt legate ca în figura 1.26 la o sursă de tensiune U. Să se determine sarcina pe fiecare condensator.

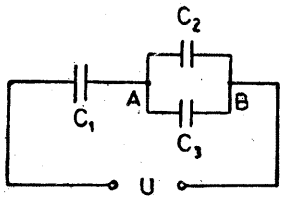


Fig. 1.26

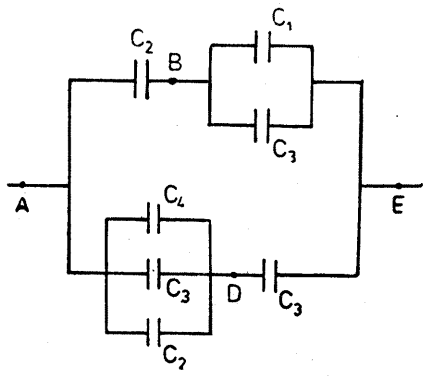


Fig. 1.27

1.27. În circuitul din figura 1.27 sarcina de pe condensatorul C_4 este $Q_4=120\ \mu$C. Să se calculeze diferența de potențial dintre punctele A și B. Se cunosc: $C_1=2\ \mu$F, $C_2=3\ \mu$F, $C_3=4\ \mu$F și $C_4=5\ \mu$F.

1.28. Un condensator plan cu aria armăturilor $S=6{,}2\cdot10^{-3}$ m^2 are ca dielectric mică cu permitivitatea dielectrică $\varepsilon_r=6$. Distanța dintre plăci este 2 mm, iar sarcina de pe o placă este $Q=4\cdot10^{-8}$ C. Să se determine: a) diferența de potențial dintre plăci; b) forța de atracție a plăcilor.

1.29. Să se determine tensiunile U_1 și U_2 pe condensatorii $C_1=3\ \mu$F și $C_2=7\ \mu$F (fig. 1.29), dacă tensiunile electromotoare ale surselor de tensiune din circuit sînt $E_1=12$ kV și $E_2=13$ kV.

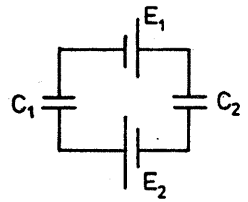


Fig. 1.29

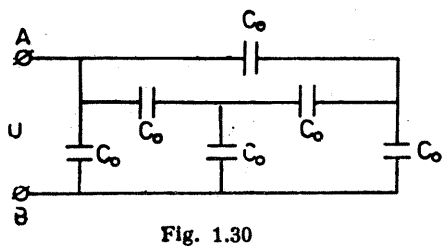


Fig. 1.30

1.30. Să se determine capacitatea C a bateriei din figura 1.30 formată din condensatoare identice.

1.31. Patru condensatoare cu capacitățile C_1, C_2, C_3 și C_4 au armăturile conectate ca în figura 1.31. Într-o primă experiență se conectează armătura E la o sursă de potențial V, iar armăturile F și G la un potențial zero. În următoarea experiență se deconectează E de la sursă și F și G de la pământ. În a treia experiență se unesc E și F printr-un fir metalic izolat.

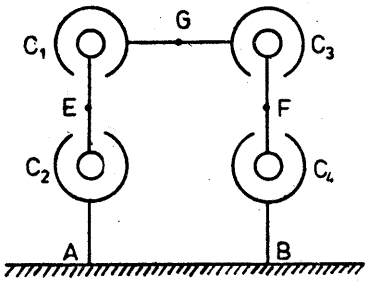


Fig. 1.31

Să se găsească relația ce trebuie să existe între capacitățile C_1, C_2, C_3 și C_4 pentru ca un electrometru legat între G și pământ să indice tot timpul zero.

1.32. O sferă de rază R așezată în vid este încărcată electric cu o sarcină electrică avînd densitatea superficială σ. Să se calculeze: a) sarcina electrică a sferei; b) potențialul electric; c) capacitatea electrică; d) energia sa electrostatică.

1.33. Un condensator variabil are capacitatea cuprinsă între valorile de 100 pF și 10 pF. În poziția de capacitate maximă condensatorul este încărcat la diferența de potențial de 300 V și după deconectarea bateriei butonul de reglaj este trecut pe poziția de capacitate minimă. Să se calculeze:

a) valoarea finală a diferenței de potențial dintre armături;

b) lucrul mecanic efectuat la rotirea butonului.

1.34. Un condensator cu capacitatea $C_1 = 0{,}1\,\mu F$ este legat la o diferență de potențial $U = 1\,000$ V.

a) Să se calculeze energia sa electrostatică.

b) Izolăm condensatorul de sursă și-l legăm la un alt condensator de capacitate $C_2 = 0{,}01\,\mu F$ (fig. 1.34) prin intermediul unei rezistențe r. Să se găsească noua repartizare a energiei și energia totală. Ce s-a întîmplat cu diferența de energie?

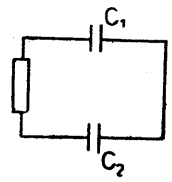


Fig. 1.34

1.35. Doi condensatori cu capacitățile $C_1 = 1\,\mu F$ și $C_2 = 2\,\mu F$ sînt încărcați fiecare la tensiunea $U = 50$ kV și apoi sînt legați în serie.

Să se calculeze căldura eliberată în firele de legătură după legarea condensatorilor.

1.36. Un voltmetru cu condensator este format dintr-un condensator plan cu aer, una din armături fiind fixată, iar cealaltă se poate deplasa după o direcție perpendiculară pe suprafața armăturilor. Armătura mobilă este legată cu ajutorul unui resort cu constanta elastică k (fig. 1.36). Valoarea tensiunii aplicate este dată de distanța dintre armături. Care este tensiunea maximă ce poate fi măsurată cu acest dispozitiv? Se cunosc aria armăturilor, S, și distanța dintre armături pentru o tensiune nulă, d.

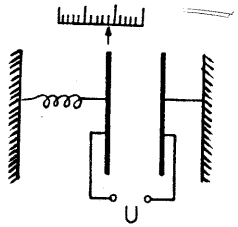


Fig. 1.36

1.37. Doi condensatori plani cu capacitățile C_1 și C_2 sînt încărcați la diferențele de potențial U_1 și U_2 ($U_1 \neq U_2$). Să se arate că dacă acești condensatori sînt legați în paralel energia lor electrostatică totală va scădea. Să se explice această scădere.

1.38. O sferă M de rază r_1 este încărcată pînă la potențialul V_1. Se deconectează sfera de la sursă și printr-un fir metalic (cu capacitate neglijabilă) se pune în legătură cu o sferă N de rază r_2 neîncărcată. În continuare se întrerupe legătura dintre cele două sfere și se pune în contact sfera M cu sfera P fără sarcină de rază r_3. Să se determine: a) energia inițială a sferei M; b) energiile sferelor M și N după ce au fost puse în legătură; c) energiile sferelor M și P după ce au fost puse în contact și lucrul pierdut.

1.39. Două sfere mici, identice, de rază r încărcate cu sarcini diferite de același semn q_1 și q_2 se află inițial la distanța l. Dacă una dintre sfere este fixată, cealaltă se deplasează sub acțiunea forței electrostatice de repulsie efectuînd un lucru mecanic L_1. În cazul cînd înainte de a fi lăsată liberă sfera care se deplasează va fi conectată printr-un conductor un timp la sfera fixă și apoi deconectată ea va putea efectua lucrul mecanic L_2. Să se determine căldura disipată pe conductor cînd sferele sînt conectate.

1.40. Două sfere punctiforme cu sarcinile q_1 și q_2 și masele m_1 și m_2 se mișcă una spre alta. În momentul cînd distanța dintre sarcini este egală cu r ele au vitezele v_1 și v_2. Să se calculeze distanța minimă r_{min} pînă la care se pot apropia sferele.

1.41. În punctul de înălțime maximă a unui plan înclinat, care face unghiul α cu orizontala se află o bilă cu masa m, încărcată cu sarcina $+q$. Înălțimea planului este h. Pe aceeași verticală cu sfera, pe suprafața orizontală se află sarcina $-q$. Să se determine viteza cu care bila ajunge la baza planului. Se neglijează frecarea și se consideră că raza bilei r respectă condiția $r \ll h$ încît bila poate fi considerată o sarcină punctiformă. Momentul de inerție al bilei $J = \frac{2}{5} mr^2$.

1.42. Trei particule identice, de masă m și încărcate electric cu aceeași sarcină $+q$ sînt așezate în vîrfurile unui triunghi echilateral cu latura r_0. Particulele sînt lăsate libere la același moment de timp și ele se deplasează de-a lungul bisectoarelor unghiurilor triunghiului sub acțiunea forțelor de respingere coulombiană. Să se calculeze:

a) viteza fiecărei particule în funcție de distanța r dintre ele;

b) lucrul mecanic efectuat de forțele coulombiene asupra fiecărei particule cînd distanțele dintre acestea devin foarte mari ($r \to \infty$).

1.43. Două bile cu aceeași rază R și aceeași masă m se află pe o suprafață orizontală la distanța $10\,R$. Bilele sînt încărcate electric cu sarcinile $+Q$ și respectiv $-Q$. Una dintre bile este legată de un perete cu un fir ce suportă tensiunea maximă T. Cealaltă bilă este lăsată liberă. Considerînd că ciocnirea bilelor este perfect neelastică să se determine viteza lor după ciocnire. Se va considera că sarcinile nu se redistribuie, iar frecarea cu suprafața orizontală se neglijează.

1.44. Două tuburi conductoare coaxiale de raze a și b ($a < b$) sînt coborîte vertical într-o baie de ulei. Se aplică între cele două tuburi o diferență de potențial U. Să se calculeze înălțimea la care se ridică uleiul în spațiul dintre tuburi dacă densitatea uleiului este ρ, constanta dielectrică a acestuia ε_r, iar capacitatea unui condensator cilindric are expresia:

$$W = \int_{h_1}^{h_2} g y \, dy \qquad C = \frac{2\pi\varepsilon d}{\ln \frac{r_{max}}{r_{min}}}.$$

1.45. O particulă cu sarcina electrică q este lăsată liberă la distanța x_0 de suprafața unei plăci conductoare mari, pusă la pămînt. Particula este atrasă de placă.

a) Să se scrie expresia energiei cinetice a particulei în funcție de distanța x față de placă. Particularizați rezultatul pentru $x \to 0$. Discuție.

b) O placă metalică reală poate fi imaginată ca un conductor plan ideal numai pentru distanțe pînă la intervalele atomice, adică pînă la 1 Å. Să se estimeze în eV energia cinetică cu care ar ajunge un electron la o placă conductoare, lăsat liber la distanța de 1 cm de placă.

1.46. Un condensator plan este legat la o baterie care menține între armăturile sale o diferență de potențial U_0, iar sarcina de pe armături este q_0. Să se calculeze:

a) lucrul mecanic efectuat de baterie dacă se introduce între armăturile condensatorului o placă dielectrică cu permitivitatea electrică relativă ε_r;

b) lucrul mecanic efectuat de forțele mecanice la introducerea plăcii.

1.47. O particulă cu sarcina specifică $q/m=10^{-5}$ C/kg se deplasează rectiliniu sub acțiunea unui cîmp electric $E=E_0(1-x)$ unde $E_0=200$ V/m, iar x reprezintă un număr egal cu mărimea distanței, exprimată în m, față de punctul din care particula a pornit din repaus. Să se calculeze: a) distanța parcursă de particulă pînă în punctul în care ea se oprește; b) accelerația particulei în acest punct.

1.48. Un electron pătrunde între armăturile unui condensator plan sub unghiul α față de direcția orizontală paralelă cu planul armăturilor și iese sub unghiul β ($\beta<\alpha$). Lungimea condensatorului este l, diferența de potențial dintre armături U și distanța dintre ele d. Să se determine viteza electronului la intrarea în condensator și energia sa cinetică la ieșirea din condensator.

1.49. O particulă încărcată cu sarcina $+q$ și de masă m, avînd energia cinetică W_c pătrunde între armăturile plane ale unui condensator, care sînt supuse unei diferențe de potențial U. Distanța între plăci este d, iar lungimea condensatorului l. La distanța L de condensator se află un ecran E.

a) Considerînd direcția vitezei inițiale paralelă cu armăturile condensatorului să se determine poziția în care particula lovește ecranul;

b) Să se determine urma lăsată pe ecran în cazul cînd particula încărcată este un electron.

1.50. O mică sferă cu masa $m=10$ mg, încărcată cu sarcina electrică $q=-0{,}4$ μC, este menținută pe suprafața unei plăci verticale încărcată cu sarcină electrică negativă și aflată la distanța $d=6$ cm de o altă placă verticală încărcată cu sarcină electrică pozitivă și paralelă cu prima (fig. 1.50).

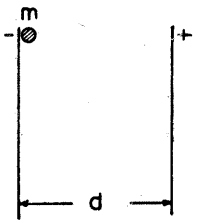


Fig. 1.50

La un moment dat sfera este lăsată liberă.

Să se calculeze lucrul mecanic efectuat de cîmpul gravitațional asupra sferei în decursul mișcării sale spre placa încărcată cu sarcină electrică pozitivă, dacă diferența de potențial dintre cele două plăci este $U=10$ V.

1.51. Condensatoarele C_1 și C_2 încărcate la tensiunile U_1 și U_2 respectiv sînt legate în paralel cu plăcile: a) cu aceeași polaritate în contact; b) cu plăcile cu polarități diferite în contact. Să se determine tensiunea între plăci în fiecare caz.

1.52. La o baterie cu t.e.m. $E=100$ V sînt legate în serie două condensatoare $C_1=1$ μF și $C_2=3$ μF așa cum se vede în figura 1.52.

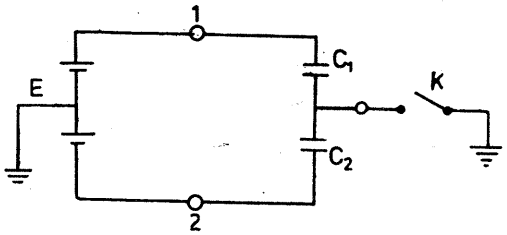


Fig. 1.52

Punctul median al bateriei este pus la pămînt. Conductorul ce unește cele două condensatoare poate fi pus la pămînt cu ajutorul întrerupătorului K. Să se determine sarcinile q_1, q_2 și q_3 ce traversează secțiunile 1, 2 și respectiv 3, după închiderea întrerupătorului.

Electrocinetică

1.53. Un conductor cu secțiunea $A=5$ cm² are numărul de electroni liberi $n=10^{23}$ pe cm³. Să se determine viteza electronilor (considerată aceeași pentru toți electronii) în cazul cînd conductorul este străbătut de un curent cu intensitatea $I=10$ A.

1.54. Printr-o lampă cu doi electrozi plani trece un curent I, dacă tensiunea dintre electrozi este U. Să se determine forța cu care acționează electronii asupra anodului dacă aceștia părăsesc catodul cu viteza v_0.

1.55. Un conductor din aluminiu cu aria secțiunii $A=0{,}64$ mm² este străbătut de un curent cu intensitatea $I=24$ A. Să se determine viteza medie a electronilor în direcția mișcării, considerînd că numărul de electroni pe unitate de volum este egal cu numărul de atomi pe unitatea de volum a conductorului. Se cunosc densitatea $\rho=2{,}7\cdot10^3$ kg/m³ și masa molară $\mu=27$ kg/kmol ale aluminiului.

1.56. Un conductor din aluminiu cu rezistivitatea ρ și secțiunea S se deplasează cu viteza v_0 după o direcție perpendiculară pe suprafața S. Ce sarcină va trece prin conductor, ale cărui capete sînt puse în scurtcircuit, dacă acesta va fi frînat brusc?

1.57. O sarcină Q este distribuită pe două condensatoare plane identice conectate în paralel. La momentul de timp $t=0$ distanța între plăcile unui condensator începe să crească uniform după legea $d_1=d+vt$, iar distanța între plăcile celuilalt începe să scadă uniform după legea $d_2=d-vt$. Neglijînd rezistența firelor de legătură să se determine intensitatea curentului prin circuit cînd plăcile condensatoarelor se mișcă și să se specifice sensul curentului.

1.58. Un rezistor cu rezistența $R=20\ \Omega$ și un condensator legate în serie, sînt conectate la bornele unei baterii. Condensatorul se încarcă cu o sarcină $q_1=6\cdot10^{-6}$ C. Dacă rezistorul și condensatorul se leagă în paralel la bornele bateriei, condensatorul se încarcă cu sarcina $q_2=5\cdot10^{-6}$ C. Să se determine rezistența internă a bateriei.

1.59. Două conductoare din materiale diferite cu rezistivitățile ρ_1 și ρ_2 și densitățile d_1 și respectiv d_2 au aceeași masă. Se cere: a) să se determine raportul secțiunilor conductoarelor în cazul cînd ele au aceeași rezistență electrică; b) raportul rezistențelor în cazul cînd conductoarele au aceeași lungime și secțiunile s_1 și s_2.

1.60. Un inel este confecționat dintr-un conductor de lungime l, secțiune S și rezistență R_0. Să se determine cum trebuie împărțit inelul astfel încît rezistența să se micșoreze de n ori.

1.61. Considerăm elementul de circuit din figura 1.61 unde rezistențele au fiecare valoarea R. Să se calculeze rezistența echivalentă între punctele A și B.

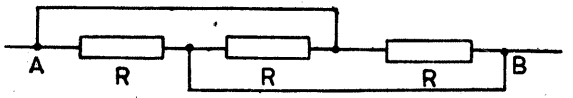


Fig. 1.61

1.62. Să se calculeze rezistența echivalentă a circuitului din figura 1.62 cu condiția ca aceasta să nu depindă de numărul celulelor formate din rezistențele R_1 și R_2. Să se particularizeze rezultatul pentru cazul în care $R_2=\frac{R_1}{2}$.

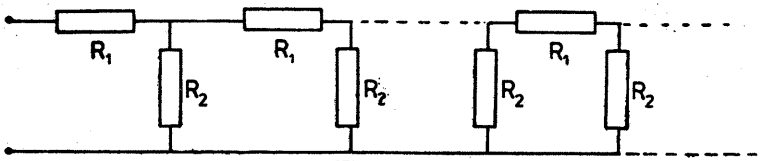


Fig. 1.62

1.63. Două conductoare cu coeficienții de temperatură ai rezistențelor α_1 și α_2 au rezistențele R_{01} și R_{02} la 0° C. Să se determine coeficientul de temperatură al circuitului alcătuit din cele două conductoare, în cazurile: a) conductoarele sînt legate în serie; b) conductoarele sînt legate în paralel.

1.64. Un semiconductor a cărui rezistență variază cu temperatura este legat la o sursă de tensiune cu tensiunea la borne U. Rezistența semiconductorului variază cu temperatura după legea $R=R_0(1-\mu t)$, unde R_0 este rezistența la temperatură, $t=0$°C și $\mu>0$. Să se găsească temperatura de echilibru a semiconductorului dacă temperatura mediului înconjurător este egală cu 0°C iar puterea disipată de semiconductor în mediul exterior este egală cu $P=b\cdot\Delta t$, unde Δt este diferența între temperatura semiconductorului și cea a mediului înconjurător. Se neglijează variația dimensiunilor semiconductorului cu temperatura. Care este valoarea maximă a tensiunii la care se mai poate stabili echilibrul termic?

1.65. Două condensatoare cu capacitățile $C_1=20\ \mu$F și $C_2=60\ \mu$F sînt încărcate pînă la tensiunile U_1 și U_2. Apoi, armăturile încărcate negativ sînt legate printr-un conductor, a cărui rezistență este neglijabilă, iar armăturile pozitive sînt legate printr-un rezistor cu rezistența $R=80\Omega$ (fig. 1.65). În momentul conectării comutatorului K prin rezistor trece un curent $I=0{,}2$ A. Să se calculeze căldura disipată în rezistorul R pînă în momentul în care curentul practic se anulează.

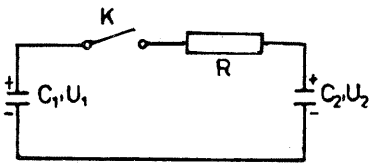


Fig. 1.65

1.66. O sursă poate fi conectată la un circuit format din rezistorii cu rezistențele $R_1=1\ \Omega$ și $R_2=3\ \Omega$ și un condensator (fig. 1.66). Imediat după închiderea comutatorului K, voltmetrul conectat în paralel cu sursa indică tensiunea $U_1=6$ V, iar după încărcarea condensatorului — tensiunea $U_2=9{,}6$ V. Să se determine valoarea tensiunii indicată de voltmetru în cazul cînd comutatorul este deschis. Curentul prin voltmetru se neglijează.

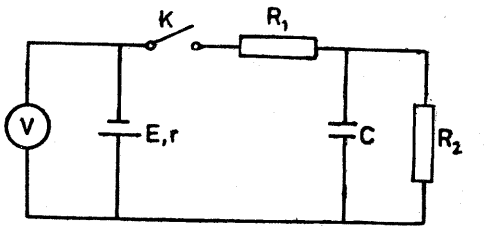


Fig. 1.66

1.67. În circuitul din figura 1.67 se cunosc: $E=10$ V, $R_1=1=k\Omega$, $R_2=5$ kΩ și $C=10$ μF. Curentul de scurtcircuit al sursei este $I_{sc}=10$ A. Să se calculeze sarcina ce se stabilește pe condensatorul C după închiderea întrerupătorului K.

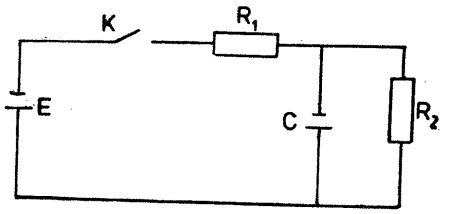


Fig. 1.67

1.68. În circuitul din figura 1.68 bateria are o tensiune electromotoare $E=10$ V și rezistența internă neglijabilă. a) Să se determine diferența de potențial dintre punctele A și B; b) Să se calculeze sarcina unui condensator $C=100$ pF conectat între A și B. Se cunosc $R_1=1\Omega$, $R_2=2\Omega$, $C_1=5$ μF, $C_2=6$ μF.

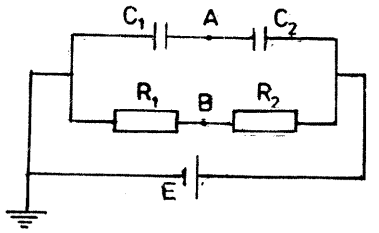


Fig. 1.68

1.69. În montajul din figura 1.69, $C_1=1$ μF, $C_2=3$ μF, $R_1=100$ Ω, $R_2=80$ Ω, iar $E=220$ V.

Să se calculeze sarcina electrică de pe armăturile condensatoarelor cînd: a) comutatorul este deschis; b) comutatorul este închis.

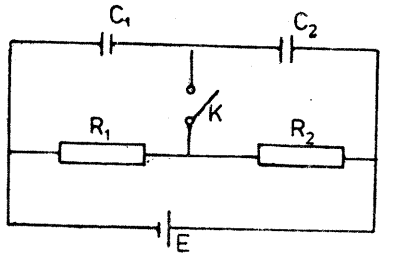


Fig. 1.69

1.70. În circuitul din figura 1.70 sursa de t.e.m. are $E=18$ V. Să se determine: a) diferența de potențial între punctele A și B cînd comutatorul este deschis; b) potențialul punctului B cînd comutatorul este închis; c) cu cît a variat sarcina fiecărui condensator după închiderea comutatorului K? Se cunosc $R_1=6\Omega$, $R_2=3\Omega$, $C_1=3$ μF, $C_2=6$ μF.

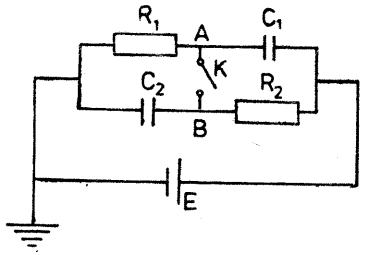


Fig. 1.70

1.71. Trei condensatoare identice cu capacitatea C fiecare, sînt legate în serie și conectate la o baterie cu tensiunea electromotoare E. După ce s-au încărcat sînt deconectate de la baterie și la capetele lor sînt legate două rezistoare cu rezistența R fiecare ca în figura 1.71. Să se calculeze: a) Tensiunea finală pe condensatoare; b) Căldura disipată pe fiecare rezistor; c) Curentul prin rezistoare în momentul cînd tensiunea pe condensatorul din mijloc este de 10 ori mai mică decît cea a bateriei.

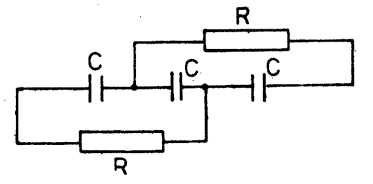


Fig. 1.71

1.72. Se consideră circuitul din figura 1.72 unde $C=1$ μF și $E_1=E_2=4$ V și $E_3=E_4=8$ V. Rezistențele interne ale surselor de t.e.m. se neglijează. a) Să se calculeze intensitatea curentului ce apare în circuit; b) Să se calculeze energia electrostatică înmagazinată în condensatoarele din circuit.

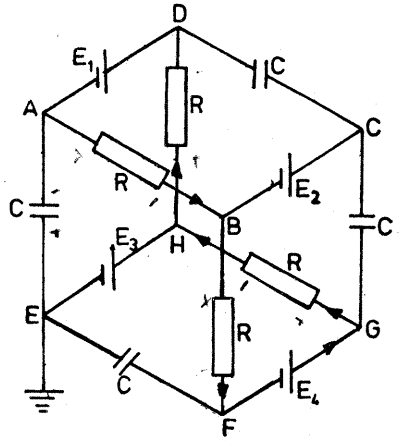


Fig. 1.72

1.73. Pe o bară omogenă, ale cărei capete sînt legate la pămînt, cade un fascicul de electroni, astfel încît pe fiecare unitate de lungime cade același număr de electroni pe secundă. Rezistența electrică a barei este R, iar curentul electric prin legătura la pămînt este I (fig. 1.73).

Să se calculeze diferența de potențial dintre mijlocul barei A și capătul său B.

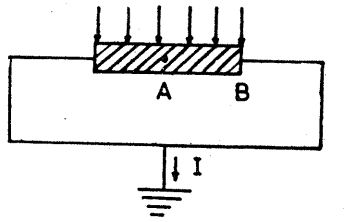


Fig. 1.73

1.74. O pilă electrică cu t.e.m. $E_1=1{,}8$V este legată în serie cu o altă pilă cu t.e.m. $E_2=1{,}2$ V și rezistența interioară $r_2=0{,}5$ Ω. Circuitul exterior are rezistența $R=1{,}5$ Ω, iar intensitatea curentului $I=1$A.

Să se afle la ce adîncime sînt cufundați electrozii primei pile electrice în soluție de H_2SO_4 dacă distanța dintre electrozi este $d=5$ cm, lățimea unui electrod $l=2{,}5$ cm și rezistivitatea soluției $\rho=0{,}026$ Ω·m.

1.75. Dacă la bornele unei surse de t.e.m. se conectează o rezistență de 1 Ω, tensiunea la borne este 1,5 V, iar dacă se conectează o rezistență de 2 Ω, tensiunea la borne crește la 2 V.

Să se determine t.e.m. și rezistența internă a bateriei.

1.76. La bornele unei baterii cu t.e.m. $E=20$ V se leagă un rezistor R_1 la capetele căruia tensiunea este $U_1=18$ V. Dacă se înlocuiește

rezistorul R_1 prin rezistorul R_2 tensiunea la capetele acestuia devine $U_2=16$ V. Să se calculeze căderea de tensiune U_3 pe cele două rezistoare legate în paralel.

1.77. Dintr-un conductor de lungime l se confecționează două rezistoare. Legînd rezistoarele în serie și respectiv în paralel și alimentînd grupările la aceeași sursă de tensiune continuă se cere să se determine lungimile conductoarelor din care sînt confecționate rezistoarele astfel încît raportul curenților absorbiți de la sursă să fie maxim.

1.78. Care este tensiunea la bornele circuitului din figura 1.78. (Voltmetrul are $R_v=\infty$).

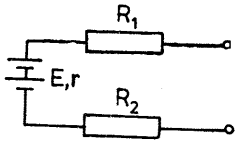


Fig. 1.78

1.79. Pentru a depista locul unde a fost străpunsă o linie de telefon cu două conductoare de lungime $L=5{,}6$ km se leagă la unul din capetele liniei un acumulator cu t.e.m. $E=24$ V. Curentul de scurt-circuit al bateriei este $I_3=96$ A, iar rezistența fiecărui conductor al liniei este $R=7\ \Omega$. Cînd conductoarele de la celălalt capăt al liniei sînt lăsate libere, prin baterie trece un curent $I_1=1{,}5$ A, iar dacă sînt scurtcircuitate, valoarea curentului este $I_2=2$ A. Să se calculeze valoarea rezistenței de străpungere și locul străpungerii.

1.80. Un bec pe care sînt scrise valorile 2,5 V și 0,2 A este legat la o baterie. Ampermetrul legat în serie (fig. 1.80 a) cu becul arată valoarea $I_1=0{,}2$ A. Dacă becul este legat în paralel cu ampermetrul (fig. 1.80 b) acesta luminează la fel ca prima dată.

Să se calculeze ce indică ampermetrul în al doilea caz.

Rezistența firelor de legătură are valoarea $R=2\ \Omega$, iar bateria are rezistența internă neglijabilă.

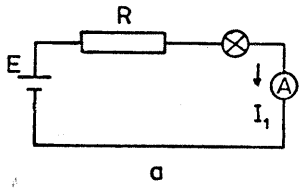


Fig. 1.80 a

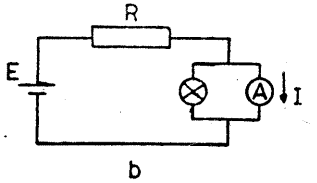


Fig. 1.80 b

1.81. Un generator de curent continuu cu t.e.m. $E=220$ V și rezistența internă $r=1{,}5\ \Omega$ este legat în serie cu o baterie de acumulatori cu t.e.m. $E_1=12$ V și rezistența internă $r_1=2{,}5\ \Omega$. La bornele AB ale

circuitului sînt legate rezistențele $R_1=10\ \Omega$ și $R_2=40\ \Omega$ și condensatorul cu capacitatea $C=1{,}2\ \mu$F (fig. 1.81). Punctul M împarte rezistența R_1 în două rezistențe egale, iar punctul N împarte rezistența R_2 în două rezistențe aflate în raportul 1:3 (de la stînga la dreapta).

Să se calculeze sarcina electrică cu care se încarcă condensatorul dacă: a) generatorul este blocat; b) generatorul este în stare de funcțiune.

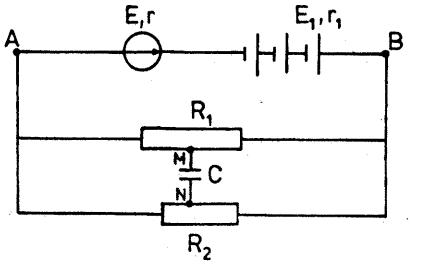


Fig. 1.81

1.82. La distanța $l=100$ m de un generator de curent continuu sînt conectate în paralel $n=44$ becuri cu rezistența $R_b=440\ \Omega$ fiecare și tensiunea $U_b=220$ V. Conductorii de legătură sînt confecționați din sîrmă de cupru cu secțiunea $S=17$ mm^2.

Să se calculeze căderea de tensiune pe conductorii de legătură și tensiunea la bornele generatorului ($\rho_{Cu}=0{,}017\cdot10^{-6}\Omega\cdot$m).

1.83. Circuitul de curent continuu reprezentat în figura 1.83

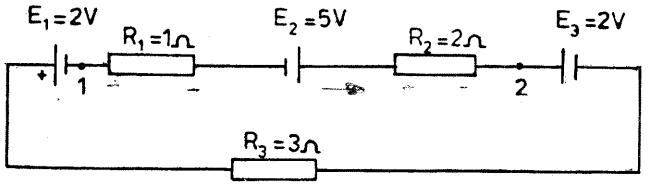


Fig. 1.83

se compune din trei surse de curent continuu și trei rezistențe montate în serie. Să se calculeze diferența de potențial U_{12} dintre punctele 1 și 2. Se neglijează rezistențele interne ale surselor ca și rezistențele firelor de legătură.

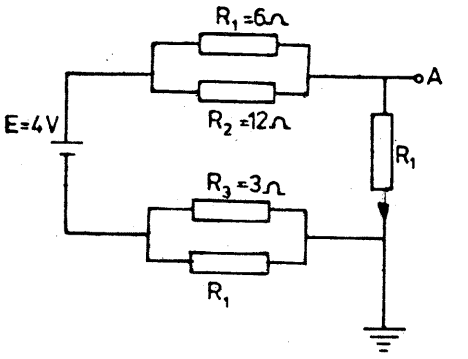


Fig. 1.84

1.84. Să se calculeze potențialul punctului A din figura 1.84.

1.85. În circuitul din figura 1.85, $R_1=4\ \Omega$, $R_2=6\ \Omega$, $R_3=2\ \Omega$, $r_1=r_2=1\ \Omega$, $E_1=18$V, $E_2=46$ V. Să se calculeze intensitatea curentului prin circuit și potențialele punctelor A, B, C, D, E.

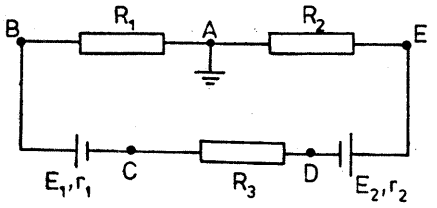


Fig. 1.85

1.86. În circuitul din figura 1.86 se cunosc $E_1=8$ V, $E_2=6$ V, $E_3=2$ V, $E_4=8$ V iar rezistențele au valorile $R_1=30\ \Omega$, $R_2=20\ \Omega$, $R_3=10\ \Omega$, $R_4=40\ \Omega$. Se cere: a) intensitatea curentului din circuit; b) diagrama de variație a potențialelor pe circuit.

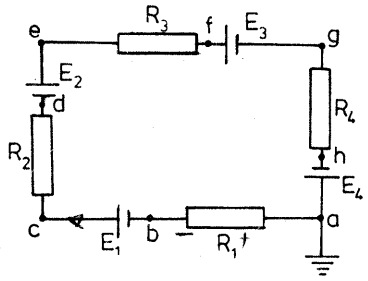


Fig. 1.86

1.87. O sursă de tensiune cu $E=2{,}8$ V este legată în circuitul din figura 1.87, unde $R_1=1{,}8\ \Omega$, $R_2=2\ \Omega$, $R_3=3\ \Omega$. Ampermetrul indică un curent $I=0{,}48$ A.

Să se calculeze rezistența internă a sursei.

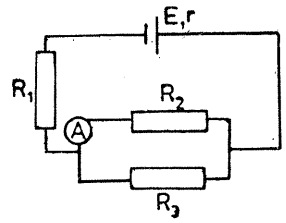


Fig. 1.87

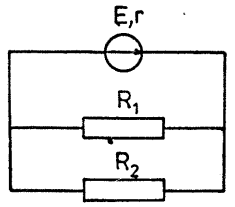


Fig. 1.88

1.88. În circuitul din figura 1.88 rezistența R_1 este o bară metalică cu masa $m=50$ kg. Bara este încălzită de la temperatura $t_1=0$°C pînă la temperatura $t_2=250$°C. Tensiunea electromotoare a generatorului este $E=10{,}5$ V, iar rezistența $R_2=0{,}1\ \Omega$. La temperatura t_1 curentul prin bară are intensitatea $I_1=10$ A iar la temperatura t_2 intensitatea $I_2=5{,}25$ A.

Să se calculeze:

a) rezistența interioară a generatorului;

b) lungimea și secțiunea barei la temperatura t_1.

Se cunosc: rezistivitatea electrică la t_1, $\rho_1=4{,}75\cdot10^{-3}\Omega\cdot$m, coeficientul de variație cu temperatura al rezistenței, $\alpha=4\cdot10^{-3}$ grad^{-1}, densitatea la t_1, $d_1=5\cdot10^3$ kg/m^3.

1.89. În circuitul din figura 1.89 se cunosc $R_1=10\ \Omega$, $R_2=20\ \Omega$, $R_3=30\ \Omega$, intensitatea curentului prin baterie $I=1$ A și tensiunea între punctele a și b, $U=10$ V. Să se calculeze valoarea rezistenței R_4

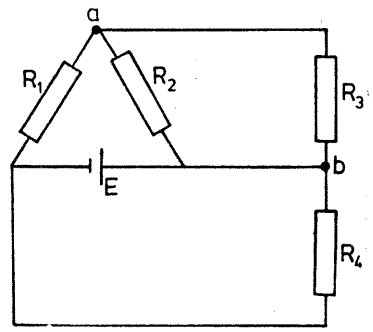


Fig. 1.89

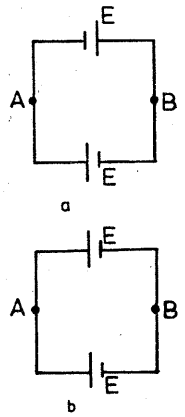


Fig. 1.90

1.90. Două surse de tensiune electromotoare identice cu $E=1{,}2$ V și rezistența internă $r=0{,}4\ \Omega$ sînt conectate ca în figura 1.90 a și b. Să se determine intensitatea curentului în circuit și tensiunea U_{AB} în cele două cazuri.

1.91. În circuitul din figura 1.91 se cunosc $R_1=10$ kΩ, $R_2=15$ kΩ și $E=10$ V. Neglijînd rezistențele interioare ale surselor să se determine valoarea lui E_1 astfel încît curentul prin rezistența R să fie zero.

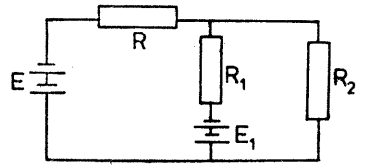


Fig. 1.91

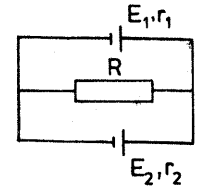


Fig. 1.92

1.92. În circuitul din figura 1.92 sursele de tensiune electromotoare au $E_1=E_2=2$ V și rezistențele interne $r_1=1\ \Omega$ și respectiv $2\ \Omega$. Curentul prin sursa E_1 are valoarea $I_1=1$ A. Să se determine curenții prin sursa E_2 și prin rezistența R.

1.93. În circuitul din figura 1.93, $R_1=9\ \Omega$, $R_4=4\ \Omega$ și $E=120$ V. Să se calculeze valorile rezistențelor $R_2=R_3$ astfel încît curentul I_1 să aibă valoarea maximă.

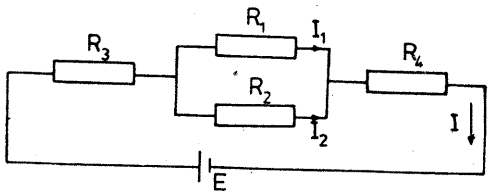


Fig. 1.93

1.94. Să se calculeze curentul prin bateria din figura 1.94 și să se determine curentul care trece prin rezistența R_2. Se cunosc $E=6$ V, $R_1=2\ \Omega$, $R_2=6\ \Omega$, $R_3=3\ \Omega$, $R_4=1{,}5\ \Omega$.

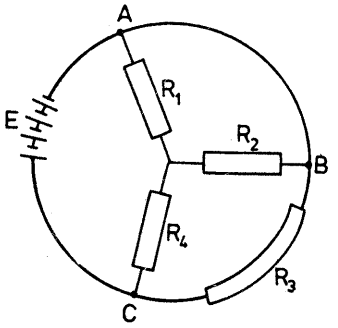


Fig. 1.94

1.95. Să se arate că circuitele din figura 1.95 sînt echivalente

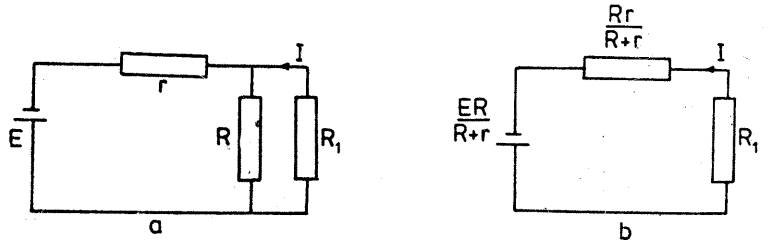


Fig. 1.95

1.96. Două baterii cu t.e.m. de $E_1=2$ V și $E_2=1$ V și cu aceeași rezistență internă $r=1\ \Omega$, sînt legate ca în figura 1.96. Rezistența $R=0{,}5\ \Omega$. a) Să se determine curenții ce trec prin baterii și prin R; b) Să se determine valoarea rezistenței R pentru care curentul prin bateria E_2 este nul; c) Să se calculeze valoarea lui R pentru care curentul prin E_2 este opus tensiunii electromotoare a bateriei.

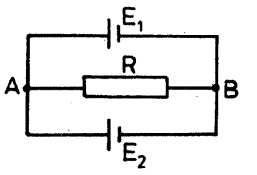


Fig. 1.96

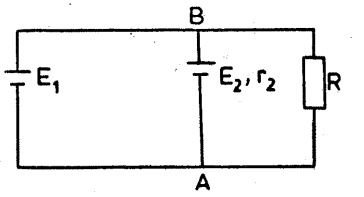


Fig. 1.97

1.97. În circuitul din figura 1.97 se cunosc $E_1=3$ V, $E_2=16$ V, $r_2=1\ \Omega$. Se cere: a) Valoarea rezistenței R, astfel ca prin bateria E_1 să nu circule curent; b) Diferența de potențial între punctele A și B.

1.98. Două surse cu tensiunile electromotoare $E_1=10$ V și $E_2=4$ V și cu rezistențe interne neglijabile debitează în circuitul din figura 1.98. a) Să se determine curenții ce trec prin R_2 și R_3 dacă $R_2=R_3=4\ \Omega$ și $R_1=R_4=2\ \Omega$; b) Să se determine diferența de potențial U_{AB}.

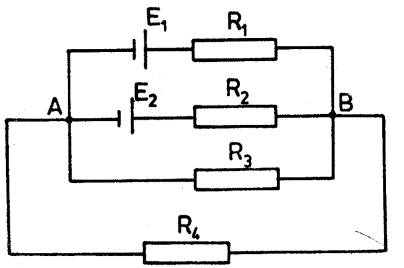


Fig. 1.98

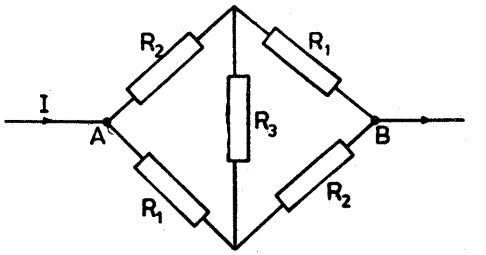


Fig. 1.99

1.99. Considerăm circuitul din figura 1.99. Să se calculeze: a) curenții din diferitele ramuri; b) rezistența echivalentă între A și B; c) valoarea rezistenței echivalente dacă rezistențele R_1, R_2 și R_3 devin pe rînd nule sau infinite.

1.100. Considerăm circuitul din figura 1.100, unde $E=150$ V, $R_1=50\ \Omega$ și $R_2=100\ \Omega$. Să se calculeze intensitatea curentului între punctele A si B.

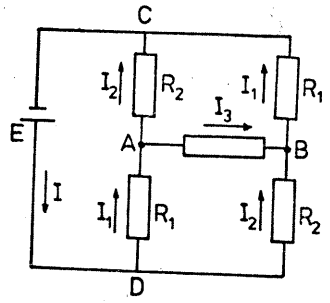


Fig. 1.100

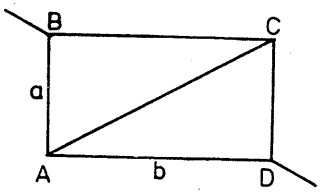


Fig. 1.101

1.101. Dintr-un conductor cu secțiunea A și rezistivitatea ρ este realizat circuitul din figura 1.101 sub forma unui dreptunghi ABCD, cu o diagonală AC. Știind că $AB=CD=a$ și $AD=BC=b$ să se determine rezistența între punctele A și C și B și D.

1.102. În circuitul din figura 1.102, $E_1=10$ V, $E_2=20$ V, $E_3=30$ V, $R_1=1\ \Omega$, $R_2=2\ \Omega$, $R_3=3\ \Omega$, $R_4=4\ \Omega$, $R_5=5\ \Omega$, $R_6=6\ \Omega$, $R_7=7\ \Omega$. Să se calculeze intensitățile curenților I_1, I_2 și I_3. Rezistențele interne ale surselor sînt neglijabile.

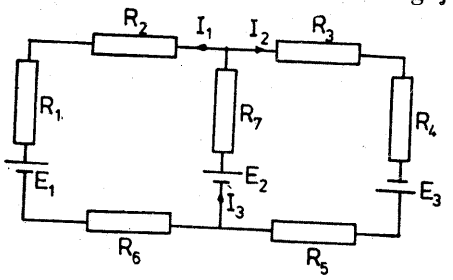


Fig. 1.102

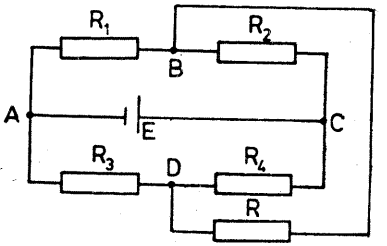


Fig. 1.103

1.103. În circuitul din figura 1.103, $R=11{,}3\ \Omega$, $R_1=2\ \Omega$, $R_2=0{,}5\ \Omega$, $R_3=1\ \Omega$, $R_4=4\ \Omega$ și $E=1{,}25$ V (rezistența internă a sursei este neglijabilă). Să se calculeze intensitatea curentului prin rezistența R.

1.104. Să se calculeze diferența de potențial U_{ab} pentru rețeaua din figura 1.104 în două cazuri: a) K deschis; b) K închis.

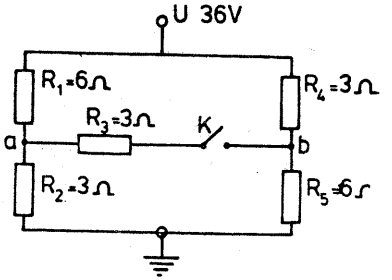


Fig. 1.104

1.105. Elementele circuitului reprezentat în figura 1.105 au valorile $E_1=1{,}00$ V, $E_2=2{,}00$ V, $E_3=3{,}00$ V, $R_1=100\ \Omega$, $R_2=200\ \Omega$, $R_3=300\ \Omega$, $R_4=400\ \Omega$. Să se calculeze intensitățile curenților electrici. Rezistențele surselor de tensiune electrică și a firelor de legătură sînt neglijabile.

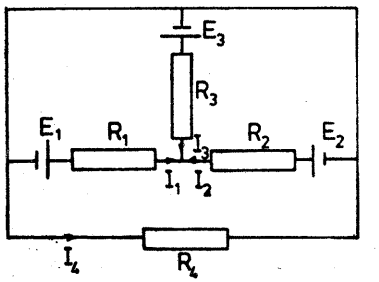


Fig. 1.105

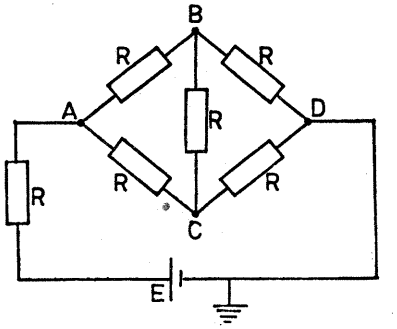


Fig. 1.106

1.106. În circuitul prezentat în figura 1.106 se cunosc $E=20$ V și $R=50\ \Omega$. a) Să se calculeze intensitatea curentului debitat de sursă; b) Să se calculeze potențialul în punctul A dacă două rezistențe de pe laturile opuse își dublează valoarea.

1.107. În puntea Wheatstone din figura 1.107 condensatorul are capacitatea $C=1\ \mu$F, iar rezistorii au rezistențele $R_1=1\ k\Omega$, $R_2=30\ \Omega$, $R_3=900\ \Omega$ și $R_4=100\ \Omega$. Tensiunea electromotoare a sursei este $E=100$ V, iar rezistența sa internă neglijabilă. Să se calculeze: a) sarcina Q de pe armăturile condensatorului; b) condiția ca armătura P să fie pozitivă; c) condiția ca sarcina Q să fie nulă.

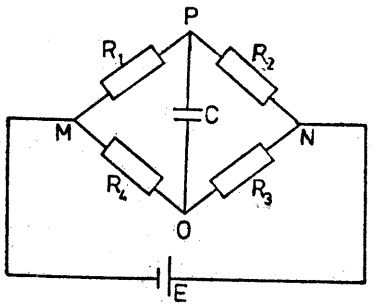


Fig. 1.107

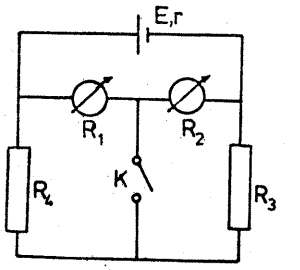


Fig. 1.108

1.108. În schema din figura 1.108 voltmetrele au rezistențele $R_1=2\,500\ \Omega$ și $R_2=1\,500\ \Omega$, iar rezistoarele au valorile $R_3=1\,500\ \Omega$ și $R_4=2\,500\ \Omega$. Să se determine indicațiile voltmetrelor în cazul cînd

comutatorul K este a) deschis; b) închis. Sursa de tensiune electromotoare are $E=450$ V și rezistența internă $r=4{,}5\ \Omega$.

1.109. Un număr de 24 baterii, fiecare cu t.e.m. $E=2$ V și rezistența internă $r=0{,}3\ \Omega$ pot fi conectate în grupuri separate identice. Să se calculeze valoarea maximă a curentului debitat de bateria echivalentă pe o rezistență $R=0{,}2\ \Omega$.

1.110. Un circuit cu o rezistență de $R=0{,}3\ \Omega$ este alimentat de șase baterii, fiecare baterie avînd o t.e.m. de $E_0=2$ V și o rezistență internă de $r_0=0{,}2\ \Omega$. Bateriile sînt conectate în serie formînd grupuri care sînt legate apoi în paralel.

a) Să se determine rezistența internă a bateriei echivalente astfel formate pentru a se obține un curent maxim în exterior;

b) Să se calculeze valoarea curentului în cazul de mai sus.

1.111. O baterie de acumulatoare este utilizată pentru a alimenta două circuite independente cu rezistențele $R_1=49\ \Omega$ și $R_2=19{,}4\ \Omega$. Fiecare acumulator are t.e.m. $E=2$ V și rezistența interioară $r=0{,}1\ \Omega$. Să se găsească modul de legare al acumulatoarelor astfel ca prin fiecare circuit să treacă un curent $I=0{,}2$ A.

1.112. Circuitul din figura 1.112 este utilizat pentru a măsura rezistența R. Ampermetrul arată un curent de 2 A și voltmetrul o diferență de potențial de 120 V.

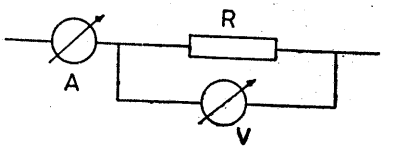


Fig. 1.112

a) Să se calculeze valoarea lui R dacă rezistența internă a voltmetrului este $R_v=3\cdot10^3\ \Omega$; b) Să se determine eroarea în măsurarea lui R dacă se consideră că rezistența voltmetrului este infinită.

1.113. O baterie de acumulatoare cu $E=100$ V are o rezistență internă $r=5\ \Omega$. Să se calculeze: a) indicația unui voltmetru cu rezistența internă $R_v=500\ \Omega$ legat la bornele bateriei; b) valoarea raportului r/R_v pentru ca eroarea de măsurare a tensiunii electromotoare a bateriei să nu depășească 5%.

1.114. Un ampermetru șuntat cu o rezistență $R_s=5\cdot10^{-3}\ \Omega$ poate măsura un curent cu o intensitate $I=10$ A. Să se determine valoarea curentului pe care o poate măsura ampermetrul fără șunt dacă rezistența sa este $R_a=2\cdot10^{-2}\ \Omega$.

1.115. Să se determine intensitatea curentului ce trece prin rezistorul cu rezistența $R_1=350\ \Omega$, înseriat cu un galvanometru și conectate la tensiunea $U=220$ V. Aceeași indicație a galvanometrului se

obține în cazul cînd este șuntat cu o rezistență de $10\ \Omega$, iar gruparea este înseriată într-un rezistor cu $R_2=100\ \Omega$ și alimentată de la aceeași sursă de tensiune.

1.116. O baterie cu tensiunea electromotoare de $E_1=2$ V și rezistența internă $r=0{,}4\ \Omega$ este conectată ca în figura 1.116 într-un circuit care mai conține un potențiometru, un acumulator cu t.e.m. necunoscută E_2 și un galvanometru. a) Să se indice poziția cursorului A al potențiometrului pentru cazul cînd prin galvanometru nu trece curent; b) Să se determine t.e.m. a acumulatorului dacă prin galvanometru încetează să mai treacă curentul cînd rezistența secțiunii potențiometrului devine $r_{AB}=9\ \Omega$. În acest caz bateria E_1 produce o diferență de potențial la capetele potențiometrului $U_0=2$ V.

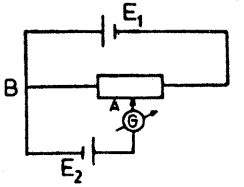


Fig. 1.116

1.117. În circuitul din figura 1.117 $E_1=E_2=1{,}5$ V, $r_1=r_2=2\ \Omega$. Să se calculeze: a) intensitatea curentului prin baterii; b) indicația voltmetrului ($R_v\to\infty$); c) indicația voltmetrului dacă $r_1=3\ \Omega$ și $r_2=1\ \Omega$, restul valorilor rămînînd aceleași.

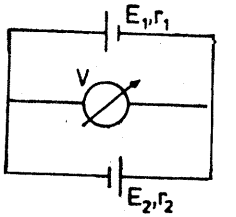


Fig. 1.117

1.118. Un rezistor cu rezistența $R_1=600\ \Omega$ este legat în serie cu un alt rezistor cu rezistența $R_2=400\ \Omega$ la o rețea cu $U=90$ V. Un voltmetru legat la capetele rezistorului R_1 indică valoarea $U_1=45$ V. Să se calculeze: a) rezistența voltmetrului; b) indicația aceluiași voltmetru legat la capetele rezistorului R_2.

1.119. În figura 1.119 un rezistor cu rezistența $R=75\ \Omega$ este conectat între punctele a și b. Rezistența ampermetrului este $R_A=90\ \Omega$. Să se calculeze rezistența dintre punctele b și c (mobil) pentru ca intensitatea curentului prin ampermetru să fie $\frac{1}{3}$ din intensitatea I.

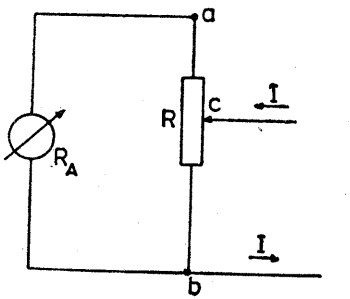


Fig. 1.119

1.120. În circuitul din figura 1.120, $E=1{,}8$ V, $r=0{,}5\ \Omega$, $R=5{,}5\ \Omega$,

$R_V = 500\ \Omega$ și $R_A = 0{,}2\ \Omega$. Să se calculeze indicația voltmetrului și ampermetrului în cele trei poziții ale întrerupătorului K.

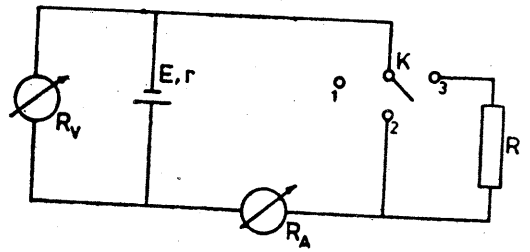


Fig. 1.120

1.121. În figura 1.121 este reprezentată schema unui potențiometru. Acest dispozitiv permite alimentarea unei rezistențe R cu orice tensiune cuprinsă între 0 și U_0. Potențiometrele cele mai simple au rezistența R_0 confecționată dintr-un fir omogen de lungime l pe care glisează un cursor C. Să se calculeze tensiunea U aplicată rezistenței R în funcție de distanța x la care se află cursorul față de extremitatea firului de rezistență R_0. Să se particularizeze pentru cazul în care $R \gg R_0$.

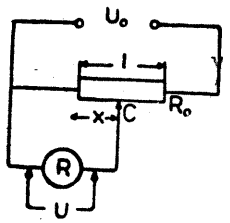


Fig. 1.121

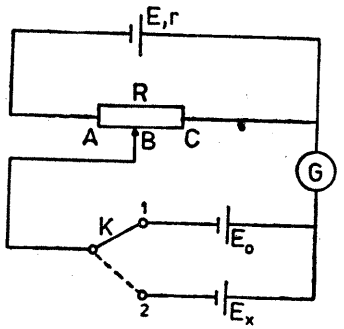


Fig. 1.122

1.122. În circuitul din figura 1.122 tensiunea electromotoare a sursei E_x și rezistența internă sînt necunoscute. Sursa E_0 este un element etalon Weston ($E_0 = 1{,}018$ V). Cînd întrerupătorul K se află pe poziția 1 galvanomentrul G indică diviziunea zero dacă cursorul rezistenței variabile R se află în punctul B (BC = 0,36 din AC).

a) Să se calculeze tensiunea între punctele A și C;

b) Dacă întrerupătorul K se află pe poziția 2 galvanometrul indică diviziunea zero pentru o poziție B_1 a cursorului ($B_1C = 0{,}47$ din AC). Să se calculeze tensiunea electromotoare a sursei E_x.

1.123. Un ampermetru cu mai multe scări conține pentru fie care scară un alt șunt. Dacă se leagă ampermetrul într-un circuit se

citește pe scara de 10 mA o valoare a curentului $I_1 = 2{,}95$ mA, iar dacă se citește pe scara de 3 mA se obține valoarea $I_2 = 2{,}90$ mA.

Să se calculeze valoarea curentului în circuit înainte de legarea ampermetrului.

1.124. Circuitul din figura 1.124 reprezintă înfășurarea internă a unui voltmetru cu trei scale ale cărui borne sînt marcate cu +, 3 V, 15 V și 150 V. Rezistența bobinei mobile $R_B = 15\ \Omega$ și un curent cu intensitatea $I = 1$ mA prin această bobină provoacă devierea acului pînă la capătul scalei. Să se calculeze rezistențele R_1, R_2, R_3.

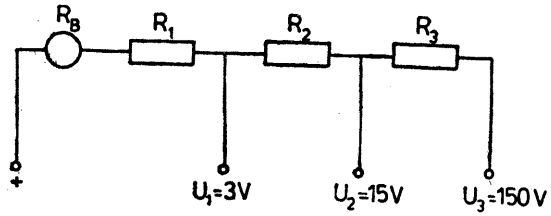


Fig. 1.124

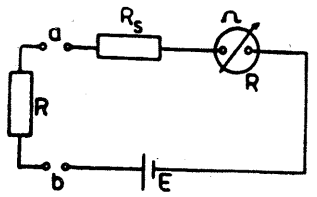
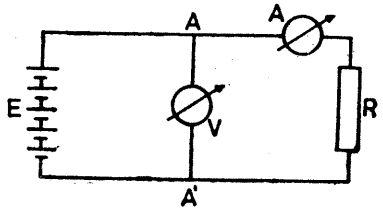


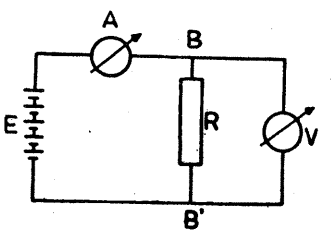
Fig. 1.125

1.125. Ohmmetrul din figura 1.125 are rezistența $R_0 = 50\ \Omega$ și acul este deviat pînă la capătul scalei cînd prin bobina lui trece un curent cu intensitatea $I = 1$ mA, bornele a și b fiind legate între ele. T.e.m. $E = 1{,}5$ V. Să se calculeze: a) valoarea rezistenței R_s; b) valorile rezistenței R corespunzătoare unor deviații ale acului de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ și $\frac{3}{4}$ din lungimea scalei. c) Scala ohmmetrului este liniară?

1.126. O rezistență R este calculată pe baza datelor citite pe un voltmetru și un ampermetru conectate ca în figurile 1.126 a și b fără a ține seama de corecțiile ce trebuie făcute datorită rezistențelor interne ale instrumentelor. a) Să se determine eroarea făcută la măsurarea unei rezistențe $R = 1\ \Omega$ folosind aceste circuite dacă rezistența internă a ampermetrului este $R_a = 0{,}1\ \Omega$ și cea a voltmetrului este



a



b

Fig. 1.126

$R_v=1$ kΩ. b) Care va fi eroarea la măsurarea unei rezistențe $R=500$ Ω? c) Care circuit trebuie folosit pentru măsurarea rezistențelor mici și care pentru măsurarea celor mari?

1.127. Un voltmetru conectat la bornele unei surse de curent continuu indică o diferență de potențial de 50 V. Un alt voltmetru indică între aceleași puncte 51 V, iar un voltmetru cu rezistența infinită indică 52 V. Dacă se conectează voltmetrul al treilea în serie în acest circuit el indică 65 V. Să se determine rezistența elementelor circuitului și rezistența celui de-al doilea voltmetru dacă primul are o rezistență de 6 000 Ω.

1.128. Să se determine condițiile pe care trebuie să le îndeplinească o sursă cu t.e.m. E și rezistența internă r pentru a putea fi determinată dacă se dispune de două voltmetre identice ce pot măsura tensiunea U și având rezistența internă r.

1.129. În circuitul din figura 1.129 cursorul primului reostat ($R_1=500$ Ω) este fixat la un raport 2/3 (de la stînga la dreapta), iar cursorul celui de al doilea ($R_2=200$ Ω) la un raport 1/3. Circuitul este legat la o rețea cu $U=320$ V. Pentru controlul tensiunii se folosește voltmetrul cu rezistența internă $R_v=500$ Ω, care poate măsura o tensiune maximă $U_{max}=5$ V. Condensatorul C are suprafața armăturilor $S=300$ cm², distanța dintre acestea $d=2{,}7$ mm și conține un dielectric cu $\varepsilon_r=5$. Să se calculeze: a) intensitatea curentului prin R_2 în cazul în care întrerupătorul K este deschis; b) sarcina electrică înmagazinată de condensator cînd întrerupătorul K este închis; c) rezistența adițională a voltmetrului necesară pentru a măsura tensiunea de alimentare.

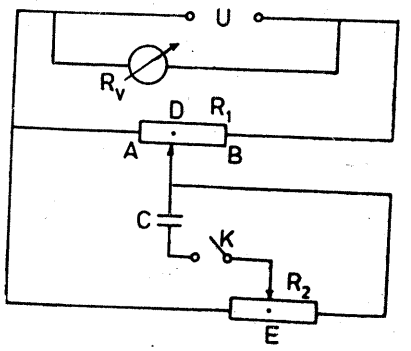


Fig. 1.129

1.130. Conectînd succesiv rezistențele R_1 și R_2 la bornele unui acumulator, acestea degajă aceleași cantități de căldură în timpi egali. Să se determine rezistența internă a acumulatorului.

1.131. O siguranță confecționată dintr-o sîrmă de plumb cu secțiunea de 0,2 mm² este introdusă într-un circuit din sîrmă de cupru cu secțiunea de 2 mm². Curentul prin circuit atinge valoarea de 30 A. Să se determine: a) timpul după care siguranța va începe să se topească, socotit din momentul cînd curentul a început să treacă prin circuit; b) cu cîte grade va crește temperatura sîrmei de cupru. Se neglijează căldura pierdută datorită conductivității termice. Se dau căldurile

specifice $c_{Pb}=133{,}76$ J/kg, $c_{Cu}=380{,}38$ J/kg, rezistivitățile $\rho_{Pb}=22\cdot10^{-6}$ Ω·cm și $\rho_{Cu}=1{,}7\cdot10^{-6}$ Ω·m. Temperatura de topire a plumbului este $T=327$°C, iar temperatura sîrmei la începutul scurtcircuitului $T_0=20$°C. Densitățile sîrmelor sînt $d_{Pb}=11{,}34\cdot10^3$ kg/m³ și $d_{Cu}=8{,}9\cdot10^3$ kg/m³.

1.132. O baterie cu o t.e.m. inițială E este încărcată de un generator, care are la borne tensiunea U. Rezistența internă a bateriei este r. Să se determine puterea debitată de generator necesară încărcării bateriei.

1.133. O baterie de acumulatoare cu tensiunea contraelectromotoare $E_c=10{,}2$ V și rezistența internă $r=0{,}9$ Ω este legată pentru a fi încărcată la o sursă cu tensiunea electrică $U=14$ V. Să se calculeze: a) rezistența electrică ce trebuie legată în circuit pentru a nu depăși o valoare a curentului electric $I=2$ A; b) căldura degajată în baterie în $t=20$ minute; c) energia chimică înmagazinată în același timp în baterie.

1.134. Rezistența R_1 conectată la rețea degajă o căldură Q în $t_1=15$ min. Rezistența R_2, în aceleași condiții, degajă aceeași căldură în $t_2=30$ min. Să se calculeze: a) timpul în care cele două rezistențe legate în serie și conectate la rețea vor degaja aceeași căldură; b) timpul în care cele două rezistențe legate în paralel vor degaja în aceleași condiții aceeași căldură.

1.135. Condensatorul de capacitate $C=5{,}00$ μF este conectat la sursa de curent continuu cu tensiunea $U=200$ V (fig. 1.135). Comutatorul K este conectat apoi pe borna 2. Să se calculeze căldura Q_1 degajată în rezistența $R_1=500$ Ω prin descărcarea condensatorului, rezistența $R_2=300$ Ω, neglijînd rezistența firelor de legătură.

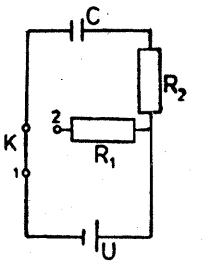


Fig. 1.135

1.136. Cîte lămpi cu incandescență de putere $P=100$ W fiecare, la tensiunea $U_b=220$ V, se pot lega în paralel dacă tensiunea la bornele generatorului este $U=380$ V, iar firele de legătură sînt confecționate din aluminiu ($\rho_{Al}=2{,}9\cdot10^{-8}$ Ω·m) cu secțiunea $S=15$ mm² și avînd lungimea $l=14$ km. Care este puterea consumatorului?

1.137. O sursă cu t.e.m. E și rezistența internă r debitează în exterior puterea P, inferioară puterii maxime. a) Să se determine valorile rezistențelor pe care sursa debitează puterea P și relația dintre ele. b) Să se arate că dacă cele două rezistențe au aceeași valoare puterea furnizată în exterior este maximă.

1.138. O sursă cu tensiunea electromotoare $E=500$ V alimentează un receptor aflat la distanța $l=2{,}5$ km, a cărui putere este egală cu $P=10$ kW. Să se calculeze pierderea de putere pe linie dacă diametrul conductorilor de cupru este $d=1{,}5$ cm, iar rezistivitatea cuprului $\rho=1{,}7\cdot10^{-8}\ \Omega\cdot$m. Rezistența internă a sursei de tensiune este neglijabilă.

1.139. De la o sursă de tensiune cu $U=220$ V se transmite la distanța $D=10$ km o putere de 10 kW cu o pierdere de 10% din puterea transmisă. Să se determine diametrul d al secțiunii conductorului din aluminiu necesar transportului energiei electrice. Rezistivitatea aluminiului este $\rho_{Al}=0{,}028\cdot10^{-6}\ \Omega\cdot$m.

1.140. La rețeaua de 220 V se leagă în serie două becuri cu puterile $P_1=60$ W și $P_2=100$ W construite fiecare pentru tensiunea $U_0=110$ V. Cum se repartizează tensiunea pe cele două becuri? Să se calculeze puterea absorbită de fiecare bec și căldura degajată în 30 minute.

1.141. Un încălzitor electric cu puterea $P=500$ W a fost reparat scurtîndu-i-se lungimea conductorului de nichelină de la $l=5$ m la $l_1=4$ m. Să se arate ce se va întîmpla la punerea în funcțiune a încălzitorului.

1.142. Dispunem de trei becuri electrice cu puterile $P_1=40$ W, $P_2=60$ W și $P_3=100$ W la tensiunea $U_b=110$ V. Cum pot fi legate aceste becuri la o rețea cu tensiunea $U=220$ V astfel încît să ardă normal.

1.143. Un electromotor cu rezistența rotorului $R=2\ \Omega$ este conectat la un generator cu tensiunea electromotoare $E=240$ V și rezistența internă $r=4\ \Omega$.

Să se calculeze randamentul electromotorului dacă prin rotorul acestuia trece un curent $I=10$ A. Rezistența conductorilor de legătură este neglijabilă.

1.144. În circuitul din figura 1.144, $U=100$ V, $I=2$ A, $R_1=300\ \Omega$, iar R_2 este un motor electric cu randamentul $\eta=90\%$. R_1 este o baie electrolitică cu soluție de $AgNO_3$ având tensiunea contraelectromotoare $E_c=1{,}2$ V și echivalentul electrochimic $k=1{,}118$ mg/C. Să se calculeze: a) masa de Ag depusă într-o oră la catod; b) distanța dintre electrozii de Cu, dacă secțiunea acestora este $S=10^3$ mm² și rezistivitatea electrolitului $\rho=30\ \Omega\cdot$m; c) puterea furnizată de motorul electric.

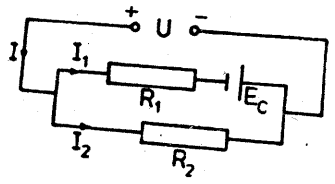


Fig. 1.144

1.145. Un acumulator are randamentul η_1, iar un altul ce debitează pe aceeași rezistență are randamentul η_2. Să se determine randamentul în cazul cînd cele două acumulatoare înseriate debitează pe aceeași rezistență.

1.146. În circuitul din figura 1.146 puterea debitată de sursă în circuitul exterior este aceeași în cazurile în care comutatorul K este deschis sau închis. Cunoscînd valorile rezistoarelor $R_1=12\ \Omega$ și $R_2=4\ \Omega$ să se determine rezistența internă a sursei.

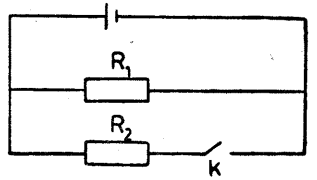


Fig. 1.146

1.147. Se dă circuitul din figura 1.147 în care se cunosc: $E_1=10$ V, $r_1=0{,}5\ \Omega$, $E_2=5$ V, $r_2=1\ \Omega$, $R=2\ \Omega$. a) Să se determine puterile debitate de cele două surse în exterior.

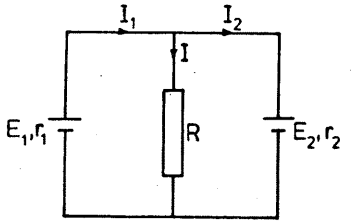


Fig. 1.147

1.148. În circuitul din figura 1.148 $R_1=2{,}5\ \Omega$, $R_2=7{,}5\ \Omega$, $R_A=1\ \Omega$, iar rezistorul R este construit din fir de nichelină cu diametrul $d=1$ mm. Rezistivitatea nichelinei este $\rho=0{,}42\cdot10^{-6}\ \Omega\cdot$m.

Ampermetrul A indică o valoare $I_1=1$ A cînd comutatorul K este deschis și o valoare $I_1'=0{,}8$ A cînd comutatorul K este închis.

Să se calculeze: a) lungimea firului de nichelină din care este construit rezistorul R, dacă puterea disipată în acesta cînd comutatorul K este deschis este $P=9$ W; b) rezistența exterioară a circuitului cînd comutatorul K este închis; c) tensiunea electromotoare E și rezistența internă r ale bateriei.

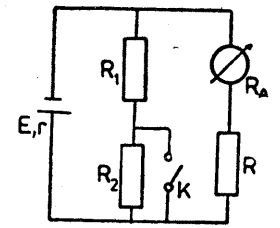


Fig. 1.148

1.149. În paralel cu un bec de putere $P_1=100$ W este legat un reșou de putere $P=400$ W. Tensiunea de la rețea este $U=220$ V. Să se calculeze tensiunea de la bornele becului înainte și după conectarea reșoului dacă firele de legătură au rezistența $R=3\ \Omega$.

1.150. Dacă la bornele unei surse de curent continuu se conectează rezistența R, aceasta este străbătută de curentul I. Curentul de scurtcircuit al sursei este I_{sc}. Să se determine: a) valoarea E a tensiunii electromotoare; b) puterea maximă pe care sursa o poate da în exterior.

1.151. În circuitul din figura 1.151 se cunosc $E_1=12$ V, $E_2=10$ V, $r_1=1{,}2\ \Omega$, $r_2=1\ \Omega$. Se cere să se determine: a) valoarea rezistenței rezistorului R astfel încît curentul debitat de prima baterie să fie independent de rezistența r a reostatului; b) lungimea și aria secțiunii conductorului din care este confecționat rezistorul R, aflat inițial la 0°C, dacă valoarea rezistenței sale se schimbă cu 0,4% după un timp $t=5$ s pentru $r=0$. Se consideră că puterea debitată de baterii pe rezistor rămîne constantă, iar pierderile de căldură spre exterior sînt neglijabile. Pentru materialul din care este confecționat rezistorul se cunosc: $\rho=0{,}02\ \Omega\ mm^2/m$ la 0°C, $c=400$ J/kg·grd, $d=8{,}9\cdot10^3$ kg/m³ și $\alpha=0{,}004$ grad^{-1}.

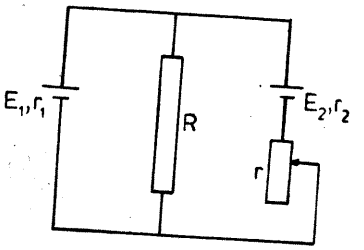


Fig. 1.151

1.152. Un consumator electric cu puterea $P=100$ W este conectat prin intermediul unor fire de legătură cu rezistența R_1 la rețeaua de tensiune $U=220$ V. Să se calculeze: a) rezistența firelor de legătură R_1 știind că pentru rezistența consumatorului R este posibilă o singură valoare; b) intensitatea curentului în condițiile de la punctul a); c) puterea electrică absorbită de la rețea în condițiile de la punctul a).

1.153. Energia electrică a unui generator este transmisă unui consumator prin conductoare de legătură. Rezistența conductoarelor este r, rezistența consumatorului R, iar tensiunea la bornele generatorului U. Să se calculeze randamentul liniei.

1.154. O linie de transmisie a energiei electrice poate lucra la două valori ale tensiunii la borne a generatorului, U_1 și U_2 și rezistență ale consumatorului corespunzătoare R_1 și R_2. Raportul pierderilor de putere în conductoarele de legătură este egal cu a. Să se calculeze raportul U_2/U_1 cu condiția ca puterea generatorului în cele două cazuri să fie aceeași.

1.155. Un disc conductor de rază R_0, grosime h și rezistivitate ρ este introdus într-un inel cu rezistivitatea neglijabilă față de ρ. În centrul discului se introduce un cilindru cu rezistivitate neglijabilă, de rază r_0. Discului i se aplică o tensiune continuă ca în figura 1.155. Se cere să se determine: a) Rezistența discului măsurată între electrodul central și inelul exterior; b) Intensitatea curentului în firele de alimentare dacă discului i se aplică tensiunea U; c) Puterea disipată în disc prin efect Joule; d) Distanța de la axul discului la care rezistența sa scade la jumătate.

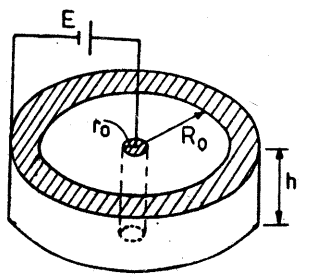


Fig. 1.155

1.156. Două băi electrolitice, una cu $FeCl_3$ și cealaltă cu $CuSO_4$ sînt legate în serie. Să se determine masa de cupru depusă la catodul celei de-a doua băi dacă la catodul primeia s-a depus masa $m_1=100$ g de fier. Se cunosc ($A_{Fe}=56$, $A_{Cu}=64$, $n_{Fe}=3$, $n_{Cu}=2$).

1.157. Printr-o baie electrolitică cu $CuSO_4$ trece un curent care variază după o lege liniară $I=(10-0{,}02\,t)$A. Să se determine masa de cupru depusă la catod în $t_1=200$ secunde. Se cunoaște $k_{Cu}=3{,}294\cdot10^{-7}$g/C.

1.158. Într-o cuvă electrolitică ce conține $AgNO_3$, cu electrozi din cupru, în decurs de 30 minute la catod se depun 4,8 g de argint. Cunoscînd tensiunea la bornele cuvei $U=4{,}6$ V și rezistența sa $R=1{,}6\ \Omega$ să se determine tensiunea de polarizare.

1.159. Reacția de formare a apei din hidrogen și oxigen este: $2H_2+O_2=2H_2O+572{,}66$ kJ/kmol.

Să se determine valoarea minimă a tensiunii ce trebuie aplicată între electrozii voltmetrului pentru a se produce electroliza apei.

1.160. Matrițele discurilor pentru înregistrare de suprafață $S=3\cdot10^{-2}$ dm² sînt realizate prin tehnica galvanoplastiei. Un model de ceară este acoperit galvanic cu cupru cu o densitate de curent $j_1=0{,}8$ A/dm² într-un interval de timp $t_1=30$ minute, randamentul fiind $\eta_1=90\%$. Următoarea galvanoplastie este realizată cu o densitate de curent $j_2=1$ A/dm² în timpul $t_2=20$ h și cu un randament $\eta_2=95\%$. Să se determine cantitatea de cupru folosită pentru o matriță. Se cunoaște echivalentul electrochimic al cuprului $k\cong10^{-6}$ kg/C.

1.161. Să se determine capacitatea unei baterii (în amperi oră) dacă prin electroliza apei acidulate se obțin 5 l de oxigen la temperatura $T=300$ K și presiunea atmosferică normală ($p_0=101{,}3$ N/m²). Se cunosc: densitatea oxigenului în condiții normale $\rho_0=1{,}43$ kg/m³ și echivalentul său electrolitic $k=8{,}29\cdot10^{-8}$ kg/C.

Cîmpul magnetic al curentului electric
Inducția electromagnetică

1.162. Dispunem de 12 acumulatoare cu tensiunea electromotoare $E=12$ V și rezistența internă $r=3\ \Omega$. În circuitul exterior este legată o bobină cu rezistența $R=4\ \Omega$, $N_1=240$ spire, lungimea $l=20$ cm.

Să se calculeze: a) modul de legare al acumulatoarelor astfel încît intensitatea curentului prin bobină să fie maximă; b) inducția magnetică a unui mic magnet permanent care așezat în centrul bobinei după o direcție paralelă cu planul unei spire este deviat cu un unghi $\alpha=30°$; c) înclinarea magnetului permanent dacă în circuitul exterior se leagă în paralel cu bobina o rezistență $R_1=2\ \Omega$ ($\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$H/m).

1.163. Un curent I străbate un tub cu pereți subțiri infinit de lung. Curentul este uniform distribuit pe întreaga secțiune a tubului. Să se determine inducția magnetică în interiorul tubului.

1.164. Un curent de intensitate I, parcurge într-un sens conductorul din interiorul unui cablu coaxial și în celălalt sens conductorul exterior (fig. 1.164). Să se determine inducția cîmpului magnetic în punctele dintre cele două conductoare.

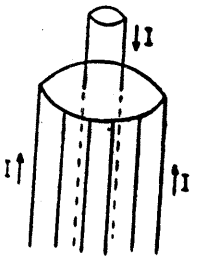


Fig. 1.164

1.165. O spiră verticală din fier cu diametrul $d=0,25$ m este conectată la o baterie cu t.e.m. $E=2$ V și rezistența internă $r=0,1\ \Omega$. Să se calculeze: a) secțiunea sîrmei de fier astfel încît în centrul spirei inducția cîmpului magnetic să fie nulă. Componenta orizontală a inducției cîmpului magnetic pămîntesc în acel punct este $B_0=2,25\cdot10^{-5}$ T, iar rezistivitatea fierului $\rho=10\ \mu\Omega\cdot$cm; b) căldura degajată în spiră într-o secundă.

1.166. Un condensator plan este încărcat periodic de la o baterie cu diferența de potențial $U=80$ V și descărcat printr-un solenoid. Condensatorul este descărcat de 100 de ori pe secundă. Aria condensatorului este $A=100$ cm^2, distanța dintre plăci $d=4,7$ mm, iar mediul dintre plăci are constanta dielectrică $\varepsilon_r=2,1$. Solenoidul are lungimea $l=25$ cm și are un număr de $N=250$ spire. Să se determine inducția magnetică medie în solenoid.

1.167. Să se calculeze intensitatea curentului care parcurge un conductor foarte lung, care are o îndoitură de formă pătratică (fig. 1.167), cu latura $a=40$ cm, dacă inducția magnetică creată în punctul A (centrul pătratului) este egală cu $B=2\pi\cdot10^{-5}$ T.

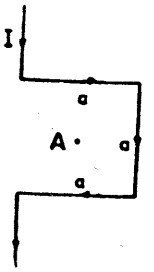


Fig. 1.167

1.168. Un conductor circular cu raza $r=10$ cm este așezat într-un plan orizontal și într-un loc unde componenta orizontală a inducției cîmpului magnetic pămîntesc are valoarea $B_0=2\cdot10^{-5}$ T.

În mijlocul spirei, în planul meridianului magnetic, se atîrnă un mic magnet care se înclină cu unghiul $\alpha=60°$ față de planul orizontal. Cînd prin conductorul considerat trece un curent de intensitate I, magnetul formează cu planul orizontal un unghi $\beta=70°$. Să se determine: a) Inducția cîmpului magnetic B creat în centrul spirei; b) Intensitatea I a curentului care trece prin spiră și produce inducția magnetică B.

$\operatorname{tg}\alpha=\frac{B}{B_0}$

1.169. Un condensator cu capacitatea $C=8\ \mu$F se încarcă printr-un întrerupător, periodic, de la o baterie cu t.e.m. $E=100$ V și se descarcă prin bobina unui galvanometru. Să se calculeze de cîte ori în timpul $t=1$ s se încarcă condensatorul, dacă bobina se înclină cu un unghi $\alpha=45°$ cînd este parcursă de curent față de poziția cînd nu este parcursă de curent. Bobina are $N=50$ spire, raza $r=12,5$ cm și este așezată în planul meridianului magnetic. Componenta orizontală a inducției cîmpului magnetic are valoarea $B_0=64\ \pi\cdot10^{-7}$ T.

1.170. În figura 1.170 este reprezentată o secțiune prin două conductoare lungi paralele, perpendiculare pe planul xoy, prin care circulă curenții cu intensitate egală I, dar de sensuri opuse. Să se găsească: a) expresia inducției magnetice B într-un punct aflat pe axa Ox; b) valoarea lui x pentru care B este maxim și valoarea maximă a lui B.

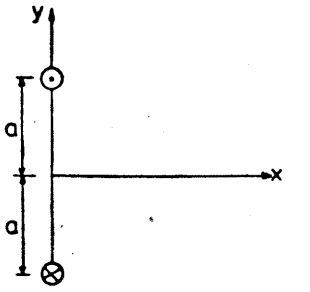


Fig. 1.170

1.171. Două conductoare liniare foarte lungi sînt așezate paralel la distanța $a=50$ cm unul de altul. Curentul prin primul conductor are intensitatea $I_1=20$ A, iar în al doilea $I_2=24$ A.

Să se calculeze inducția magnetică și intensitatea cîmpului magnetic într-un punct aflat la distanța $r_1=40$ cm de primul conductor și $r_2=30$ cm de al doilea conductor, dacă prin cei doi conductori curenții circulă în sensuri opuse ($\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ H/m).

1.172. Trei conductoare rectilinii, paralele și foarte lungi sînt dispuse ca în figura 1.172. Distanța între ele este egală cu $l=20\sqrt{3}$ cm, iar intensitățile, ale căror sensuri sînt indicate pe figură, sînt $I_1=10$ A, $I_2=5$ A și $I_3=5$ A. Să se determine valoarea și sensul vectorului inducție magnetică în punctul O.

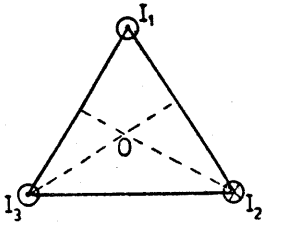


Fig. 1.172

1.173. Să se calculeze inducția cîmpului magnetic în centrul unui triunghi echilateral de latură a dacă: a) triunghiul este parcurs de curentul de intensitate I; b) sursa de tensiune este aplicată între două vîrfuri ale triunghiului.

1.174. Să se arate în ce mod poate fi bobinat un solenoid astfel încît conectat la o sursă de curent continuu capetele sale să devină poli sud.

1.175. Utilizînd legea Biot-Savart să se calculeze inducția magnetică B creată de un conductor liniar $AB=2l$ străbătut de un curent constant I, într-un punct P aflat pe mediatoarea segmentului AB la distanța a de acesta. Să se arate care este valoarea inducției magnetice în cazul unui conductor infinit de lung.

1.176. Să se determine mărimea inducției magnetice într-un punct P situat la distanța a de un conductor de lungime finită parcurs de un curent constant de intensitate I. Se cunosc unghiurile α și β, dintre dreptele ce unesc punctul P cu capetele conductorului, cu dreapta în lungul căreia este plasat conductorul.

1.177. Să se calculeze mărimea inducției magnetice B produsă de un curent circular de rază R și intensitate I într-un punct P de pe axa sa, situat la distanța a de planul spirei. Care este valoarea inducției în centrul spirei?

1.178. Se consideră un solenoid de lungime l, rază R și avînd N spire alăturate, parcurse de curentul de intensitate I. a) Să se calculeze mărimea inducției magnetice într-un punct de pe axa solenoidului; b) Să se determine mărimea inducției magnetice pentru un solenoid de lungime infinită.

1.179. Un conductor rectiliniu străbătut de un curent de 25 A trece prin centrul unui inel din fier perpendicular pe planul inelului. Inelul are secțiunea transversală de formă tetragonală cu dimensiunile $r_1=18$ mm, $r_2=22$ mm și $h=5$ mm (fig. 1.179). Să se determine fluxul magnetic Φ prin aria secțiunii transversale a inelului. Permeabilitatea relativă a fierului este $\mu_r=1\,142$.

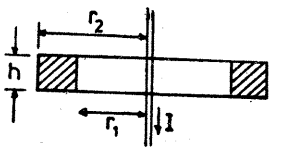


Fig. 1.179

1.180. Un conductor de lungime $l=62{,}5$ cm este suspendat cu ajutorul a două resoarte într-o zonă cu cîmp magnetic orizontal de inducție $B=0{,}4$ T. Masa conductorului este $m=10$ g. Să se calculeze intensitatea curentului ce trebuie să treacă prin conductor pentru ca resoartele să rămînă nedeformate.

1.181. Pe două șine paralele aflate la distanța $d=10$ cm alunecă uniform cu frecare un conductor cu masa $m=100$ g. Șinele sînt legate la o sursă de tensiune astfel că prin conductor trece un curent cu intensitatea $I=10$ A. În zona respectivă acționează un cîmp magnetic orientat perpendicular pe planul șinelor. Să se calculeze inducția cîmpului magnetic dacă coeficientul de frecare este $\mu=0{,}2$.

1.182. Într-un cîmp magnetic omogen cu inducția $B=2\cdot10^{-4}$ T este menținut perpendicular pe liniile de cîmp un conductor rectiliniu prin care trece un curent $I=50$ A. a) Să se găsească locul geometric al punctelor în care inducția magnetică a cîmpului este nulă. b) Să se calculeze forța ce acționează în aer asupra unui segment de curent de lungime $l=0{,}5$ m ($\mu_{aer}=4\pi\cdot10^{-7}$ H/m).

1.183. Un conductor liniar străbătut de un curent I_2 este așezat perpendicular pe conductorul străbătut de curentul I_1 (fig. 1.183). Considerînd că cele două conductoare sînt libere să se arate în ce mod interacțiunea magnetică dintre ele le modifică poziția.

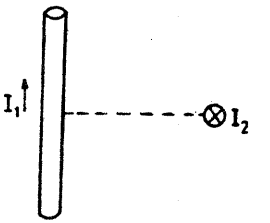


Fig. 1.183

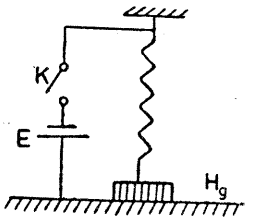


Fig. 1.184

1.184. Un resort este suspendat, iar capătul inferior al său este introdus într-un vas metalic cu mercur. Capătul superior al resortului și vasul cu mercur sînt conectate la o sursă de curent continuu (fig. 1.184).

Să se stabilească în ce mod se va mișca resortul după închiderea întrerupătorului K.

1.185. O bară metalică de lungime l și masă m, este suspendată cu ajutorul a două resoarte, avînd fiecare constanta elastică k (fig. 1.185), într-un cîmp magnetic omogen cu inducția $\vec{B}$. Vectorul $\vec{B}$ este perpendicular pe suprafața dispozitivului.

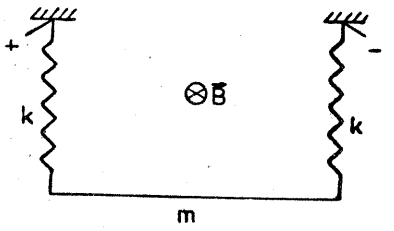


Fig. 1.185

Să se calculeze înălțimea maximă x la care se ridică bara față de poziția de echilibru, dacă prin aceasta trece un impuls de curent cu intensitatea I pe o durată de timp τ foarte mică.

Se neglijează deplasarea barei în intervalul de timp τ și efectul greutății.

1.186. În figura 1.186 intensităţile celor trei curenţi sînt egale, $I_1=I_2=I_3=I=20$ A, iar $a=30$ cm şi $x=40$ cm. Să se calculeze mărimea şi direcţia forţei exercitate asupra unităţii de lungime a conductorului prin care trece I_3 dacă: a) curentul I_3 intră în planul figurii; b) curentul I_3 iese din planul figurii.

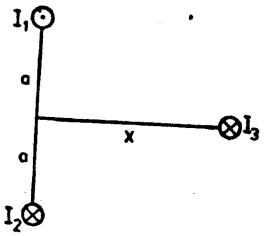


Fig. 1.186

1.187. Un conductor omogen este îndoit în aşa fel încît formează trei laturi ale unui pătrat (fig. 1.187 a). Conductorul se poate roti liber în jurul axei orizontale, care reprezintă a patra latură a pătratului şi se află într-un cîmp magnetic constant, omogen şi vertical. Dacă prin conductor trece un curent de intensitate $I_1=1$ A rama conductoare se roteşte cu un unghi $\alpha_1=30°$ (fig. 1.187 b).

Să se calculeze intensitatea curentului I_2 pentru care unghiul devine egal cu $\alpha_2=60°$.

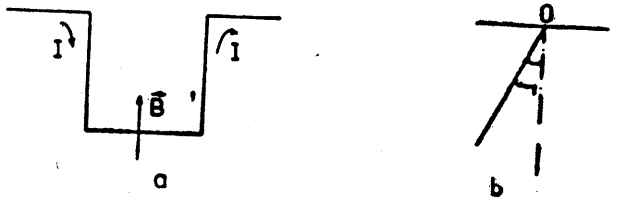


Fig. 1.187

1.188. Cadrul dreptunghiular din figura 1.188 se poate roti în jurul axei Oy şi este parcurs de un curent cu intensitatea $I=10$ A în sensul indicat.

Să se calculeze: a) forţa exercitată asupra fiecărei laturi a cadrului şi momentul cuplului de forţe necesar menţinerii lui în poziţia arătată dacă acesta se află într-un cîmp magnetic uniform de inducţie $B=0,2$ T paralel cu axa Ox; b) forţa exercitată asupra fiecărei laturi a cadrului şi momentul cuplului dacă inducţia $B=0,2$ T, este orientată paralel cu axa Oz; c) momentul forţei cînd cadrul se poate roti în jurul unei axe care trece prin centrul lui şi este paralelă cu axa Oy.

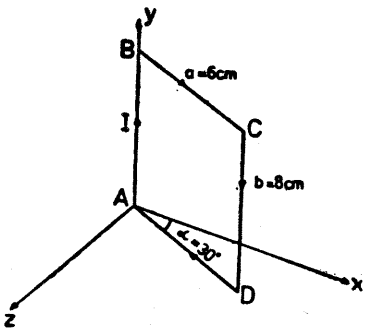


Fig. 1.188

1.189. Două conductoare liniare de lungime infinită se găsesc la distanţa d unul de celălalt în aer. Conductoarele sînt străbătute de curenţii $I_1=1$ A şi $I_2=2$ A în acelaşi sens. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat pe unitatea de lungime a conductoarelor pentru a le îndepărta la distanţa ed.

1.190. Să se calculeze forţa de interacţiune dintre două porţiuni rectilinii paralele şi egale de lungime l străbătute de curenţi avînd intensităţile I_1 şi I_2. Ce devine această forţă în cazul cînd conductoarele sînt infinit de lungi?

1.191. O spiră circulară cu diametrul de 10 cm se află într-un plan vertical, perpendicular pe liniile de forţă ale unui cîmp magnetic caracterizat prin inducţia $B=10$ mT. Spira este rotită cu un unghi $\alpha=\frac{\pi}{2}$. Să se determine sarcina electrică indusă în spiră dacă rezistenţa spirei şi a galvanometrului înseriat cu ea este $R=2\ \Omega$

1.192. Un inel conductor montat pe o axă care trece prin centrul său este perpendicular pe liniile unui cîmp magnetic omogen (fig. 1.192). Inducţia cîmpului începe să crească. Să se găsească poziţiile posibile de echilibru ale inelului şi să se arate poziţia de echilibru stabil. Ce se întîmplă dacă intensitatea cîmpului descreşte?

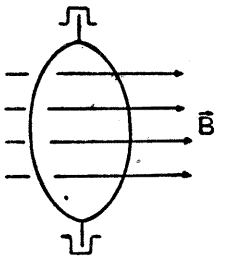


Fig. 1.192

1.193. Un disc metalic izolat cu raza $r=250$ mm se roteşte în jurul unui ax ce trece prin centrul său cu o turaţie $n=1\,000$ rot/min. Să se calculeze diferenţa de potenţial ce se creează între centrul său şi margine: a) în lipsa unui cîmp magnetic; b) în prezenţa unui cîmp magnetic uniform perpendicular pe disc şi avînd inducţia $B=10^{-2}$ T. ($e=1,6\cdot10^{-19}$ C, $m_e=9,1\cdot10^{-31}$ kg).

1.194. O bobină cu raza $r=4$ cm şi $N=500$ spire este plasată într-un cîmp magnetic a cărui inducţie variază în timp după legea $B=0,01\,t+2\cdot10^{-4}\,t^3$, unde B este exprimat în tesla şi t în secunde. Capetele bobinei sînt legate printr-un conductor, circuitul format avînd rezistenţa $R=500\ \Omega$. Să se calculeze: a) tensiunea electromotoare indusă în bobină; b) intensitatea curentului în circuit la momentul $t=10$ s.

1.195. Solenoidul lung din figura 1.195 este bobinat cu $n=1000$ spire pe metru și este străbătut de un curent $I=100\,t$ (A). Aria secțiunii transversale a solenoidului este $S=4$ cm². Să se calculeze tensiunea electromotoare indusă prin buclă.

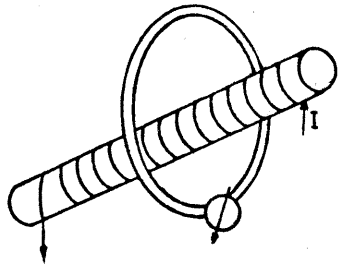


Fig. 1.195

1.196. O bară conductoare cu masa $m=200$ g și lungimea $a=10$ cm este legată pe un plan orizontal de un punct fix prin intermediul unui resort cu constanta elastică $k=500$ N/m. Toate frecările sînt neglijabile. În regiunea din spațiu în care se mișcă bara există un cîmp magnetic cu inducția $B=100$ mT orientată vertical. La momentul inițial bara este deplasată la o distanță $A=10$ cm de poziția în care resortul este netensionat și lăsată liberă.

Să se găsească expresia diferenței de potențial de la capetele barei.

1.197. Un conductor unghiular AOB cu deschiderea $\alpha=\frac{\pi}{3}$ se află într-un cîmp magnetic uniform de inducție $B=0{,}1$ T perpendicular pe planul conductorului. O bară transversală AB se deplasează perpendicular pe bisectoarea unghiului AOB cu viteza constantă $v=2$ m/s (fig. 1.197). Să se calculeze intensitatea I a curentului indus, dacă rezistența pe unitatea de lungime a circuitului format este $r=\frac{1}{3}\frac{\Omega}{\text{m}}$.

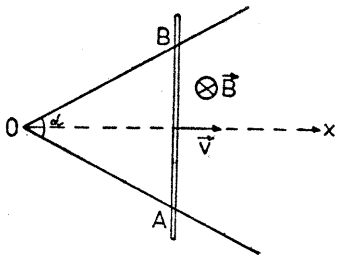


Fig. 1.197

1.198. Un conductor cu rezistența pe unitatea de lungime egală cu $R_0=0{,}1\,\Omega$ este îndoit sub forma unui semicerc (fig. 1.198). Un alt conductor AB, cu aceeași rezistență pe unitatea de lungime, se deplasează cu viteza constantă $v=1$ m/s pe semicerc. Cele două conductoare închid un contur care este așezat într-un cîmp magnetic de inducție $B=0{,}2$ T perpendicular pe suprafața conturului. Să se găsească dependența intensității curentului prin contur de unghiul α.

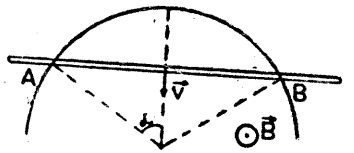


Fig. 1.198

1.199. Un contur ce are forma unui semicerc este pus în contact cu o zonă în care acționează un cîmp magnetic omogen de inducție $B=0{,}1$ T (fig. 1.199). Raza semicercului este $r=0{,}1$ m. Conturul începe să se rotească cu viteza unghiulară constantă $\omega=100$ rad/s în jurul axei O perpendiculară pe planul conturului. Rezistența electrică a conturului este $R=0{,}314\,\Omega$.

Să se calculeze căldura degajată în contur în decursul unei rotații complete.

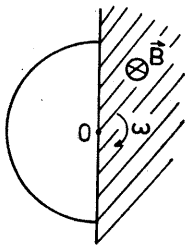


Fig. 1.199

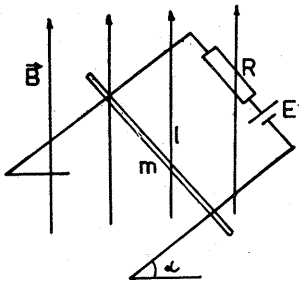


Fig. 1.200

1.200. Două șine perfect conductoare, care fac cu orizontala un unghi $\alpha=30°$, sînt conectate prin rezistența $R=2\,\Omega$ și sursa cu t.e.m. $E=4$ V și se află la distanța $l=1$ m una de alta ca în figura 1.200. Pe cele două șine alunecă o bară conductoare cu masa $m=0{,}2$ kg și cu rezistența neglijabilă. Sistemul se află într-un cîmp magnetic uniform vertical cu inducția $B=1$ T. Neglijînd frecarea se cere: a) viteza maximă atinsă de conductorul ce se mișcă pe șine; b) să se facă bilanțul puterilor.

1.201. Un conductor cu masa $m=5\cdot10^{-3}$ kg și lungimea $l=0{,}5$ m poate aluneca fără frecare de-a lungul a două bare metalice verticale AB și CD conectate prin rezistorul $R=10\,\Omega$. Sistemul se află într-un cîmp magnetic omogen cu inducția $B=1$ T perpendiculară pe planul barelor (fig. 1.201).

Cum se va mișca conductorul în cîmp gravitațional dacă rezistența sa și cea a barelor este neglijabilă.

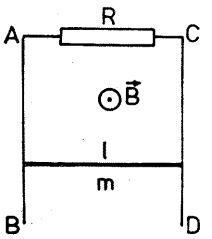


Fig. 1.201

1.202. Pe două șine paralele metalice, aflate în plan orizontal la distanța $l=1$ m una de alta, se poate deplasa fără frecare o bară omogenă conductoare. Lungimea barei este egală cu distanța dintre șine și masa sa $m=10$ kg. Cele două șine sînt legate la armăturile unui condensator cu capacitatea $C=100\,\mu$F. Întreg sistemul se află într-un cîmp magnetic omogen, a cărei inducție are vectorul orientat vertical, de modul $B=10$ T.

Să se calculeze sarcina electrică cu care se încarcă condensatorul la $\tau=1$ s de la începutul acțiunii unei forțe exterioare, aplicată în centrul barei, orientată paralel cu șinele și egală în modul cu $F=0{,}04$ N. Inițial bara se afla în repaus. Rezistența electrică a șinelor este neglijabilă.

1.203. Un conductor liniar mobil cu lungimea $l=1{,}2$ m este legat prin doi conductori de o sursă cu tensiunea electromotoare $E=24$ V și rezistența internă $r=0{,}5\ \Omega$. Conductorul mobil se deplasează într-un cîmp magnetic omogen cu inducția $B=0{,}8$ T, orientată perpendicular pe planul conductorilor (fig. 1.203). Rezistența exterioară a circuitului este $R=2{,}5\ \Omega$.

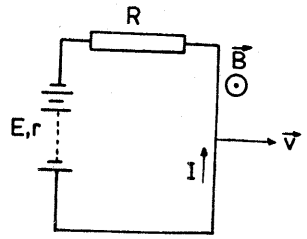


Fig. 1.203

Să se determine valorile intensității curentului prin circuit cînd viteza conductorului este $v_1=12{,}5$ m/s și $v_2=0$.

1.204. Un cadru pătrat, conductor, cu latura a, rezistența electrică R și masa m cade liber într-un cîmp magnetic. Vectorul inducției magnetice B este perpendicular pe planul cadrului, iar modulul său variază cu înălțimea față de suprafața pămîntului după legea $B(z)=B_0+kz$, unde B_0 și k sînt constante.

Să se calculeze viteza limită de cădere a cadrului.

1.205. Într-un cîmp magnetic uniform cu inducția $B=2$ T sînt plasate două conductoare care fac între ele un unghi $\alpha=45°$. Planul determinat de cele două conductoare este perpendicular pe liniile de cîmp. Un al treilea conductor, perpendicular pe unul din cele două conductoare și în contact cu ele, se deplasează cu viteza $v=1$ m/s. Conductoarele au rezistența pe unitatea de lungime egală cu $r=0{,}1\ \Omega$/m.

Să se calculeze: a) tensiunea electromotoare indusă și intensitatea curentului din circuit; b) tensiunea electromotoare indusă dacă cîmpul magnetic este produs de un curent $I_1=4$ A ce străbate un conductor foarte lung așezat perpendicular pe planul celor trei conductoare în punctul de intersecție al conductoarelor ce formează unghiul α.

1.206. O sursă de t.e.m. este conectată la două șine paralele conductoare de rezistență neglijabilă pe care se poate deplasa fără frecare o bară de masă $m_1=0{,}5$ kg și rezistența $R=1\ \Omega$. Distanța dintre șine este $d=0{,}5$ m. De mijlocul barei este legat un fir, care după ce este trecut peste un scripete susține un corp de masă $m_2=1$ kg. Bara parcurge distanța $l_0=0{,}3$ m după care pătrunde într-un cîmp magnetic uniform de inducție $B=1$ T, vectorul inducție fiind perpendicular pe planul șinelor (fig. 1.206) unde parcurge distanța $l_1=0{,}4$ m. Știind că mișcarea barei în regiunea cu cîmp magnetic se face uniform se cere: a) să se calculeze valoarea tensiunii E a sursei; b) timpul pînă cînd bara iese din cîmp magnetic; c) bilanțul puterilor cînd bara se află în cîmp magnetic.

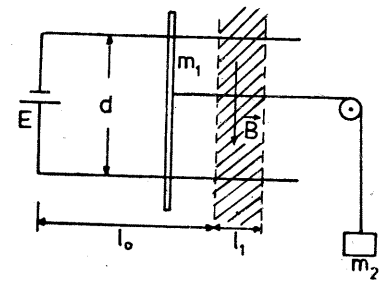


Fig. 1.206

1.207. O sursă de tensiune $E=10$ V este conectată la două conductoare paralele cu rezistența nulă plasate la distanța $l=0{,}1$ m unul de altul. Pe conductoare este așezată o bară cu masa $m=0{,}1$ kg și rezistența $R=2\ \Omega$, care se poate deplasa fără frecare. Un cîmp magnetic cu inducția $B=1$ T este perpendicular pe planul conductoarelor (fig. 1.207). Să se determine: a) valoarea limită a vitezei atinse de bară; b) expresia vitezei barei ca funcție de timp considerînd că mișcarea începe la $t=0$; c) viteza limită atinsă de bară în cazul cînd acesteia i se aplică o forță F avînd sensul invers mișcării.

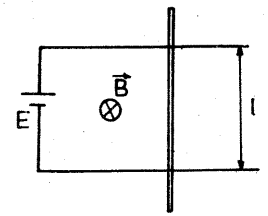


Fig. 1.207

1.208. Un inel conductor cu raza r se află într-un cîmp magnetic a cărui inducție magnetică este perpendiculară pe planul inelului și este variabilă în timp conform legii $B=kt$. Să se determine intensitatea cîmpului electric în inel.

1.209. O jumătate a unui inel conductor de rază r are rezistența R_1 și cealaltă R_2 ($R_1<R_2$). Un cîmp magnetic are vectorul inducție variabil conform legii $B=B_0+kt$ și orientat perpendicular pe suprafața inelului. Să se determine intensitatea cîmpului electrostatic din inel și să se compare cu intensitatea cîmpului electric produs de cîmpul magnetic.

1.210. O bară cu masa m se poate roti în jurul axei O alunecînd, fără frecare pe un conductor perfect circular de rază a, a cărui suprafață se află în plan vertical. Bara intersectează liniile unui cîmp magnetic de inducție B perpendiculare pe suprafața inelului conductor (fig. 1.210). Rezistența firelor este R.

Să se determine: a) legea de variație a curentului I care trece prin bară pentru ca aceasta să se rotească cu viteza unghiulară constantă ω; b) expresia tensiunii electromotoare ce asigură acest curent.

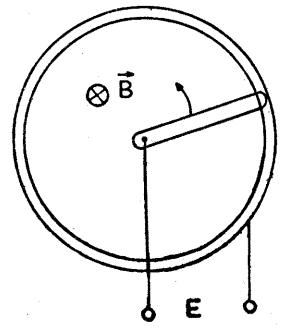


Fig. 1.210

1.211. Un circuit dreptunghiular ABCD cu laturile a și b plasat într-un cîmp magnetic omogen cu inducția B se poate roti în jurul axei OO' (fig. 1.211). Un curent continuu cu intensitatea I trece prin circuit. Să se determine lucrul efectuat de cîmpul magnetic cînd circuitul este rotit cu 180° dacă planul inițial al circuitului este perpendicular pe cîmpul magnetic.

1.212. Un rezistor cu rezistența R este conectat la două șine metalice paralele pe care se deplasează un conductor de lungime l (fig. 1.212). Viteza de deplasare a conductorului este egală cu v. Sistemul se află într-un cîmp magnetic a cărei inducție este perpendiculară pe planul șinelor și evoluează după legea $B=B_0+kt$. La momentul inițial aria *abcd* este egală cu S_0. Să se determine intensitatea curentului în circuit.

1.213. Conturul dreptunghiular $ABCD$ se deplasează în cîmpul magnetic produs de curentul I care străbate conductorul infinit lung OO' pe o direcție perpendiculară pe conductor (fig. 1.213). Să se determine mărimea și direcția curentului indus în contur dacă deplasarea conturului se face cu viteza v. Rezistența conturului este R.

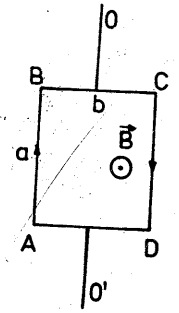


Fig. 1.211

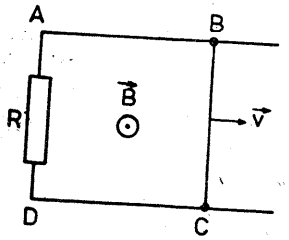


Fig. 1.212

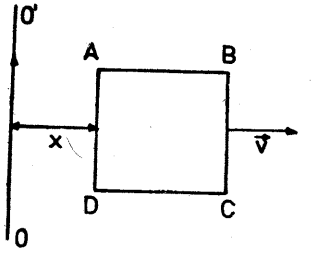


Fig. 1.213

1.214. Un conductor de masă m, lungime l și rezistență neglijabilă se poate deplasa fără frecare pe două bare conductoare paralele așezate în plan orizontal. Circuitul este închis prin rezistența R, iar planul său este perpendicular pe inducția B a unui cîmp magnetic. Conductorul primește inițial un impuls care îl pune în mișcare cu viteza v_0. Să se determine distanța parcursă de conductor pînă la oprire.

1.215. Capetele unei spire conductoare sînt legate la armăturile unui condensator. Suprafața spirei este străbătută de liniile unui cîmp magnetic cu vectorul inducție $\vec{B}$ perpendicular pe ea. Cunoscînd viteza de variație a inducției $\frac{dB}{dt}=5\cdot10^{-2}$ T/s și aria spirei $S=200$ cm² să se determine sarcina condensatorului cu capacitatea $C=10^{-4}$F.

1.216. Un cadru pătrat conductor este așezat într-un cîmp magnetic variabil în timp cu inducția $B=a_0t$ orientată perpendicular pe planul cadrului. Să se găsească cum se modifică intensitatea curentului printr-un bec legat în conturul conductor dacă din pătratul inițial se fac două pătrate cu laturile în raport egal cu k.

1.217. Un fir rigid îndoit sub forma unui semicerc de rază r este rotit cu viteza unghiulară ω într-un cîmp magnetic uniform de inducție B (fig. 1.217).

Să se calculeze amplitudinea tensiunii electrice induse și a curentului indus în circuit dacă rezistența aparatului de măsură este R, iar a restului circuitului este nulă.

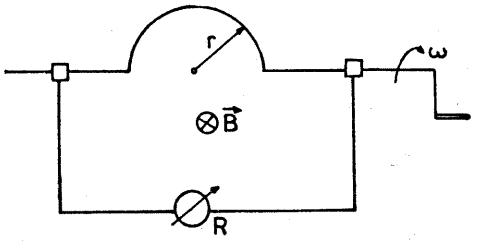


Fig. 1.217

1.218. O bară metalică, de lungime l și masă M se află pe o masă orizontală. La mijlocul barei este legat un fir de masă neglijabilă care este trecut peste un scripete fixat la marginea mesei, iar la celălalt capăt este legat de un corp cu masa m. Cunoscînd coeficientul de frecare dintre bară și masă μ și componenta verticală a inducției magnetice terestre să se determine diferența de potențial care poate apărea între capetele barei după timpul t de la începerea mișcării.

1.219. Pe două bare orizontale conductoare este așezată o tijă metalică de masă $m=50$ g (fig. 1.219). Coeficientul de frecare dintre bare și tijă este $\mu=0{,}15$. Barele sînt legate prin rezistorul cu rezistența $R=5\ \Omega$. Sistemul se află într-un cîmp magnetic de inducție $B=At$, unde $A=5$ T/s, orientat perpendicular pe suprafața închisă de bare și tijă.

Să se calculeze momentul de timp în care tija începe să se deplaseze pe bare.

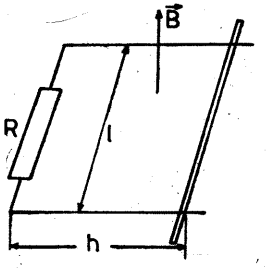


Fig. 1.219

Se cunosc $l=1$ m, $h=0{,}3$ m, iar rezistențele tijei și barelor sînt neglijabile.

1.220. Un conductor cu masa $m=10^{-2}$ kg și lungimea $l=2\cdot10^{-1}$ m se poate mișca fără frecare în lungul a două bare metalice paralele așezate într-un plan orizontal și legate la capetele alăturate printr-un condensator $C=10$ nF. Sistemul este așezat într-un cîmp magnetic omogen a cărui inducție $B=0{,}1$ T este orientată vertical în sus. O forță $F=10^{-2}$ N se aplică la mijlocul conductorului perpendicular pe el și

paralel cu barele. a) Să se determine accelerația conductorului dacă rezistența barelor se neglijează; b) Considerînd că viteza inițială a conductorului este nulă să se facă bilanțul puterilor.

1.221. O bară perfect conductoare, de masă $m=0{,}1$ kg, alunecă fără frecare pe două șine perfect conductoare, paralele, aflate la distanța $l=0{,}5$ m una de alta și înclinate cu un unghi $\alpha=\frac{\pi}{6}$ rad față de planul orizontal. Capetele superioare ale șinelor sînt legate între ele printr-un condensator de capacitate $C=4$ mF. Planul șinelor este străbătut de un cîmp magnetic de inducție $B=200$ mT, paralel cu planul orizontal (fig. 1.221). Să se calculeze accelerația barei ($g=10$ m/s^2).

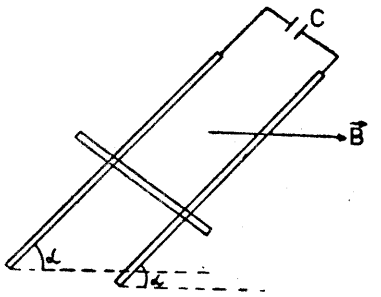


Fig. 1.221

1.222. Un conductor de lungime $l=0{,}30$ m cu rezistența $r=1{,}0\ \Omega$ se deplasează pe două bare conductoare cu viteza $v=5$ m·s^{-1} normal la un cîmp magnetic cu inducția $B=0{,}4$ T. Barele sînt legate la capete prin rezistențele $R_1=3\ \Omega$ și $R_2=6\ \Omega$ (fig. 1.222). a) Să se determine curentul din conductorul care se mișcă precum și prin rezistențele R_1 și R_2; b) Să se determine puterea mecanică necesară deplasării conductorului. Frecarea se consideră neglijabilă.

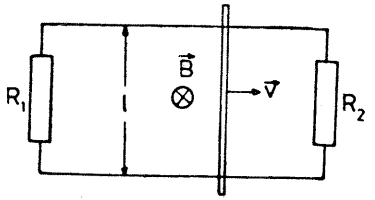


Fig. 1.222

1.223. Să se calculeze intensitatea curenților ce apar în circuitul din figura 1.223 dacă acesta este așezat într-un cîmp magnetic de inducție $B=At$ perpendicular pe suprafața circuitului, iar conductoarele au rezistență pe unitatea de lungime egală cu R_0.

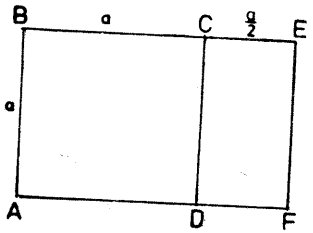


Fig. 1.223

1.224. În figura 1.224 conductorul AB se deplasează cu viteza constantă v. Să se calculeze: a) intensitatea curentului prin conturul ABCD; b) forța necesară pentru a menține constantă viteza v; c) puterea consumată pentru deplasarea conductorului AB. Toate mărimile indicate în figura 1.224 se consideră cunoscute. La momentul inițial AB este lipit de CD.

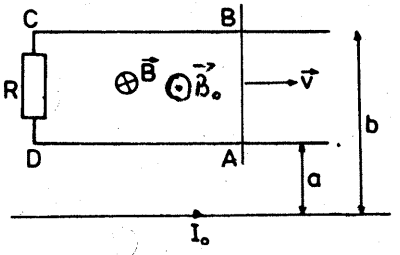


Fig. 1.224

1.225. Prin conductorul AB din figura 1.225 trece un curent $I=2t$ (A). Cadrul alăturat este un pătrat cu latura $a=0{,}2$ m, distanța dintre conductor și cadru fiind $b=0{,}1$ m. Să se calculeze: a) inducția magnetică B la distanța r de conductor ($b \leqslant r \leqslant a+b$); b) tensiunea electromagnetică indusă în cadru.

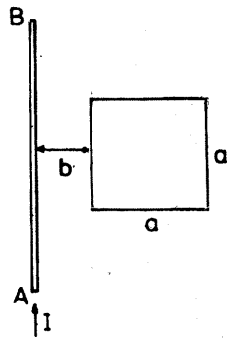


Fig. 1.225

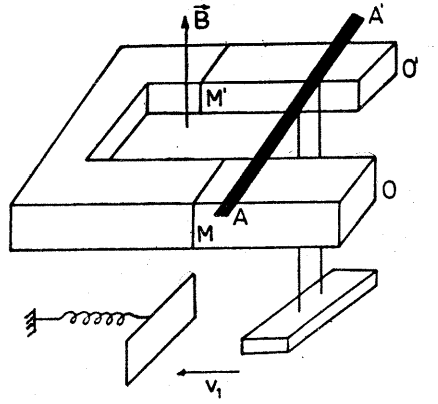


Fig. 1.226

1.226. Un corp cu masa $m=3{,}18$ kg avînd viteza $v_1=10$ m/s ciocnește plastic o placă de masă neglijabilă plasată perpendicular pe direcția mișcării și prinsă de un resort cu constanta elastică $k=93{,}75$ N/m. Simultan bara conductoare AA' — suspendată deasupra corpului după o direcție perpendiculară pe cea a mișcării (fig. 1.226) face contact cu capetele OO' a două șine metalice paralele cu direcția de mișcare, deasupra cărora alunecă în continuare. În regiunea șinelor acționează perpendicular pe planul lor, un cîmp magnetic omogen de inducție $B=1$ T. Șinele sînt unite la capătul opus lui OO' printr-o altă șină metalică; rezistențele electrice ale tuturor conductoarelor cu excepția porțiunilor MO și $M'O'$ de șină sînt neglijabile. Frecările între bară și șine sînt, de asemenea, neglijabile.

Bara conductoare AA' parcurge porțiunea OM după legea $AO=MO \sin(\pi t/2t')$, unde t' este timpul socotit de la trecerea prin OO' după care bara își schimbă sensul de mișcare. Știind că $MO=M'O=a=1{,}59$ m și că $OO'=l=1$ m să se calculeze: a) energia W cedată elementelor de circuit OA, $O'A'$ prin efect Joule-Lentz în cursul deplasărilor barei mobile de la poziția OO' la MM'; b) timpul t' cît mai înaintează corpul de la atingerea șinelor; c) intensitatea curentului indus în bară în momentul atingerii poziției MM'; d) variația rezistenței R a unei porțiuni AN de șină cu distanța OM (N fiind un punct interior zonei OM); e) viteza v_2 atinsă de corp la ieșirea din spațiul șinelor și căldura totală Q degajată prin efect Joule-Lentz în cursul mișcării; f) În ce condiții bara va reveni spre capătul OO' al șinelor?

1.227. O bobină cu lungimea $l=0{,}5$ m și diametrul $d=8$ cm are $N=500$ spire. Peste această bobină se înfășoară strîns o altă bobină cu $N_1=20$ spire. A doua bobină este așezată la mijlocul primeia. Bornele bobinei a doua sînt legate la un galvanometru. Rezistența totală a bobinei, galvanometrului și a conductoarelor de legătură este $R=25\ \Omega$. Să se calculeze sarcina electrică care trece prin galvanometru cînd intensitatea curentului prin prima bobină scade brusc de la valoarea $I_1=3$ A la valoarea $I_2=1$ A.

1.228. Prin variația intensității curentului de la valoarea $I_1=2{,}5$ A la valoarea $I_2=14{,}5$ A printr-un solenoid fără miez, format din $N=8000$ spire, fluxul magnetic printr-o spiră crește cu $\Delta\Phi=2{,}4\cdot10^{-3}$ Wb. Să se calculeze tensiunea electromotoare de autoinducție ce apare în solenoid dacă variația intensității curentului are loc într-un interval de timp $\Delta t=0{,}15$ s și lungimea solenoidului dacă raza spirei este $r=5$ cm.

1.229. Dintr-un conductor de cupru de lungime $l=1250$ m se construiește o bobină cu lungimea $l_1=50$ cm așezînd spirele într-un strat una lîngă alta. Rezistența electrică a conductorului este $R=2\ \text{k}\Omega$ ($\rho_{0Cu}=2\cdot10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}$). Să se calculeze: a) numărul de spire al bobinei; b) inducția magnetică pe axa bobinei dacă aceasta este străbătută de un curent de intensitate $I=10$ A; c) inductanța bobinei ($\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ H/m).

1.230. Printr-un solenoid cu lungimea inițială de 1 m, care are 2000 spire cu diametrul de 10 cm, trece un curent cu intensitatea de 1 A. Lungimea solenoidului crește cu viteza $v=40$ cm/s, astfel încît diferența de potențial de la capetele înfășurării are o variație continuă pentru a se păstra un curent constant. Să se determine cu cît a variat diferența de potențial în momentul cînd lungimea solenoidului s-a dublat.

1.231. Întrerupînd curentul printr-un solenoid acul unui galvanometru balistic conectat la solenoid străbătut de curentul indus indică 5 diviziuni. Rezistența solenoidului este $R_1=60\ \Omega$. Apoi același curent străbate un al doilea solenoid cu rezistența $R_2=70\ \Omega$. La întreruperea curentului acul galvanometrului arată 9 diviziuni. Neglijînd rezistența galvanometrului să se determine raportul inductanțelor solenoizilor $\frac{I_2}{L_1}$.

1.232. O bobină cu rezistența R și inductanța L se află într-un cîmp magnetic variabil. La o variație a fluxului magnetic cu $\Delta\Phi$ îi corespunde o variație a curentului din bobină cu ΔI. Să se determine mărimea sarcinii care a trecut prin bobină.

1.233. În circuitul din figura 1.233 $L_1=0{,}04$ H și $L_2=0{,}02$ H. La un anumit moment curentul prin L_1 este $I_1=0{,}2$ A și crește cu o viteză de 10 A/s, iar curentul prin L_2 este $I_2=0{,}04$ A și crește cu viteza de 20 A/s. Să se determine valoarea rezistenței R.

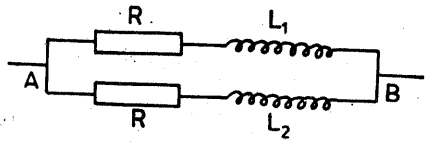


Fig. 1.233

1.234. Două bobine de inducție L_1 și L_2 sînt conectate prin întrerupătoarele K_1 și K_2 la o sursă de tensiune cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r (fig. 1.234). La momentul inițial ambele întrerupătoare sînt deschise. După închiderea întrerupătorului K_1 cînd curentul din bobina L_1 atinge valoarea I_0 se închide și întrerupătorul K_2. Să se calculeze curenții prin cele două bobine după închiderea întrerupătorului K_2. Rezistențele celor două bobine sînt neglijabile.

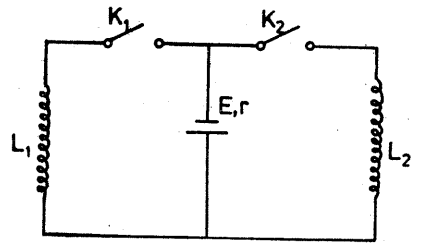


Fig. 1.234

1.235. În interiorul unui solenoid de lungime $l=20$ cm, constituit din $N=400$ spire, se află o bobină scurtă alcătuită din $N_2=10$ spire cu secțiunea $S=2$ cm^2 la extremitatea unei balanțe (fig. 1.235). Lungimea brațului drept al balanței este $L=15$ cm, iar greutatea bobinei este echilibrată de cea a platanului balanței.

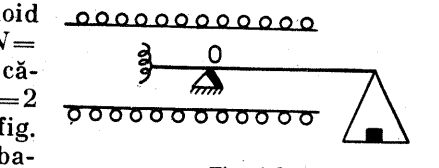


Fig. 1.235

Dacă prin înfășurarea bobinei și a solenoidului trece un curent de intensitate I, balanța este echilibrată dacă pe taler se așază o masă $m=10^{-3}$ g. Să se determine valoarea intensității I.

1.236. Asupra unei spire conductoare de rază $r=0{,}1$ m aflată într-un cîmp magnetic acționează momentul mecanic $M=13\cdot10^{-6}$ N·m. Cunoscînd că intensitatea curentului în spiră este $I=4$ A să se determine inducția B a cîmpului magnetic în care se află spira.

1.237. Armăturile unui condensator plan sînt două discuri de rază r_0, distanța dintre ele fiind d, iar mediul aer. Sarcinile de pe armături sînt q_0 și $-q_0$. La momentul de timp $t=0$ centrele discurilor sînt legate între ele printr-un fir de rezistență R (fig. 1.237). Să se determine: a) Sarcina de pe fiecare armătură în funcție de timp; b) Inducția magnetică la distanța r de fir și la un moment oarecare de timp.

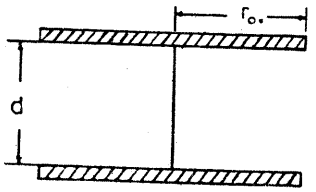


Fig. 1.237

Mișcarea particulelor încărcate electric în cîmpuri electrice și magnetice

1.238. Un electron se deplasează pe o traiectorie circulară de rază $r=1{,}2$ cm, perpendiculară pe un cîmp magnetic uniform. Viteza electronului este $v=10^6$ m/s. Să se calculeze: a) fluxul magnetic care străbate traiectoria circulară; b) intensitatea curentului cu care poate fi asimilat electronul în mișcarea sa ($e=1{,}6\cdot10^{-19}$ C, $m=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg).

1.239. Un fascicul de electroni pătrunde într-un cîmp magnetic uniform perpendicular pe vectorul inducție magnetică B. Lungimea regiunii cu cîmp magnetic este l. Să se determine valoarea maximă a vitezei electronilor pentru care aceștia nu ajung de cealaltă parte a regiunii.

1240. Într-un cîmp magnetic cu inducția $B=0{,}1$ T se mișcă un electron pe o traiectorie circulară. Să se determine intensitatea I a curentului circular echivalent electronului în mișcare.

1.241. Un fascicul de protoni străbate o zonă cu un cîmp magnetic omogen cu inducția $B=0{,}1$ T. Direcția vectorului B este perpendiculară pe direcția vitezei protonilor. În acest cîmp protonii formează un arc de cerc cu raza $r=0{,}2$ m și cad pe o țintă legată la pămînt. Să se calculeze căldura disipată în țintă în unitatea de timp. Curentul electric format de protoni are intensitatea $I=0{,}1$ mA, iar sarcina specifică a protonului este egală cu $\frac{e}{m}=10^8$ C/kg.

1.242. După traversarea unei diferențe de potențial acceleratoare $U=3{,}52\cdot10^3$ V un electron parcurge o zonă cu un cîmp magnetic omogen de inducție $B=0{,}01$ T. Electronul pătrunde în zona cu cîmp magnetic perpendicular pe direcția liniilor de cîmp și descrie un cerc cu raza $R=0{,}02$ m.

Să se calculeze sarcina specifică $\frac{e}{m}$ a electronului.

1.243. Dintr-un tun electronic cu tensiunea acceleratoare $U=600$ V iese un electron ce pătrunde într-un cîmp magnetic cu inducția $B=1{,}2$ T. Liniile cîmpului magnetic formează un unghi $\alpha=30°$ cu direcția vitezei electronului. Să se calculeze accelerația electronului în cîmp magnetic. Pentru electron, $\frac{e}{m}=1{,}76\cdot10^{11}$ C/kg.

1.244. Un electron pătrunde într-un cîmp magnetic viteza sa făcînd un unghi de 60° cu vectorul $\vec{B}$. În continuare electronul se mișcă pe o spirală cu diametrul de 0,1 m și perioada de $6\cdot10^{-5}$ s. Să se determine viteza electronului, inducția magnetică și pasul spiralei. Se cunosc masa electronului $m_e=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg și sarcina $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

1.245. O particulă α pătrunde perpendicular într-un domeniu cu un cîmp magnetic omogen, de inducție $B=0{,}1$ T (fig. 1.245). Lățimea domeniului este $h=0{,}1$ m.

Să se calculeze viteza inițială a particulei dacă după traversarea domeniului cu cîmp magnetic ea a fost deviată cu un unghi $\varphi=30°$ față de direcția sa inițială. Pentru particula α, $\frac{q}{m}=0{,}5\cdot10^8$ C/kg.

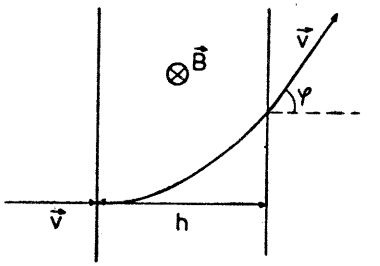


Fig. 1.245

1.246. Un fascicul de electroni accelerat într-un cîmp electrostatic sub o diferență de potențial $U=1$ kV pătrunde într-un cîmp magnetic uniform de inducție $B=0{,}1$ T perpendicular pe liniile cîmpului. Fasciculul străbate prin cîmp o distanță $l=10$ cm măsurată pe direcția vitezei inițiale. Să se calculeze deviația față de direcția inițială a fasciculului la ieșirea din cîmpul magnetic. Masa electronului este $m=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg, iar sarcina lui este $e=-1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

1.247. Un solenoid cu o lungime $l=0{,}3$ m are $N=1000$ spire. Cîmpul magnetic în interiorul solenoidului se consideră uniform pe toată lungimea sa. Un electron care este accelerat în vid la o diferență de potențial $U=500$ V pătrunde în solenoid pe axa sa, făcînd cu aceasta un unghi $\theta=5°$. Să se determine: curentul minim prin solenoid pentru ca electronul să iasă din solenoid tot pe axă.

1.248. Un electron se deplasează printr-un cîmp magnetic omogen. În punctul A el are viteza v care face un unghi α cu direcția inducției cîmpului magnetic B (fig. 1.248).

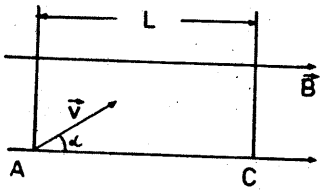


Fig. 1.248

Să se calculeze valoarea modulului inducției magnetice B astfel încît electronul să treacă prin punctul C aflat la distanța L de punctul A pe direcția liniilor de cîmp magnetic. Se cunosc sarcina electronului e și masa sa m.

1.249. Pentru focalizarea unui fascicul de electroni accelerați la o diferență de potențial U și care se propagă în limitele unui con îngust se utilizează un cîmp magnetic uniform ale cărui linii sînt paralele cu axa fasciculului (fig. 1.249). Să se determine valoarea inducției magnetice B pentru care fasciculul este focalizat pe un ecran așezat la distanța l față de tunul electronic. Se cunoaște sarcina specifică a electronului e/m.

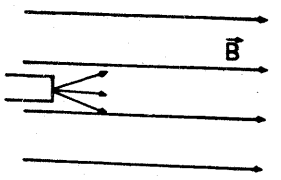


Fig. 1.249

1.250. Ionii a doi izotopi ai potasiului cu masele $m_1=39\,\mu$ și $m_2=41\,\mu$ ($1\,\mu=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg) după ce sînt accelerați într-o diferență de potențial de 500 V pătrund într-o zonă cu inducția magnetică $B=0{,}16$ T, perpendiculară pe direcția vitezei ionilor.

Să se determine cu cît diferă razele traiectoriilor izotopilor în cîmp magnetic, dacă mișcarea are loc în vid și sarcina fiecărui ion este egală cu $q=1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

1.251. Într-un spectometru de masă Bainbridge distanța dintre fanta de ieșire a selectorului de viteze F_1 și fanta de intrare a detectorului de ioni monovalenți F_2 (fig. 1.251) este $l=400$ mm, iar inducțiile magnetice ale cîmpurilor $B=B'=50$ mT. Variind lent intensitatea

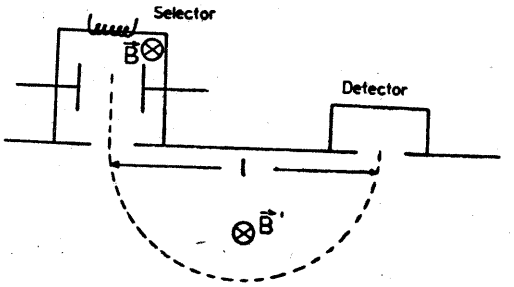


Fig. 1.251

cîmpului electric al selectorului se observă maxime ale curentului ionic din detector pentru valorile intensității cîmpului electric $E_1=120$ V/cm și $E_2=160$ V/cm. Să se determine masele atomice ale ionilor și să se indice cărui element chimic îi corespund.

1.252. Doi ioni monovalenți accelerați la aceeași diferență de potențial pătrund într-un cîmp magnetic uniform perpendicular pe liniile inducției magnetice. Unul dintre ioni, cu masa $m_1=12\,\mu$, descrie un arc de cerc cu raza $R_1=4$ cm. Să se determine masa m_2 a celuilalt ion care descrie un arc de cerc cu raza $R_2=6$ cm.

1.253. Două particule identice cu sarcinile q și masele m pătrund simultan din același punct și în aceeași direcție perpendicular pe liniile cîmpului magnetic de inducție B. Să se scrie dependența de timp a distanței dintre particule dacă vitezele celor două particule au valorile v_1 și v_2.

1.254. O particulă cu masa m și sarcina electrică q pozitivă are viteza inițială v_0 orientată de-a lungul axei Ox. La momentul inițial ea se află la distanța a față de originea axelor de coordonate (fig. 1.254). Particula se află sub acțiunea unui cîmp magnetic uniform B_0 dirijat de-a lungul axei Oz și a unei sarcini electrice negative $-Q$ aflată în originea sistemului de coordonate.

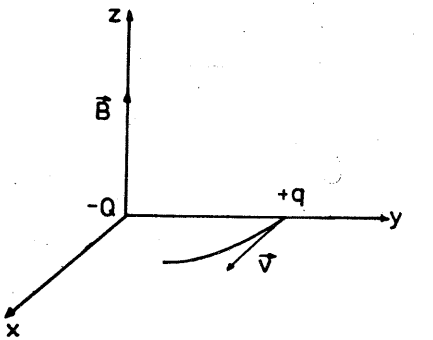


Fig. 1.254

a) Să se calculeze valoarea B_0 a inducției cîmpului magnetic în așa fel încît particula să descrie un cerc cu raza a.

b) Să se arate că modulul vitezei depinde doar de distanța r la care se află sarcina q de origine, dacă $B\neq B_0$.

1.255. Printr-o bandă metalică de lățime $AB=a$ trece un curent cu intensitatea I. Banda se află într-un cîmp magnetic al cărui vector inducție este perpendicular pe ea (fig. 1.255). Cunoscînd masa atomică a metalului A, densitatea sa ρ, secțiunea S, numărul lui Avogadro N_A precum și sarcina electronului e se cere diferența de potențial dintre punctele A și B.

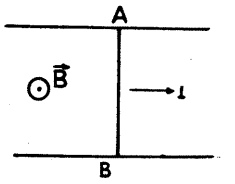


Fig. 1.255

1.256. Un fascicul de electroni monocinetici (cu aceeași viteză) traversează spațiul dintre armăturile unui condensator plan. Distanța dintre armături este $d=2{,}4$ cm (fig. 1.256). Viteza electronilor este

orientată paralel cu armăturile. În condensator acționează și un cîmp magnetic cu inducția $B=6{,}2\cdot10^{-4}$ T orientat ca în figura 1.256, adică după o direcție perpendiculară pe viteza electronilor.

Cînd condensatorul nu este alimentat electronii se deplasează pe cercuri cu raza $r=1{,}8$ cm.

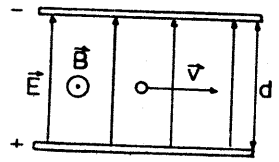


Fig. 1.256

Dacă se aplică pe condensator tensiunea $U=29{,}3$ V, electronii se deplasează paralel cu armăturile (nu sînt deviați de la direcția inițială).

Să se calculeze sarcina specifică a electronilor și masa electronului dacă sarcina sa este $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

1.257. Un electron pătrunde într-un condensator plan cu viteza $v_0=2\cdot10^7$ m/s, paralel cu armăturile acestuia. Lungimea condensatorului este $l=10$ cm, iar intensitatea cîmpului electric dintre plăcile condensatorului este $E=200$ V/cm. La ieșirea din condensator electronul intră într-un cîmp magnetic ale cărui linii de forță sînt perpendiculare pe cele ale cîmpului electric (fig. 1.257). Inducția cîmpului magnetic este $B=2\cdot10^{-2}$ T. Să se calculeze raza traiectoriei electronului în cîmpul magnetic.

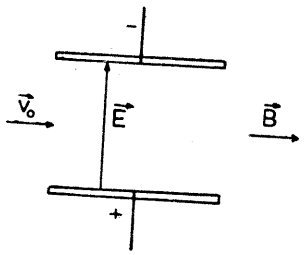


Fig. 1.257

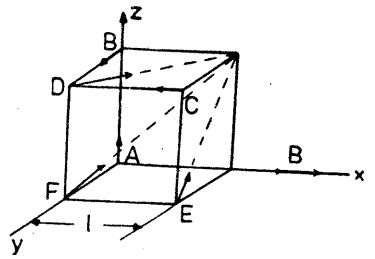


Fig. 1.258

1.258. În vîrfurile $ABCDEF$ ale unui cub se găsește cîte o sarcină electrică q (fig. 1.258) ce se deplasează cu viteza $\vec{v}$ după direcțiile indicate. Cubul se află într-un cîmp magnetic de inducție $\vec{B}$ paralel cu axa Ox.

Să se calculeze forțele ce acționează asupra acestor sarcini.

1.259. O particulă încărcată se mișcă pe un cerc de rază $R=1$ cm într-un cîmp magnetic uniform cu inducția $B=0{,}1$ T. Paralel cu liniile de cîmp magnetic se aplică un cîmp electric cu intensitatea $E=50\ \frac{V}{m}$. Să se determine intervalul de timp Δt în care trebuie aplicat cîmpul electric pentru a dubla energia particulei.

1.260. Un lichid cu permitivitatea dielectrică ε curge între armăturile izolate ale unui condensator plan cu viteza $\vec{v}$. Perpendicular pe viteza $\vec{v}$ și paralel cu armăturile se aplică un cîmp magnetic cu inducția $\vec{B}$. Distanța dintre armăturile condensatorului este d. Să se determine diferența de potențial care apare între armături.

1.261. Pe un plan orizontal izolator se rostogolește un inel încărcat electric cu sarcina q și avînd masa m. După conectarea unui cîmp magnetic orientat orizontal și perpendicular pe planul inelului, avînd inducția $\vec{B}$, forța de apăsare a inelului pe suprafața orizontală scade la jumătate. Să se calculeze viteza de rostogolire a inelului.

Curent alternativ

1.262. Un cadru dreptunghiular cu aria suprafeței $S=100$ cm^2 este bobinat cu 20 de spire de rezistență neglijabilă. Cadrul se rotește uniform în jurul axului său de simetrie într-un cîmp magnetic uniform de inducție $B=1$ T, perpendicular pe axul său de rotație. La bornele cadrului se conectează un bec cu o putere de 12 W și de tensiune $U_b=12$ V în serie cu o bobină cu rezistența $R_L=10\ \Omega$ și inductanța $L=0{,}1$ H. Se cere să se determine numărul de rotații pe secundă pentru ca becul să funcționeze la valorile nominale de putere și tensiune.

1.263. O bobină are rezistența $R=20\ \Omega$. La frecvența de 100 Hz tensiunea în bobină este în avans față de intensitatea curentului cu 30°. Să se determine inductanța bobinei.

1.264. Un circuit serie format dintr-o bobină și un condensator este alimentat de la un generator de curent alternativ cu tensiunea $U=120$ V, și frecvența $\nu=50$ Hz. Cunoscînd valoarea curentului prin circuit $I=12$ A și factorul de calitate al circuitului $Q=4{,}47$ să se determine: a) valorile inductanței și capacității dacă alimentînd bobina în curent continuu cu o tensiune $U_0=100$ V prin aceasta trece un curent $I_0=10$ A; b) valoarea tensiunii la bornele condensatorului la rezonanță.

1.265. O bobină cu diametrul mediu de 10 cm, formată din $N=100$ spire, se poate roti, cu viteza de 100 rotații pe secundă, în jurul unui ax ce trece prin centrul său, normal pe generatoare. Capetele firului sînt fixate la două inele situate pe ax. Bobina se rotește într-un cîmp magnetic de inducție $B=0{,}2$ T, liniile de cîmp fiind normale pe axul de rotație.

Circuitul fiind închis și avînd rezistența totală $R=10\ \Omega$, iar inductanța bobinei fiind $L=0{,}1$ H să se calculeze: a) tensiunea electromotoare de inducție; b) defazajul dintre curent și tensiune; c) valoarea eficace a intensității curentului indus; d) valoarea capacității intro-

dusă în partea fixă a circuitului pentru a se obține fenomenul de rezonanță.

1.266. O bobină are reactanța de 25 Ω și produce căldură cu viteza de 10 $J \cdot s^{-1}$, cînd prin ea trece un curent cu intensitatea de 0,5 A. Să se calculeze impedanța bobinei.

1.267. Un circuit de curent alternativ este alcătuit dintr-o bobină și un condensator înseriate. Știind că $U_C = \frac{1}{2} U_B$ să se determine: a) defazajul la bornele bobinei; b) defazajul la bornele circuitului.

1.268. La bornele circuitului din figura 1.268 se aplică o tensiune constantă. Să se arate modul în care se schimbă strălucirea becului dacă: a) capacitatea condensatorului crește; b) frecvența curentului alternativ crește.

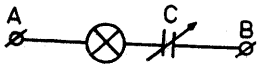


Fig. 1.268

1.269. În figura 1.269 este prezentată diagrama vectorială a unui circuit serie. Să se arate ce fenomen este descris prin această diagramă.

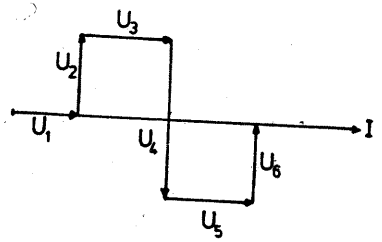


Fig. 1.269

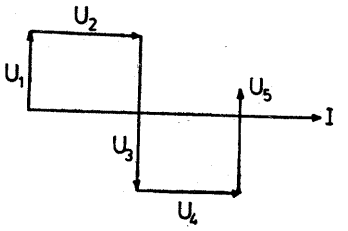


Fig. 1.270

1.270. În figura 1.270 este prezentată diagrama vectorială a unui circuit serie de curent alternativ. Să se determine: a) schema electrică a circuitului; b) impedanța circuitului; c) factorul de putere al circuitului.

1.271. În figura 1.271 este prezentată diagrama fazorială a unui circuit de curent alternativ. a) Să se arate care este schema electrică a circuitului; b) Să se scrie expresia intensității electrice a curentului din circuit în funcție de elementele circuitului, tensiunea la borne și frecvența ν; c) cunoscînd defazajele φ_1 și φ_2 față de curentul din circuit ale tensiunilor U_3 și U_4 să se determine defazajul curent-tensiune al circuitului.

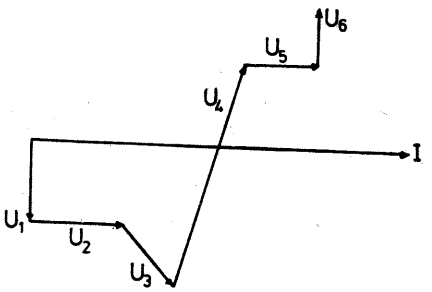


Fig. 1.271

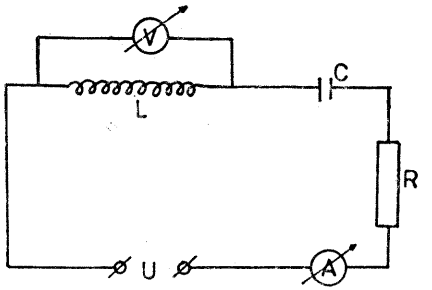


Fig. 1.272

1.272. În circuitul din figura 1.272 tensiunea la borne este $U = 220$ V, iar frecvența $\nu = 50$ Hz. Rezistența activă a circuitului este $R = 22\ \Omega$, iar inductivitatea $L = 0{,}318$ H. Capacitatea sa variază astfel încît voltmetrul montat în paralel pe bobină să arate tensiune maximă. Să se determine indicația U_1 a voltmetrului și curentul prin ampermetru în acest caz. Rezistența ampermetrului se neglijează, iar cea a voltmetrului se consideră infinită.

1.273. Un circuit absoarbe 110 VA de la o rețea de curent alternativ de 220 V și 50 Hz. Factorul de putere este 0,6, iar intensitatea este defazată în urma tensiunii. a) Să se determine capacitatea condensatorului care trebuie montat în serie pentru a se obține un factor de putere egal cu unitatea; b) Să se calculeze puterea absorbită de circuit de la linia de alimentare.

1.274. Într-un circuit serie RL, $R = 3\ \Omega$, $L = \frac{4}{100\,\pi}$ H, $U = 100$ V și $\nu = 50$ Hz. Să se calculeze valorile momentane ale curentului i și tensiunilor u_R și u_L.

1.275. Într-un circuit serie RLC tensiunea instantanee a generatorului poate fi scrisă sub forma:

$$u = \sqrt{2}\left[25 \sin\left(100\,\pi t + \frac{\pi}{6}\right) - 10 \sin 100\,\pi t + 15 \cos 100\,\pi t\right].$$

Să se calculeze valoarea efectivă a tensiunii și defazajul dintre curent și tensiune în circuit.

1.276. Într-un circuit serie RLC, rezistorul are rezistența $R = 250\ \Omega$, bobina are inductanța $L = 0{,}5$ H, iar condensatorul capacitatea $C = 0{,}02\ \mu$F. Să se calculeze: a) frecvența de rezonanță a circuitului; b) tensiunea efectivă maximă pe care o poate avea generatorul la borne, la frecvența de rezonanță, dacă condensatorul poate suporta o tensiune maximă $U_C = 350$ V.

1.277. O bobină și un condensator sînt înseriate la bornele circuitului aflîndu-se un generator de tensiune constantă $U = 52$ V și frecvență variabilă. Măsurînd tensiunile eficace pe bobină și condensator se găsește $U_b = 30$ V și $U_C = 60$ V la o frecvență ν. Valoarea ten-

siunii pe condensator la frecvența de rezonanță $\nu_0=159{,}2$ Hz este $U_{C_0}=520$ V, iar curentul din circuit este $I=5{,}2$ A. Se cere să se determine: a) defazajul dintre curent și tensiune la bornele bobinei și la bornele circuitului; b) valorile elementelor circuitului; c) frecvența tensiunii alternative în cazul a).

1.278. Un circuit serie este format dintr-o bobină și un condensator. La rezonanță puterea activă a circuitului este $P=25$ W, valoarea tensiunii la bornele condensatorului $U_{C_0}=500$ V, iar valoarea tensiunii la bornele circuitului $U=5$ V. Să se determine: a) rezistența precum și reactanțele circuitului la rezonanță; b) factorul de putere al circuitului dacă valoarea frecvenței se dublează iar tensiunea la borne se menține constantă.

1.279. În circuitul din figura 1.279, $U=50$ V, $U_L=40$ V, $U_R=40$ V, $R=80\Omega$, $\nu=200$ Hz. Să se calculeze inductanța bobinei și cele două valori ale capacității corespunzătoare regimului dat.

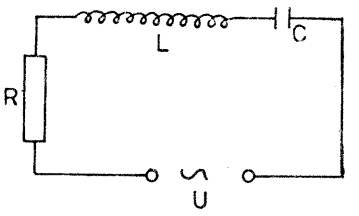


Fig. 1.279

1.280. Prin legarea unei bobine într-un circuit de curent continuu cu tensiunea la borne $U=12$ V un ampermetru aflat în circuit indică valoarea $I_1=4$ A. Prin legarea aceleași bobine într-un circuit de curent alternativ cu frecvența de 50 Hz și tensiunea la borne de 12 V ampermetrul indică un curent $I_2=2{,}4$ A. Să se calculeze: a) inductanța bobinei; b) puterea activă a circuitului dacă se leagă în serie un condensator cu capacitatea $C=394\ \mu$F.

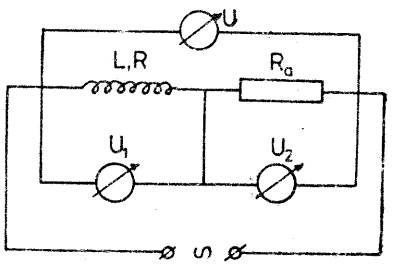


Fig. 1.281

1.281. În circuitul din figura 1.281 puterea absorbită în curent alternativ de către o bobină cu inductanța L și rezistența R este $P=211$ W. Să se calculeze valoarea rezistenței R_a dacă: $U_1=61$ V, $U_2=50$ V și $U=220$ V.

1.282. În circuitul din figura 1.282 instrumentele indică valorile $U_1=30$ V, $U_2=40$ V, $U=60$ V, $I=0{,}4$ A, $\varphi=55°$ ($\cos\varphi=0{,}573$). Să se calculeze parametrii bobinelor (L, R) dacă frecvența sursei este egală cu $\nu=400$ Hz.

1.283. Un circuit serie RLC cu $R=1$ kΩ, $L=0{,}4$ H și $C=0{,}2\ \mu$F este alimentat de la un generator de tensiune alternativă cu frecvența variabilă.

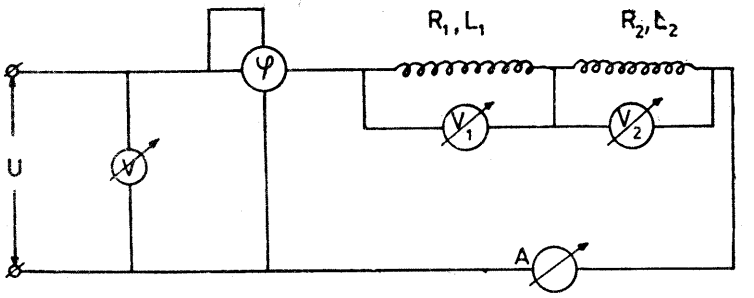


Fig. 1.282

Să se calculeze valorile frecvenței pentru care puterea activă este egală cu puterea reactivă. Să se interpreteze rezultatele.

1.284. O sursă cu tensiunea $U=100$ V și frecvența $\nu=500$ Hz alimentează un circuit RLC serie pentru care puterea aparentă este egală cu dublul puterii reactive.

Să se calculeze valorile rezistenței R, inductanței L și capacității C, dacă curentul din circuit are intensitatea $I=50$ mA, iar tensiunea la bornele condensatorului este $U_C=120$ V.

1.285. Într-un circuit serie RLC se disipă o putere activă $P=120$ W, la un factor de putere $\cos\varphi=0{,}7$. Puterea reactivă a condensatorului este $P_R=200$ VAR.

Să se calculeze valorile rezistenței R și inductanței L, dacă sursa are tensiunea $U=220$ V și frecvența $\nu=50$ Hz.

1.286. În circuitul din figura 1.286 legătura făcută în punctul P_3 poate fi făcută în oricare din punctele $P_0, P_1 \ldots P_n$.

a) Să se găsească expresia puterii medii disipate în rezistența R când legătura este făcută în punctul P_m, unde $0 \leqslant m \leqslant n$.

b) Pentru ce valoare a lui m puterea disipată în R este maximă dacă $L=10$ H, $C=20\ \mu$F, iar $\omega=100$ rad/s.

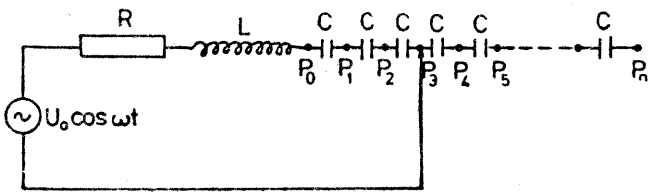


Fig. 1.286

1.287. Un circuit serie este format dintr-o bobină cu inductanța $L=0{,}1$ H, un rezistor $R=10\ \Omega$ și un condensator variabil avînd suprafața armăturilor $A=400$ cm². Circuitul este conectat la bornele unui generator de curent alternativ cu frecvență variabilă și tensiune constantă. Pentru o frecvență $\nu_1=35$ kHz la bornele rezistorului se obține o valoare maximă pentru tensiune $U_1=0{,}6$ V, în cazul cînd distanța dintre armăturile condensatorului este $d=1{,}73$ mm. Dacă distanța dintre armături se mărește cu Δd se obține aceeași valoare a tensiunii pe rezistența R dacă frecvența curentului este $\nu_2=50$ kHz. În cazul cînd frecvența curentului este ν_1 tensiunea la bornele rezistorului va fi $U_2=0{,}002$ V. Considerînd că dielectricul dintre armăturile condensatorului este aerul să se determine: a) valoarea Δd cu care a fost mărită distanța dintre armăturile condensatorului; b) valorile C_1 și C_2 ale capacității condensatorului în cele două cazuri; c) rezistența bobinei; d) factorul de calitate al circuitului în cele două cazuri.

1.288. Un circuit serie este format dintr-un condensator cu capacitatea $C=318$ nF și un solenoid cu lungimea $l=10$ cm, aria secțiunii transversale $S=1$ cm² și format din $N=300$ spire, care are un miez magnetic. La bornele circuitului se aplică o tensiune alternativă sinusoidală.

Pentru frecvența $\nu_0=10$ kHz intensitatea efectivă a curentului atinge o valoare maximă cînd miezul magnetic ocupă jumătate din volumul interior al solenoidului (din aria secțiunii transversale). Dacă miezul magnetic ocupă tot volumul interior al solenoidului intensitatea curentului la frecvența ν_0 este de $n=5$ ori mai mică decît valoarea sa maximă.

Să se calculeze: a) permeabilitatea relativă a miezului magnetic; b) frecvențele pentru care puterea activă din circuit este egală cu jumătatea din valoarea maximă a puterii active cînd miezul magnetic ocupă jumătate din volum; c) factorul de supratensiune al circuitului cînd miezul ocupă jumătate din volum ($\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ H/m).

1.289. Un circuit paralel R, C este alimentat de o sursă de curent alternativ cu $U=100$ V și $I=0{,}2$ A la frecvența $\nu=50$ Hz. Valoarea rezistenței R este 1 kΩ. Să se calculeze I_R, I_C, C.

1.290. Un circuit paralel format dintr-un condensator variabil, o bobină ideală de inductanță $L=100\ \mu$H și un rezistor de rezistență $R=10\ \Omega$, este alimentat de un generator de curent alternativ de frecvență $\nu=10$ kHz, care furnizează un curent constant $I=20$ mA. Să se determine: a) valoarea capacității condensatorului pentru care puterea disipată în rezistor este maximă; b) capacitățile C_1 și C_2 ale condensatorului variabil pentru care puterea disipată în rezistor este egală cu jumătate din puterea maximă.

1.291. Un alternator de frecvență $\nu=50$ Hz alimentează două circuite în paralel; primul circuit conține o bobină cu inductanța $L_1=20$ mH și rezistența $R_1=3\ \Omega$, al doilea circuit conține un voltametru cu $CuSO_4$ cu rezistența $R_2=5\ \Omega$. Masa de cupru depusă la catod, într-o semiperioadă este $m=0{,}066$ mg. Masa atomică a cuprului este $A=63{,}6$ u.a.m. a) Să se calculeze intensitatea medie $\langle I_2\rangle$ și intensitatea maximă, $I_{2\,max}$ a curentului în circuitul voltametrului; b) Să se scrie expresia valorii instantanee a tensiunii la bornele alternatorului; c) Să se calculeze intensitatea maximă a curentului $I_{1\,max}$ în primul circuit; d) Să se determine defazajul dintre curentul și tensiunea debitate de alternator.

1.292. Un circuit RLC paralel are la borne un generator de curent constant a cărui amplitudine este $I_{max}=34{,}64$ A. Se cunosc $L=1\ \mu$H, $R=100\ \Omega$, $C=1\ \mu$F. Se cere să se determine: a) frecvența curentului alternativ la care amplitudinea fluxului magnetic prin bobină atinge o valoare maximă precum și această valoare maximă; b) raportul $\nu'/(\nu_1-\nu_2)$ dintre frecvența la care amplitudinea prin bobină atinge valoarea maximă U_{max} și diferența frecvențelor la care amplitudinea tensiunii se reduce la $\sqrt{2}\,U_{max}/2$.

1.293. Să se determine raportul R/X_L pentru un circuit derivație RLC pentru care $P/P_r=3/4$, unde P și P_r sînt puterile activă și respectiv reactivă ale circuitului, iar $X_C=2X_L$.

1.294. Să se calculeze valorile posibile ale capacității unui condensator variabil C montat în paralel cu o bobină avînd rezistența $R=8\ \Omega$ și inductanța $L=6/\pi\cdot10^{-2}$ H, pentru a se realiza un factor de putere al circuitului egal cu 0,9. Tensiunea sursei de alimentare are frecvența $\nu=50$ Hz.

1.295. Un circuit paralel de curent alternativ este format dintr-o bobină, un condensator variabil și o rezistență fixă $R=316\ \Omega$. Alimentarea circuitului se face de la un generator care poate debita curenți cu frecvențe variabile, dar cu o intensitate efectivă constantă $I=0{,}3$ A. Atunci cînd $C_1=150\ \mu$F la frecvența ν, intensitatea curentului prin bobină este egală cu $I_L=0{,}3$ A. Menținînd frecvența constantă dar modificînd capacitatea condensatorului se constată că pentru $C_2=100\ \mu$F intensitatea curentului din rezistența R are valoare maximă. Să se calculeze: a) inductanța bobinei; b) frecvența ν; c) tensiunea la bornele generatorului în cazul valorii C_1 a capacității.

1.296. Să se calculeze capacitatea condensatorului C din circuitul reprezentat în figura 1.296 în funcție de rezistența R, inductanța L a bobinei și pulsația ω astfel ca intensitatea curentului total să fie în fază cu tensiunea.

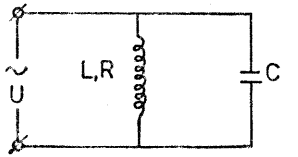


Fig. 1.296

1.297. În circuitul din figura 1.297, $L=2/5\pi$ H, $\nu=50$ Hz, $R=30\ \Omega$. Să se determine valoarea capacității condensatorului C astfel ca intensitatea curentului prin ampermetru să nu se modifice prin închiderea întrerupătorului K.

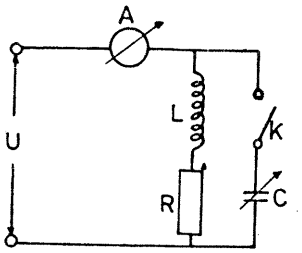


Fig. 1.297

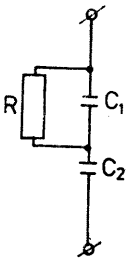


Fig. 1.298

1.298. Două condensatoare cu capacitatea $C=1\ \mu$F fiecare, sînt legate în serie într-un circuit de curent alternativ cu tensiunea de 220 V și frecvența 50 Hz. În paralel cu unul din condensatoare se leagă un rezistor cu rezistența $R=100$ kΩ (fig. 1.298). Să se calculeze căldura disipată în rezistor.

1.299. Un motor de curent alternativ absoarbe de la rețeaua de c.a. la tensiunea $U=220$ V o putere $P=4\,400$ W la frecvența $\nu=50$ Hz. Să se calculeze: a) valoarea capacității condensatorului ce trebuie montat în paralel cu motorul pentru a-i crește factorul de putere de la valoarea $\cos\varphi_1=0{,}6$ la valoarea $\cos\varphi_2=0{,}8$; b) variația intensității curentului prin circuit prin legarea condensatorului de la punctul a).

1.300. Un receptor cu puterea activă $P=100$ W este alimentat la o tensiune $U=220$V și frecvență $\nu=50$ Hz prin intermediul a două fire conductoare de la un generator de curent alternativ. Factorul de putere este inductiv și are valoarea $\cos\varphi=0{,}6$. a) Să se determine elementul ce trebuie introdus în paralel pe receptor și valoarea sa pentru a mări factorul de putere la $\cos\varphi_1=0{,}8$; b) Să se calculeze raportul pierderilor pe linie în cele două cazuri.

1.301. În circuitul din figura 1.301 se cunosc $U=220$ V, $\nu=50$ Hz și valorile elementelor: $R_1=10\ \Omega$, $R_2=5\ \Omega$, $L_1=0{,}2$ H, $C_1=10\ \mu$F, $R_3=20\ \Omega$, $L_3=0{,}1$ H și $C_3=100\ \mu$F. Să se calculeze: a) căderile de tensiune U_{AB} și U_{BC}; b) diagramele fazoriale pentru tensiuni și curenți.

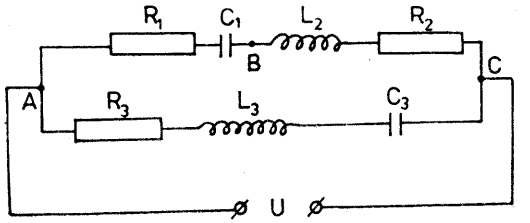


Fig. 1.301

1.302. Circuitul din figura 1.302 este alimentat cu curent alternativ, tensiunea eficace la borne fiind $U=220$ V. Cunoscînd valorile rezistenței $R=10\ \Omega$ și inductanței $L=0{,}1$ H să se determine: a) ce valoare trebuie să aibă capacitatea C astfel încît curentul total să fie în fază cu tensiunea la borne; b) intensitățile curentului în cele două ramuri în cazul de la punctul a). Frecvența $\nu=50$ Hz.

1.303. La bornele circuitului din figura 1.303 tensiunea are valoarea $U=220$ V. Circuitul este alimentat de la un generator de curent alternativ prin intermediul a două conductoare, fiecare avînd rezistența $R_c=1\ \Omega$. Se cunosc: $R_1=10\ \Omega$, $X_L=10/\sqrt{3}\ \Omega$, $R_2=5\ \Omega$ și $Xc=5\ \Omega$. Să se calculeze: a) puterea activă și puterea reactivă din circuit; b) pierderile de putere pe conductoarele de alimentare ale circuitului.

1.304. În cazul circuitului din figura 1.304 se cunosc $U=60$ V, $R_1=8\ \Omega$, $L=19{,}1\cdot10^{-3}$ H, $R_2=50\ \Omega$ și $C=31\ \mu$F. Frecvența tensiunii alternative este de 50 Hz. Să se determine: a) curenții din fiecare ramură; b) curentul total din circuit; c) puterile activă și reactivă din circuit.

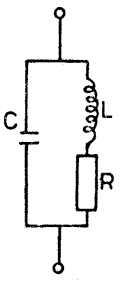


Fig. 1.302

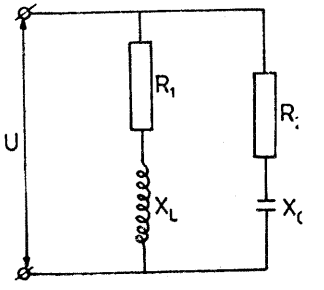


Fig. 1.303

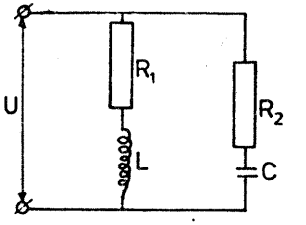


Fig. 1.304

1.305. În circuitul din figura 1.305, $C=106$ pF, $L=150$ mH și $R=56\ \Omega$. Frecvența curentului alternativ este 50 Hz. a) Știind că ampermetrul arată $I_L=2{,}4$ A să se determine tensiunea la bornele circuitului; b) Să se deseneze diagrama vectorială.

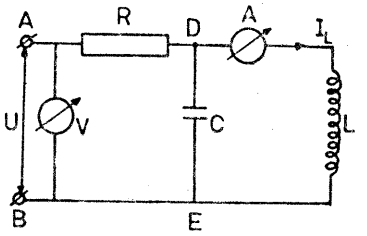


Fig. 1.305

1.306. Factorul de putere al unui circuit serie RC este $\cos\varphi_s=0{,}6$. Să se calculeze factorul de putere al circuitului paralel realizat cu aceleași elemente.

1.307. Se dau circuitele din figura 1.307. Se cere să se determine valorile lui R_p și C_p pentru ca cele două circuite să fie echivalente.

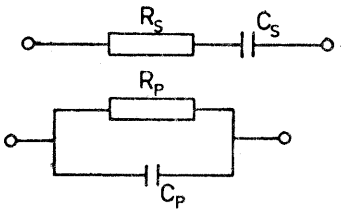


Fig. 1.307

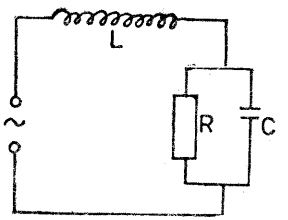


Fig. 1.308

1.308. Se consideră circuitul din figura 1.308 în care se cunosc R, L, C, E_m și ω este variabil.

Să se calculeze, menținîndu-se același defazaj, pulsația ω_1 pentru care circuitul se comportă rezistiv.

1.309. În paralel cu o bobină cu rezistența $R=10\ \Omega$ și inductanța $L=20$ mH este montat un condensator. Cunoscînd că la o anumită frecvență curentul total prin circuit este $I=3$ A pentru o tensiune a sursei $U=120$ V, să se calculeze: a) capacitatea condensatorului; b) frecvența tensiunii aplicate.

1.310. Să se calculeze intensitatea curentului total absorbit de circuitul din figura 1.310 dacă sursa are tensiunea $U=100$ V, la frecvența $\nu=50$ Hz, iar parametrii circuitului sînt $R_1=2\Omega$, $R_2=4\ \Omega$, $L=10$ mH.

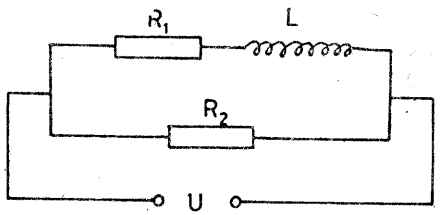


Fig. 1.310

1.311. În circuitul din figura 1.311, $L=1/\pi^2$ H, $C=50\ \mu$F, iar frecvența curentului este $\nu=50$ Hz. Să se calculeze aloarea rezistenței rezistorului R astfel încît curentul total să fie în fază cu tensiunea.

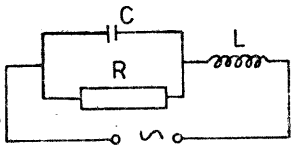


Fig. 1.311

1.312. În figura 1.312 este reprezentată schema unui filtru electric, ale cărui componente au valorile $R=10$ kΩ, $C=10$ nF, $L=160$ mH. Să se calculeze: a) frecvența curentului; b) raportul $U_{ieșire}/U_{intrare}$.

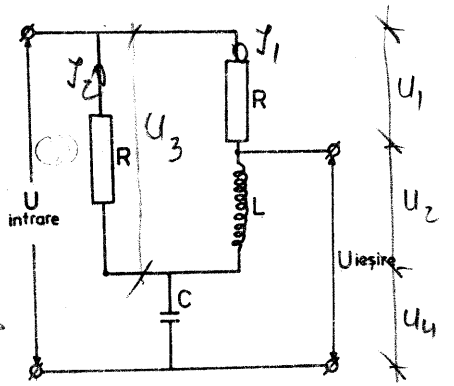


Fig. 1.312

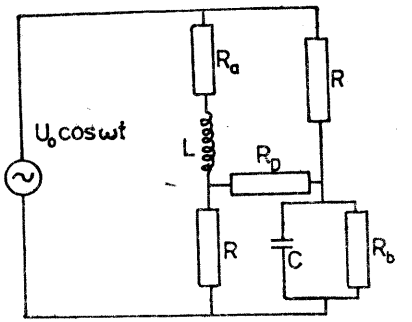


Fig. 1.313

1.313. Circuitul din figura 1.313 este o punte folosită pentru măsurarea inductanțelor. Atunci cînd puntea este echilibrată curentul prin detectorul R_D este nul.

Să se găsească expresia inductanței L în funcție de R și C știind că puntea este echilibrată cînd $R^2=R_aR_b$.

1.314. În circuitul din figura 1.314 se aplică tensiunea electrică $U(t)=U_0\cos\omega t$.

a) Să se arate că dacă R, L și C sînt astfel alese încît $R^2=L/C$ curentul I este independent de frecvență;

b) Să se calculeze diferența de fază dintre tensiunea aplicată și tensiunea de la capetele grupului rezistență-condensator în cazul de la punctul a);

c) Care este defazajul φ_0 dintre tensiunile de la capetele celor două circuite, în condițiile punctului a), dar între curent și tensiunea aplicată?

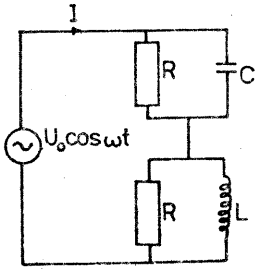


Fig. 1.314

1.315. În circuitul din figura 1.315 alimentat la tensiunea $U=2\sqrt{2}\sin\left(100\,\pi t-\frac{\pi}{4}\right)$, $R_1=1\,\Omega$, $X_L=1\,\Omega$, $R_2=2\,\Omega$ și $X_C=2\,\Omega$. Să se calculeze intensitatea curentului debitat de sursă.

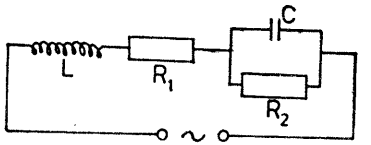


Fig. 1.315

1.316. În circuitul din figura 1.316 elementele R_1, R_2, R_3, R_4, L_1 și L_2 sînt alese astfel încît prin ampermetru nu trece curent dacă circuitul este alimentat cu tensiune continuă sau alternativă. Cunoscînd $R_2=90\,\Omega$, $R_3=300\,\Omega$, $R_4=60\,\Omega$ și $L_2=900$ H, să se determine R_1 și L_1.

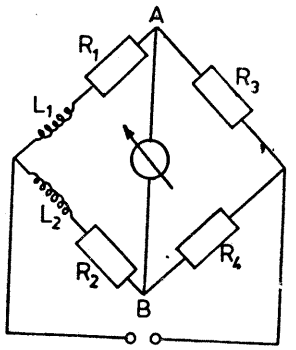


Fig. 1.316

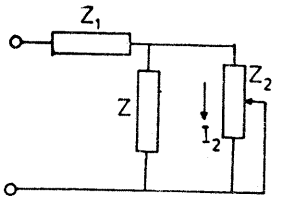


Fig. 1.317

1.317. Să se determine natura impedanțelor Z_1 și Z din circuitul reprezentat în figura 1.317 și raportul lor în așa fel încît curentul I_2 să nu depindă de valoarea impedanței Z_2.

1.318. Pentru circuitul reprezentat în figura 1.318 curentul și tensiunea sînt în fază la frecvența $\nu=400$ Hz.

Să se calculeze: a) valoarea și caracterul reactanței X; b) tensiunea U care crează prin condensator un curent de intensitate $I_C=0{,}1$ A. Se cunosc: $L=50$ mH, $R=25\,\Omega$, $C=0{,}8\,\mu$F.

1.319. În figura 1.319 este reprezentat un circuit de curent alternativ de frecvență ν. Să se găsească valorile: a) defazajului dintre tensiunea la bornele condensatorului și curentul prin rezistența R; b) defazajul dintre curentul prin condensator și curentul prin rezistența R; c) defazajul dintre tensiunea la bornele rezistenței R și tensiunea de la bornele circuitului.

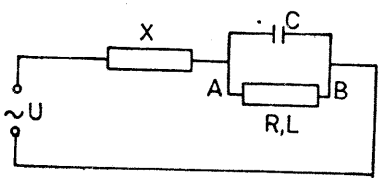


Fig. 1.318

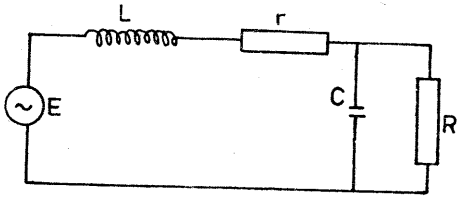


Fig. 1.319

Elemente neliniare de circuit

1.320. Un element neliniar a cărui rezistență depinde de tensiunea U după legea $r=r_0+\alpha U$ este legat în paralel cu o rezistență R. a) Să se calculeze expresia intensității curentului electric prin circuit dacă i se aplică acestuia tensiunea U. b) Care este expresia curentului dacă elementul neliniar este legat în serie cu rezistorul R.

1.321. O diodă cu vid lucrează în punctul de funcționare cu $I_a=10$ mA și $U_a=30$ V. Să se calculeze perveanța diodei.

1.322. Două diode identice sînt conectate ca în figura 1.322 (a), (b) și (c). Tensiunea anodică U_a fiind egală în toate cazurile să se arate în care situație curentul prin circuit este nul și în care caz curentul are valoarea cea mai mare.

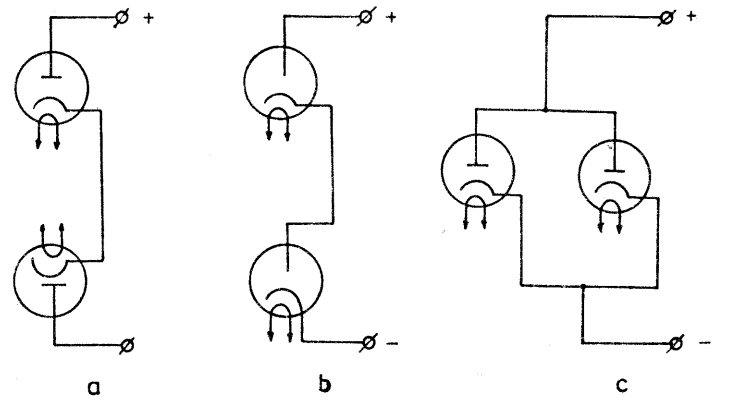


Fig. 1.322

1.323. O diodă are caracteristica prezentată în figura 1.323. Curentul anodic are valoarea $I_a=110$ mA, iar în serie cu dioda este legată o rezistență $R_s=100\,\Omega$. Să se calculeze: a) tensiunea electromotoare E_a a sursei; b) puterea disipată în diodă.

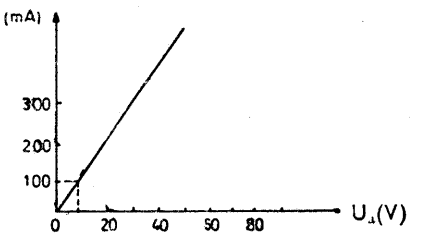
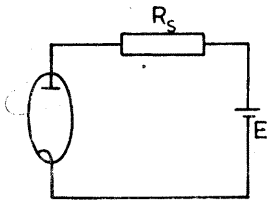


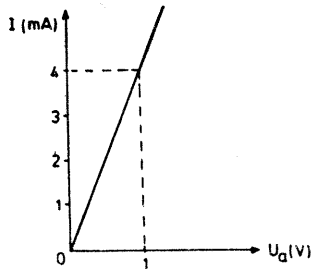
Fig. 1.323

1.324. Să se determine coordonatele punctului static de funcționare al diodei în circuitul din figura 1.324.a. În figura 1.324.b este reprezentată caracteristica diodei. Se cunosc: $E=10$ V, $R_s=2$ kΩ.



a

Fig. 1.324 a



b

Fig. 1.324 b

1.325. Trei diode identice cu următoarele caracteristici anodice:

$I_a=0$ la $U_a\leq 0$, $I_a=kU_a$ la $U_a>0$,

unde $k=0{,}12$ mA/V, sînt conectate ca în figura 1.325. Să se arate cum depinde curentul I din circuit de tensiunea U, dacă $E_1=1$ V, $E_2=3$ V și $E_3=5$ V. Tensiunea U variază între -10 V și $+10$ V.

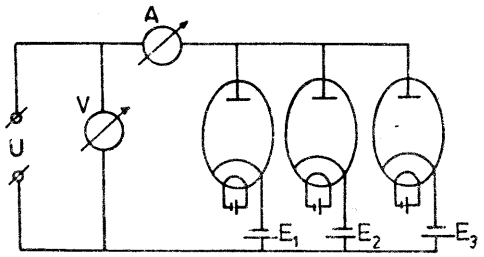


Fig. 1.325

1.326. Dependența curentului de tensiune pentru un tub electronic cu doi electrozi se poate exprima prin relația $I=aU+bU^2$ pentru $U>0$ și $I=0$ pentru $U\leq 0$ (a, $b>0$). Două astfel de diode sînt legate în circuitul din figura 1.326. Constantele a și b pentru cele două diode au valorile $a_1=0{,}06$ mA/V, $b_1=0{,}008$ mA/V² și $a_2=0{,}04$ mA/V, $b_2=0{,}002$ mA/V². Știind că $E=200$ V și $R=10$ kΩ, să se calculeze puterea consumată de diode.

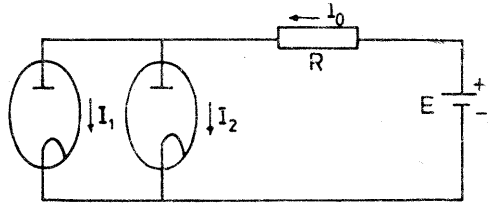


Fig. 1.326

1.327. În figura 1.327 este înfățișată o familie de curbe care reprezintă variația curentului anodic în funcție de tensiunea anodică pentru o triodă. Să se arate care dintre curbe corespund unei tensiuni de grilă:

(1) $U_g>0$; (2) $U_g=0$ și (3) $U_g<0$.

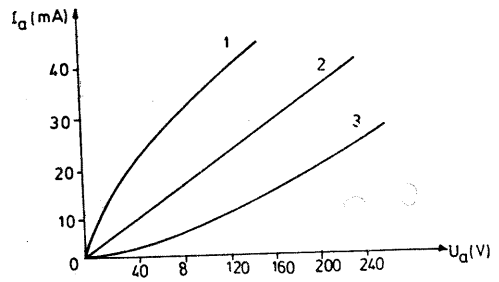


Fig. 1.327

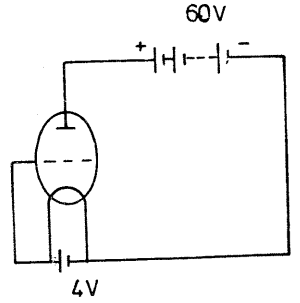


Fig. 1.328

1.328. În figura 1.328 este reprezentată o triodă cu încălzire directă, fiind indicate și valorile tensiunilor. a) Să se calculeze viteza cu care vor ajunge electronii la anod; b) Se va modifica viteza electronilor care ajung la placă dacă grila este legată la placă și nu la filament, ca în figură?

1.329. O triodă are la $U_a=200$ V și $U_g=-1$ V un curent anodic $I_a=2$ mA. Menținînd tensiunea de grilă constantă și micșorînd-o pe cea anodică la $U_{a_1}=150$ V curentul anodic devine $I_{a_1}=1$ mA. În figura 1.329 este reprezentată familia de caracteristici de grilă. Să se determine: a) factorul de amplificare, panta și rezistența internă; b) caracteristica dinamică a triodei dacă în circuitul anodic se leagă o rezistență de sarcină $R_s=50$ kΩ.

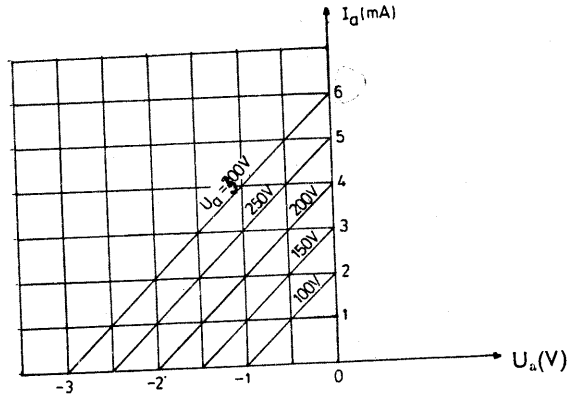


Fig. 1.329

1.330. O triodă cu rezistența internă $R_1=8\ k\Omega$ și panta $S=2,5$ mA/V este folosită în domeniul în care caracteristicile de grilă sînt liniare. Unul din punctele sale de funcționare este $U_a=250$ V, $U_g=-4$ V, $I_a=10$ mA. Să se calculeze: a) tensiunea anodică în punctul în care $U_{g1}=-6$ V și $I_{a1}=15$ mA; b) tensiunea de grilă corespunzătoare lui U_{a1} cînd $I_a=0$.

1.331. Pentru o triodă se cunosc următoarele date: panta $S=12$ mA/V, factorul de amplificare $\mu=55$ și tensiunea anodică optimă $U_a=150$ V. Să se calculeze: a) rezistența de sarcină pentru tensiunea de grilă nulă și curentul anodic $I_a=15$ mA; b) inductanța primarului transformatorului de cuplaj cu tubul următor pentru frecvența $\nu=1000$ Hz; c) puterea triodei în cele două cazuri.

1.332. O dublă diodă cu vid este conectată la secundarul unui transformator (fig. 1.332). Amplitudinea tensiunii la bornele secundarului este de 600 V, iar frecvența 50 Hz. În paralel cu rezistorul de sarcină cu rezistența $R=5\ k\Omega$ se dispune un condensator de netezire. Capacitatea condensatorului are o asemenea valoare încît curentul prin circuitul de sarcină de intensitate $I=30$ mA este practic constant. Să se calculeze intervalul de timp în care în decursul unei perioade curentul nu trece prin tub.

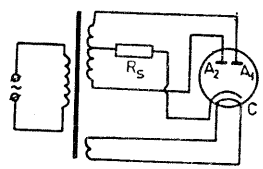


Fig. 1.332

1.333. În figura 1.333 este prezentat un filtru care se conectează la ieșirea unui redresor bialternanță. La bornele condensatorului C_1, tensiunea are valoarea $U_1=50$ V iar factorul de modulație este $\gamma_1=0,1$. Cunoscînd elementele filtrului $C_2=150\ \mu F$, $R=10\ k\Omega$, $L=10$ H și frecvența tensiunii alternative la intrarea în redresor $\nu_0=50$ Hz se cere să se determine factorul de modulație al tensiunii ce cade pe rezistența R.

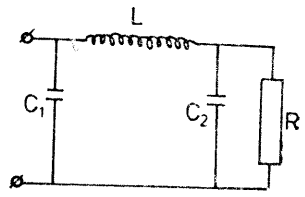


Fig. 1.333

1.334. În circuitul electric din figura 1.334, $U=220$ V. Să se calculeze tensiunea electrică indicată de voltmetru după un timp suficient de lung.

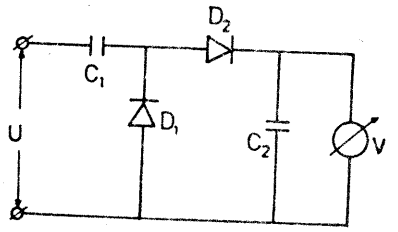
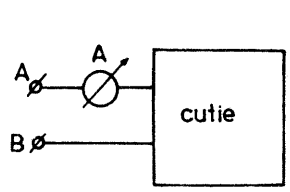
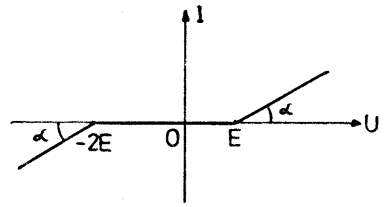


Fig. 1.334

1.335. O schemă electrică se află într-o cutie și conține surse de tensiune continuă, rezistențe și diode ideale (fig. 1.335). Dependența indicației ampermetrului de tensiunea aplicată, între punctele A și B este dată în figura 1.335.b. Să se deseneze o schemă electrică posibilă.

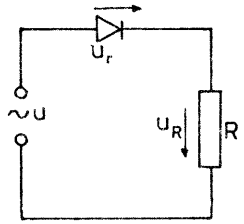


a
Fig. 1.335 a

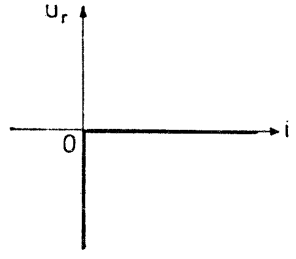


b
Fig. 1.335 b

1.336. În circuitul din figura 1.336.a, $u=\sqrt{2}\,U\sin\omega t$, iar caracteristica diodei ideale este reprezentată în figura 1.336.b. Să se scrie expresiile intensității instantanee a curentului prin circuit și a tensiunii la bornele diodei.



a
Fig. 1.336 a



b
Fig. 1.336 b

1.337. Caracteristica curent-tensiune a unui element neliniar este reprezentată în figura 1.337.a. Acest element se află într-un circuit de curent continuu, care mai conține o sursă de tensiune cu tensiunea electromotoare $E=200$ V și doi rezistori cu rezistența $R=10\ k\Omega$ fiecare (1.337.b). Să se calculeze intensitatea curentului electric care trece prin elementul neliniar.

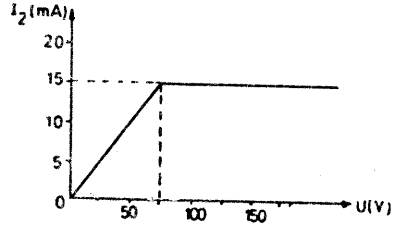


Fig. 1.337 a

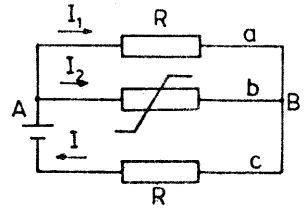


Fig. 1.337 b

1.338. În schema din figura 1.338 dioda D și bobina cu inductanța L sînt legate la momentul $t=0$, la sursa de tensiune alternativă $u=U_m \cos \omega t$ prin intermediul întrerupătorului K.

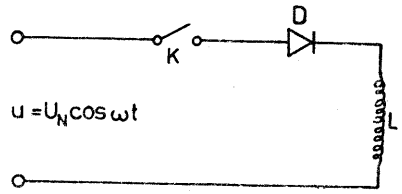
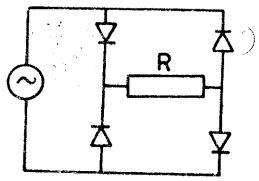


Fig. 1.338

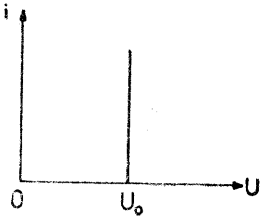
Să se calculeze expresia dependenței de timp a intensității curentului prin bobină și să se reprezinte grafic această dependență.

Dioda și bobina sînt considerate ideale, iar rezistența internă a sursei de tensiune este neglijabilă.

1.339. În figura 1.339.a este reprezentat un circuit redresor bialternanță. Știind că amplitudinea tensiunii debitate de generator este $E_m=100$ V, iar caracteristica diodelor este cea dată în figura 1.339.b să se găsească dependența curentului din rezistorul cu rezistența $R=100\ \Omega$ de timp, dacă $U_0=25$ V.

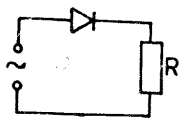


a
Fig. 1.339 a

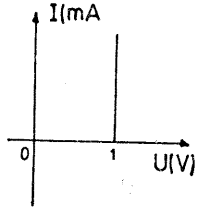


b
Fig. 1.339 b

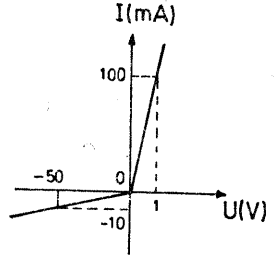
1.340. În cazul circuitului din figura 1.340.a să se reprezinte grafic tensiunea la bornele rezistorului cu rezistența $R=1$ kΩ, dacă la bornele circuitului se aplică tensiunea $u=220 \sin 100\pi t$(V). Se vor considera cazurile cînd caracteristica curent-tensiune a diodei redresoare este cea din figura 1.340.b și respectiv 1.340.c.



a



b



c

Fig. 1.340

1.341. În circuitul din figura 1.341 $U=20$ V, iar căderea de tensiune pe diodă este $U_d=9$ V.

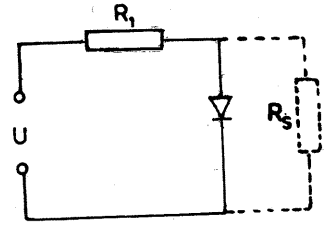
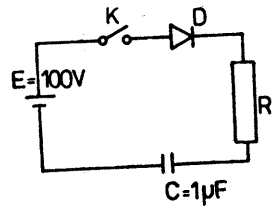


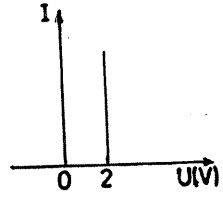
Fig. 1.341

Să se calculeze: a) valoarea rezistenței R_1 astfel ca prin diodă să treacă un curent $I_d=10$ mA; b) valoarea rezistenței R_1 dacă în paralel cu dioda se conectează o rezistență de sarcină $R_s=600\ \Omega$, astfel încît curentul prin diodă să rămînă constant; c) limitele de variație ale rezistenței de sarcină, cînd $R_1=440\ \Omega$, astfel ca intensitatea curentului prin diodă să varieze în domeniul cuprins între $I_{min}=0{,}5$ mA și $I_{max}=19{,}5$ mA, curentul total rămînînd constant.

1.342. O diodă este conectată în serie cu un rezistor, un condensator și o sursă de curent continuu ca în figura 1.342.a. Caracteristica curent-tensiune idealizată a diodei este prezentată în figura 1.342.b. Neglijînd rezistența internă a sursei și a diodei în regim de conducție să se determine cantitatea de electricitate Q cu care se încarcă condensatorul dacă se închide întrerupătorul K.



a



b

Fig. 1.342

1.343. În schema din figura 1.343 rezistența rezistoarelor este aceeași și egală cu $R=60\ \Omega$, iar diodele sînt ideale. Se leagă între bornele A și B o baterie cu tensiunea $u=12$ V un interval de timp $t_1=1$ s. După acest timp se schimbă polaritatea între punctele A și B pentru un interval de timp $t_2=5$ s.

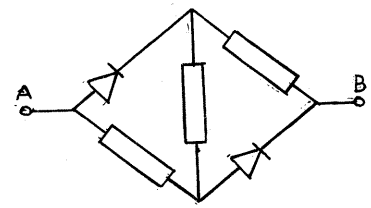


Fig. 1.343

Să se calculeze căldura degajată prin efect Joule în circuit în timpul $t=t_1+t_2$.

1.344. Într-un circuit de redresare în monoalternanță a tensiunii (fig. 1.344), $C=1000\ \mu F$, $R=500\ \Omega$ și frecvența tensiunii este $\nu=50$ Hz. Considerînd dioda ideală să se calculeze: a) factorul de ondulație al tensiunii $\gamma=\Delta U/U$ din rezistor; b) de cîte ori scade acest factor γ dacă în serie cu rezistorul se leagă o bobină cu inductanța $L=100\ \Omega$.

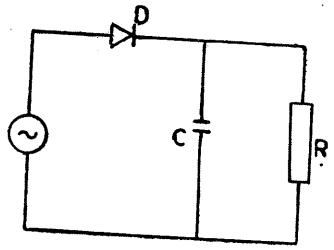
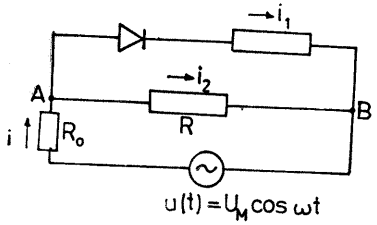


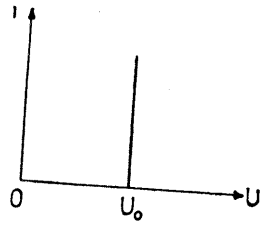
Fig. 1.344

1.345. Să se calculeze intensitatea curentului ce trece prin rezistorul R_0 din figura 1.345.a. Caracteristica curent-tensiune a diodei este dată în figura 1.345.b, iar $U_m=300$ V, $U_0=100$ V, $R_0=10$ kΩ și $R=20$ kΩ.



a

Fig. 1.345 a



b

Fig. 1.345 b

1.346. Să se determine punctul static de funcționare al diodei semiconductoare din circuitul reprezentat în figura 1.346 pentru care se cunoaște $I_0=0{,}3$ nA și $\frac{kT}{q}=0{,}026$ V la $T=300$ K. Tensiunea electromotoare $E=2$ V și rezistența $R=1$ kΩ.

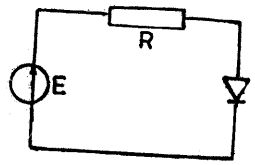


Fig. 1.346

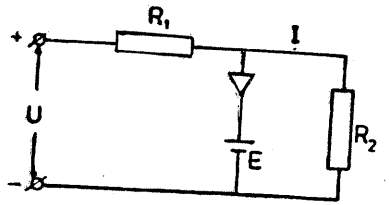


Fig. 1.347

1.347. În circuitul din figura 1.347 se cunosc $R_1=1$ kΩ, $R_2=2$ kΩ și $E=10$ V. Știind că dioda din circuit este ideală să se determine curentul prin rezistența R_2 dacă a) $U=5$ V, b) $U=25$ V.

1.348. În circuitul din figura 1.348 se cunosc $E_1=20$ V, $E_2=10$ V, $R_1=5$ kΩ. Să se calculeze valoarea rezistenței R_3 încît dioda să se deschidă. Se va considera că dioda este ideală.

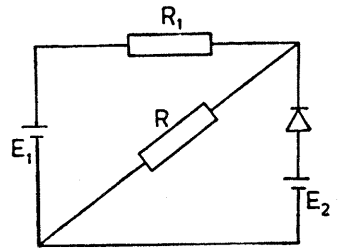


Fig. 1.348

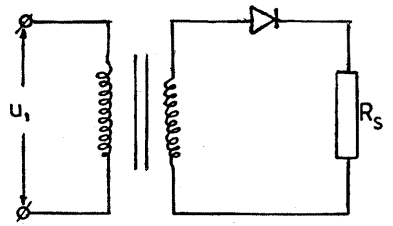


Fig. 1.349

1.349. În figura 1.349 este prezentat un redresor monoalternanță, alimentat prin intermediul unui transformator care are $n_1=500$ spire în primar și $n_2=100$ spire în secundar, cu tensiunea $u_1=100\sin\omega t$ (V). Curba caracteristică a diodei are panta $S=2$ mA/V, iar rezistorul de sarcină are rezistența $R_s=1{,}5$ kΩ. Se cere să se calculeze: a) valorile maximă și respectiv eficace ale curentului din circuitul secundarului; b) valoarea componentei continue a curentului și a tensiunii la bornele rezistenței de sarcină; c) valoarea factorului de modulație. Frecvența tensiunii alternative din primar este $\nu=50$ Hz.

1.350. În figura 1.350 este prezentată o punte redresoare. Tensiunea de alimentare este $u_1=100\sin\omega t$, iar transformatorul are $n_1=50$ spire și $n_2=1000$ spire. Rezistorul de sarcină are rezistența $R_s=2$ kΩ. Să se calculeze: a) valoarea maximă a curentului prin diode; b) componenta continuă a tensiunii la bornele rezistorului de sarcină; c) tensiunea inversă maximă aplicată diodelor.

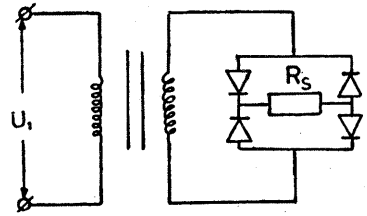


Fig. 1.350

1.351. Să se determine relația de calcul a factorilor de amplificare în curent α_0 și β_0 dacă se cunosc curentul rezidual de colector I_{c0} și curenții de bază I_b și colector I_c măsurați într-un punct de funcționare.

1.352. Un tranzistor conectat în conexiunea bază comună, funcționează în regim activ normal. Cînd curentul din emitor are valoarea $I_{e_1}=2$ mA în colector se măsoară $I_{c_1}=1{,}96$ mA. Cunoscînd

factorul de amplificare în curent $\alpha = 98$ se cere să se determine curentul din colector în cazul cînd curentul de emitor are valoarea $I_e = 3$ mA.

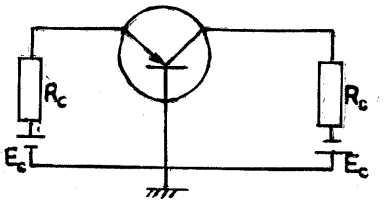


Fig. 1.353

1.353. Un tranzistor *pnp* este montat în conexiunea bază comună ca în figura 1.353. Tranzistorul are parametrii $\alpha_0 = 0{,}98$ și $I_{cb\,0} = 50$ μA. Cunoscînd valorile surselor de t.e.m. $E_e = 2{,}8$ V și $E_c = 10$ V și că tranzistorul lucrează în punctul static de funcționare $U_{eb} = 0{,}2$ V, $I_c = 2$mA și $U_{cb} = -3$ V. Să se determine rezistențele R_e și R_c.

1.354. În figura 1.354 este reprezentat un tranzistor *npn* montat în conexiunea bază comună. Cunoscînd $R_e = 2$ kΩ, $R_c = 5$ kΩ, $E_e = 2$ V și $E_c = 30$ V și că în punctul static de funcționare tranzistorul are factorul de amplificare în curent $\beta = 250$, $U_{be} = 0{,}7$ V, iar curentul rezidual de colector este $I_{cb\,0} = 2$ μA, să se determine: punctul static de funcționare al tranzistorului (I_c, U_{cb}).

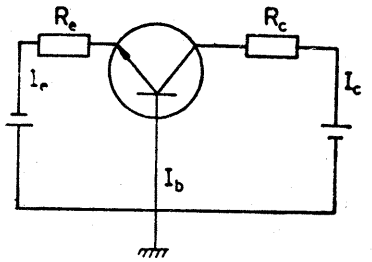


Fig. 1.354

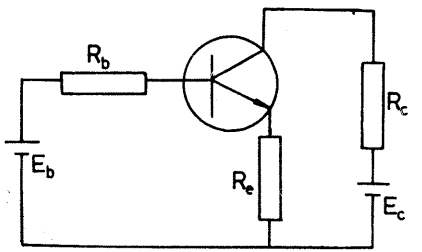


Fig. 1.355

1.355. În circuitul din figura 1.355 tranzistorul *npn* are factorul de amplificare în curent $\beta = 200$ și curentul rezidual de colector $I_{cb\,0} = 10$ nA. Cunoscînd $E_b = 3$ V, $E_c = 1$ eV, $R_b = 100$ kΩ, $R_e = 1$ kΩ, $R_c = 5$ kΩ și $U_{be} = 0{,}6$ V să se determine punctul static de funcționare al tranzistorului.

1.356. Un tranzistor *pnp* în conexiunea bază comună ca în figura 1.356 are punctul static de funcționare în regiunea activă normală. Elementele schemei sînt $R_e = 1$ kΩ, $R_c = 5$ kΩ, $E_e = 2$ V, $E_c = 10$ V. Tranzistorul are factorul de amplificare în curent $\alpha = 0{,}98$ și $U_{eb} = 0{,}2$ V și $U_{cb} = 1{,}1$ V. Să se calculeze curentul $I_{cb\,0}$.

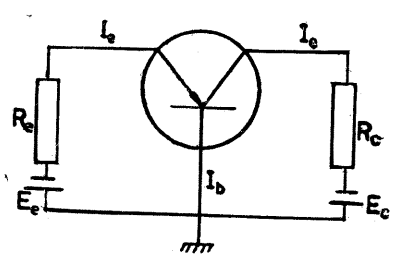


Fig. 1.356

1.357. Să se calculeze rezistivitatea unui monocristal de Si intrinsec la temperatura $T = 300$ K. Se cunosc concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină $n_i = p_i = 2 \cdot 10^{16}$ m^{-3} și mobilitatea purtătorilor la această temperatură: $\mu_n = 0{,}12$ m^2/V·s și $\mu_p = 0{,}05$ m^2/V·s.

1.358. Să se determine concentrația de goluri și electroni în germaniul intrinsec la temperatura $T = 300$ K, dacă $\rho = 0{,}472$ Ωm. Se cunosc $\mu_n = 0{,}36$ m$^2 \cdot$V$^{-1} \cdot$s^{-1} și $\mu_p = 0{,}17$ m$^2 \cdot$V$^{-1} \cdot$s^{-1}.

Oscilații și unde electromagnetice

1.359. Condensatorul C_1 este încărcat la tensiunea $U = 10$ V cu sarcina $q = 5 \cdot 10^{-3}$ C. În continuare este montat ca în figura 1.381, unde solenoidul are o rezistență neglijabilă. Prin închiderea comutatorului K se realizează echilibrul electrostatic, caz în care între armăturile condensatorului C_1 tensiunea este $U_1 = 5$ V. La bornele solenoidului se conectează apoi o sursă de curent alternativ cu tensiunea $u = 100 \sin 50\pi t$. Se cere: a) valoarea inductanței solenoidului știind că frecvența de rezonanță a circuitului LC este $\nu_0 = 31{,}8$ Hz; b) curenții prin cele două ramuri.

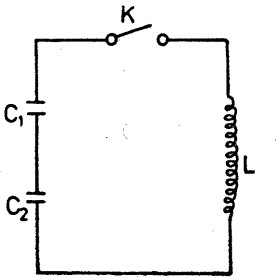


Fig. 1.359

1.360 Să se determine lungimea de undă a oscilațiilor electromagnetice în vid pe care este acordat un circuit oscilant, dacă sarcina maximă pe condensator este $q_m = 2 \cdot 10^{-8}$ C și curentul maxim prin circuit este 1 A. Care este valoarea capacității condensatorului dacă inductanța circuitului este $2 \cdot 10^{-7}$ H?

1.361. Într-un circuit cu inductanța $L = 2 \cdot 10^{-3}$ H și capacitatea $C = 10^{-6}$ F se produc oscilații libere neamortizate. Cunoscînd valoarea tensiunii maxime pe condensator $U_m = 10$ V să se determine curentul maxim în circuit.

1.362. Într-un circuit oscilant condensatorul C este încărcat la tensiunea maximă U_m. Să se determine frecvența de rezonanță a oscilațiilor în circuit dacă curentul maxim prin el este I_m. Se consideră circuitul fără rezistență.

1.363. Se consideră un circuit oscilant cu inductanța $L = 0{,}4$ H, capacitatea $C = 2 \cdot 10^{-5}$ F și curentul maxim 10^{-1} A. Dacă oscilațiile sînt produse în mod continuu să se determine tensiunea pe conductor în momentul cînd energiile cîmpului magnetic și cîmpului electric sînt egale.

1.364. Un circuit oscilant este alcătuit dintr-un condensator $C=10\ \mu F$ și o bobină cu inductanța $L=1$ mH și rezistența neglijabilă. Condensatorul se încarcă la tensiunea maximă $U_m=100$ V. Să se determine: a) sarcina maximă a condensatorului și curentul maxim în circuit I_m; b) Considerînd că oscilațiile sînt produse în mod continuu să se scrie expresia intensității instantanee în circuit.

1.365. Într-un circuit oscilant format dintr-un rezistor cu rezistența R, o bobină cu inductanța L și un condensator cu capacitatea C se propagă o oscilație electromagnetică amortizată. După un anumit interval de timp intensitatea curentului scade de la valoarea I_1 la valoarea I_2. Să se calculeze căldura degajată în acest interval de timp în rezistor.

1.366. Într-un circuit oscilant LC condensatorul este încărcat cu sarcina maximă q_0. Să se determine timpul după care energia este repartizată în mod egal între bobină și condensator.

1.367. Un circuit electric oscilant este alcătuit din condensatoarele C_1 și C_2 și o bobină de inductanță L și rezistență neglijabilă (fig. 1.367). Condensatorul C_1 se încarcă inițial cu sarcina q_0 iar C_2 este neîncărcat. Să se determine valoarea maximă a intensității curentului din circuit după închiderea întrerupătorului.

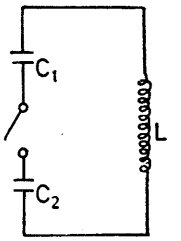


Fig. 1.367

1.368. Să se arate că într-un circuit serie RLC raportul I/I_0, unde I este curentul prin circuit la o frecvență aflată la $\Delta\nu$ față de frecvența de rezonanță ν_0, iar I_0 este curentul la frecvența de rezonanță, este o funcție de factorul de calitate al circuitului, de frecvența ν_0 și de $\Delta\nu$.

1.369. Un circuit oscilant este alcătuit dintr-o bobină și un condensator montate în paralel. Circuitul este alimentat de la o sursă cu t.e.m. E și rezistența r (fig. 1.369). a) Să se arate în ce poziție trebuie să se afle întrerupătorul pentru ca în circuit să apară oscilații; b) Să se determine ecuația de variație a tensiunii la bornele circuitului în cazul oscilațiilor permanente.

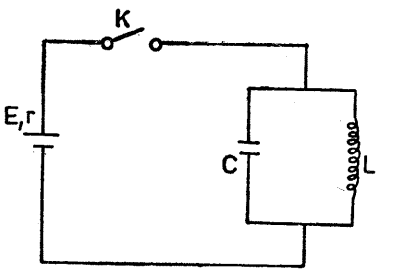


Fig. 1.369

1.370. O bobină cu inductanța $L=3\cdot10^{-5}$ H este legată de un condensator plan cu suprafața armăturilor $S=100$ cm² și distanța dintre acestea $d=0{,}1$ mm. Să se calculeze permitivitatea electrică a dielectricului din condensator dacă oscilațiile circuitului format au lungimea de undă $\lambda=750$ m.

1.371. Un vibrator cu o lungime $l=0{,}5$ m este introdus într-un vas cu petrol care are constanta dielectrică $\varepsilon_r=2$. Care este lungimea de undă a undelor electromagnetice emise de vibrator în petrol. (Frecvența vibrațiilor în vid $\nu=c/2l$).

1.372. Să se determine lungimea de undă a unei radiații electromagnetice în vid dacă frecvența este $4{,}5\cdot10^{11}$ Hz. Care este viteza de propagare și lungimea de undă a aceleeași unde în benzen a cărui constantă dielectrică este 2,28. Se cunosc: $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ F/m și $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ H/m.

1.373. Înălțimea unei antene este $l=200$ m. Se cere să se determine: a) frecvența undelor emise de antenă; b) inductanța unui circuit oscilant de recepție pentru recepția undelor dacă aceasta are capacitatea 1,5 pF.

1.374. Circuitul oscilant al unui emițător este format dintr-o bobină și un condensator cu aer. Antena emițătorului este o antenă dipol de lungime minimă. Capacitatea condensatorului poate fi variată prin schimbarea distanței dintre plăci. Dacă circuitul oscilant este plasat într-un mediu dielectric lichid, iar antena în aer, emițătorul emite în condiții bune, dacă distanța dintre plăcile condensatorului este $d_1=4$ mm. Dacă antena este în lichid iar circuitul oscilant în aer pentru o emisie normală, distanța dintre plăci este $d_2=1$ mm. Să se calculeze indicele de refracție al dielectricului și distanța dintre plăcile condensatorului pentru o emisie optimă în cazul cînd antena și circuitul oscilant sînt plasate în aer.

1.375. O antenă semiundă, izolată de pămînt, are o lungime de 20 cm. a) Să se determine frecvența generatorului de oscilații cuplat inductiv cu antena; b) Cum trebuie mărită lungimea antenei, dacă aceasta se introduce în apă, pentru a rămîne acordată pe frecvența de lucru a generatorului.

REZOLVĂRI

Electrostatică

1.1. $\vec{F}_1=\frac{q_1 q}{4\pi\varepsilon_0 r_1^3}\vec{r}_1, \quad \vec{F}_2=\frac{-q_1 q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^3}\vec{r}_2.$

Prin compunere vectorială se obține:

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos(\vec{F}_1,\vec{F}_2)}.$$

și rezultă:

$$F=\frac{q_1 q}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{1}{r_1^4}+\frac{1}{r_2^4}}=2{,}87\ \text{N}.$$

1.2. Conform figurii 1.2.R, în poziția de echilibru se poate scrie că:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{F_{el}}{G}=\frac{\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}{mg}$$

unde q este sarcina cu care s-au încărcat cele două bile, iar $r=2l\sin\frac{\alpha}{2}$.

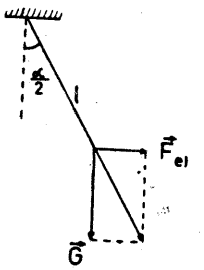


Fig. 1.2. R

Se obține:

$$q=4l\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\pi\varepsilon_0\, mg\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}=1{,}6\ \mu\text{C}.$$

1.3. La echilibru, în vid, se poate scrie

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{F_{el}}{G}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2 mg}\quad (1).$$

Dacă se introduc bilele în ulei asupra lor va acționa și forța arhimedică, F_A, îndreptată în sus.

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{F_{el_1}}{G-F_A}=\frac{\frac{q^2}{4\pi\varepsilon r^2}}{mg-\rho_0 Vg}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon r^2\, g(\rho-\rho_0)V}\quad (2).$$

Prin împărțirea relațiilor (1) și (2) se obține:

$$\varepsilon=\frac{\rho\varepsilon_0}{\rho-\rho_0}=2\varepsilon_0.$$

1.4. Asupra fiecărei sfere acționează patru forțe (fig. 1.4.R). Legea a doua a lui Newton se scrie:

$$m\vec{a}=m\vec{g}+\vec{F}_e+\vec{T}_1+\vec{T}_2,$$

care, proiectată pe direcțiile verticală și orizontală conduce la

$$ma=T_2\sin\frac{\pi}{3}-mg \quad \text{și}$$

$$0=T_1+T_2\cos\frac{\pi}{3}-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}$$

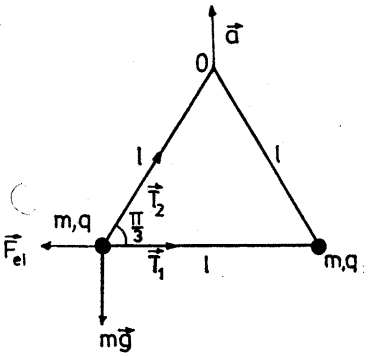


Fig. 1.4. R

de unde

$$T_1=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}-2mg\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}=0{,}1\ \text{N}.$$

1.5. Asupra bilei acționează greutatea bilei și forța datorată cîmpului electric F_e. Rezultanta acestor forțe este

$$F=\sqrt{(mg)^2+(qE)^2}.$$

Accelerația datorată forței rezultante este

$$a=\frac{F}{m}=\sqrt{g^2+\frac{e^2E^2}{m^2}},\ \text{unde}\ E=\frac{U}{d}.$$

Deci perioada oscilației va fi:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{a}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+\left(\frac{eU}{md}\right)^2}}}.$$

1.6. Considerăm acțiunea unui element încărcat electric dl din conductor asupra sarcinii Q_1 (fig. 1.6.R). Deoarece sarcina lui dl este $dQ=\tau\, dl$ forța de respingere dF dintre Q_1 și dQ este

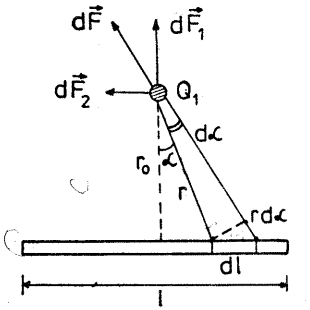


Fig. 1.6. R

$$dF=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\tau dl}{r^2},$$

unde r este distanța de la elementul dl la Q_1. Din figura 1.6.R se vede că

$$r=\frac{r_0}{\cos\alpha} \quad \text{și} \quad dl=\frac{rd\alpha}{\cos\alpha}$$

astfel că relația (1) devine:

$$dF=\frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}d\alpha.$$

Se observă că dF are două componente, una paralelă cu conductorul și alta perpendiculară pe el. Din motive de simetrie componentele paralele determinate de elementele conductorului se anulează reciproc astfel încît forța rezultantă ce va acționa asupra lui Q_1 va fi perpendiculară pe conductor.

$$dF_\perp=\frac{Q_1\tau\cos\alpha d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}$$

unde α variază de la $-\beta$ la β.

$$\text{Deci: } F_\perp=\int_{-\beta}^{\beta}\frac{Q_1\tau\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}d\alpha=\frac{Q_1\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0}\sin\beta.$$

$$\text{Dar } \sin\beta=\frac{l/2}{\sqrt{r_0^2+\frac{l^2}{4}}}, \text{ încît}$$

$$F=\frac{Q_1\tau l}{2\pi\varepsilon_0 r_0\sqrt{4r_0^2+l^2}}=0{,}54\cdot10^{-3}\text{ N}.$$

1.7. Deoarece $Q\gg q$, interacțiunea între elementele separate ale inelului se neglijează. În figura 1.7.R este prezentată interacția dintre Q și un element de inel de lungime $R\Delta\alpha$. Sarcina Q acționează asupra elementului de inel cu forța

$$\Delta F=\frac{Q\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{Qq\Delta\alpha}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2},$$

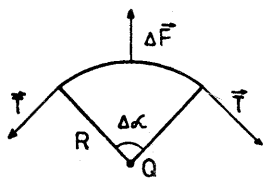


Fig. 1.7. R

unde $\Delta q=q\frac{\Delta\alpha}{2\pi}$.

Inelul este supus la forțe de tensiune de mărime T, care echilibrează pe ΔF.

Din condiția de echilibru:

$$\Delta F=2T\sin\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)\simeq T\Delta\alpha,$$

deoarece $$\sin\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)\simeq\frac{\Delta\alpha}{2}.$$

Se obține $$T=\frac{Qq}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}.$$

1.8. a) Va apărea cîmp în interiorul și în exteriorul sferei.

b) Prin inducție va apărea o sarcină negativă pe suprafața interioară a sferei și ca rezultat una pozitivă pe suprafața exterioară.

c) Se va schimba numai cîmpul din interiorul sferei.

d) Se va schimba numai cîmpul din exteriorul sferei.

1.9. a) 1° Cîmpul electric la distanța $r<R$ este determinat doar de sarcina din interiorul sferei de rază r. Deci

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}=\frac{r\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon_r}.$$

2° Pentru $r>R$ cîmpul este determinat de sarcina de pe întreaga sferă: $q=\frac{4}{3}\pi R^3\rho$.

Deci $$E=\frac{R^3\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}.$$

b) Graficul dependenței lui E de r este prezentat în figura 1.9.R.

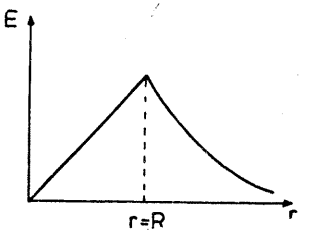


Fig. 1.9. R

1.10. a) Pentru a rezolva problema pornim de la faptul că în exteriorul unei sfere conductoare cîmpul electric produs este similar cu cel creat dacă sarcina ar fi concentrată în centrul sferei, iar în interiorul unei sfere conductoare intensitatea cîmpului electric este nulă.

Pe baza principiului superpoziției, în interiorul sferei mici

$$\vec{E}=\vec{E}_Q+\vec{E}_q=0 \quad \text{și} \quad V=V_Q+V_q=\frac{Q}{4\pi\varepsilon R_1}+\frac{Q}{4\pi\varepsilon R_2}$$

b) $\vec{E}=\vec{E}_q=\frac{\vec{qr}}{4\pi\varepsilon r^3}$, $R_1<r<R_2$,

$$V=\frac{q}{4\pi\varepsilon r}+\frac{Q}{4\pi\varepsilon R_2}.$$

c) $\vec{E}=\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}+\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\right)\frac{\vec{r}}{r}$; $V=\frac{q}{4\pi\varepsilon r}+\frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$.

d) Vezi figura 1.10 a, b, R.

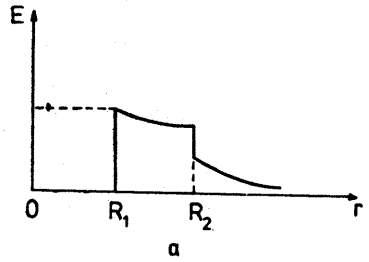


Fig. 1.10 a. R

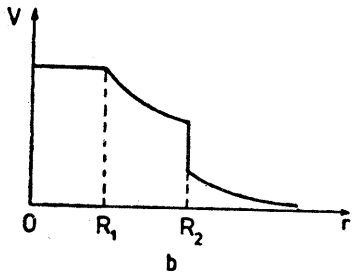


Fig. 1.10 b. R

1.11. În figura 1.11.R sînt reprezentate intensităţile cîmpurilor electrice în cele trei regiuni. Cu linie plină este reprezentat cîmpul generat de placa încărcată electric cu σ_2, iar cu linie întreruptă cîmpul generat de placa încărcată cu σ_1.

Mărimile intensităţilor cîmpurilor electrice generate de cele două plăci infinite sînt:

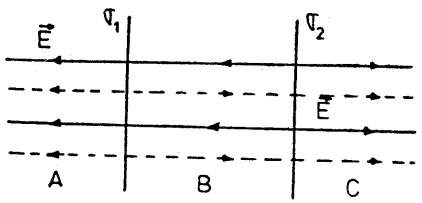


Fig. 1.11. R

$$E_1=\frac{1}{2}\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} \text{ şi respectiv } E_2=\frac{1}{2}\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}.$$

Se vede că $E_A=E_C=E_1+E_2=28{,}3\cdot10^3\frac{V}{m}$, iar

$$E_B=|E_1-E_2|=17\cdot10^3\frac{V}{m}.$$

1.12. Cîmpul electric este produs în dielectric de sarcina q şi de sarcina de polarizaţie q'. Intensitatea cîmpului la distanţa r de centrul sferei este:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r^2}-\frac{q'}{r^2}\right) \quad (1).$$

Intensitatea cîmpului E creat de o sarcină q într-un dielectric este legată de intensitatea cîmpului E_0 creat de sarcină în vid prin relaţia:

$$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \quad (2).$$

Din (1) şi (2) rezultă

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r^2}-\frac{q'}{r^2}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$$

de unde: $q'=\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}q$.

1.13. La înălţimea maximă viteza sferei se anulează iar suma proiecţiilor forţelor pe direcţia firului este şi ea nulă (fig. 1.13.R), adică:

$$T-(mg+qE)\cos\alpha=0 \quad (1).$$

Unghiul α rezultă din legea conservării energiei:

$$\frac{mv_0^2}{2}=(mg+qE)l(1-\cos\alpha) \quad (2),$$

de unde $\cos\alpha=1-\frac{mv_0^2}{2l(mg+qE)}$ (3)

şi din (1),

$$T=mq+qE-\frac{mv_0^2}{2}=0{,}105 \text{ N}.$$

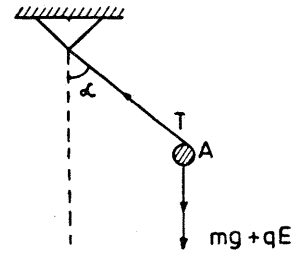


Fig. 1.13. R

1.14. Înainte de punerea în contact a sferelor, potenţialele lor sînt:

$$V_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon R_1}; \qquad V_2=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon R_2}$$

unde q_1 şi q_2 sînt sarcinile sferelor.

Sarcina totală va fi

$$q=q_1+q_2=4\pi\varepsilon R_1V_1+4\pi\varepsilon R_2V_2.$$

După punerea în contact, sferele vor avea acelaşi potenţial:

$$V_1'=V_2'=V=\frac{q_1'}{4\pi\varepsilon R_1}=\frac{q_2'}{4\pi\varepsilon R_2}$$

unde $q_1'+q_2'=q_1+q_2=4\pi\varepsilon R_1V+4\pi\varepsilon R_2V.$

Se obține $V=\frac{R_1V_1+R_2V_2}{R_1+R_2}$.

1.15. Intensitatea cîmpului rezultant este

$$\vec{E}=\vec{E_1}+\vec{E_2}$$

unde E_1 și E_2 sînt reprezentate în figura 1.15.R. Mărimile lui E_1 și E_2 fiind,

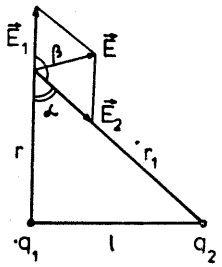


Fig. 1.15. R

$$E_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} \quad \text{și} \quad E_2=\frac{-q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_1^2}$$

unde $r_1^2=l^2+r^2$.

Se obține $E^2=E_1^2+E_2^2+2E_1E_2\cos\beta$ unde $\cos\beta=-\cos\alpha=-\frac{r}{\sqrt{r^2+l^2}}$.

Rezultă $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r^4}+\frac{q_2^2}{(r^2+l^2)^2}-\frac{2q_1q_2}{r(r^2+l^2)^{3/2}}}$.

Pentru a obține potențialul electric din același punct scriem superpoziția $V=V_1+V_2$, unde

$$V_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} \quad \text{și} \quad V_2=\frac{-q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\sqrt{l^2+r^2}}.$$

Potențialul rezultant este

$$V=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}-\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\sqrt{l^2+r^2}}$$

1.16. Se utilizează principiul superpoziției și întrucît $r\ll a$ se poate scrie că

$$V_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}, \quad \text{și} \quad V_2=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 a},$$

rezultă:

$$q_1=4\pi\varepsilon_0 ar\,\frac{rV_2-aV_1}{r^2-a^2}=-4\pi\varepsilon_0\frac{r}{a}(rV_2-aV_1)=\frac{1}{3}\cdot10^{-8}\text{C}$$

și $q_2=4\pi\varepsilon_0 ar\,\frac{rV_1-aV_2}{r^2-a^2}=4\pi\varepsilon_0\frac{r}{a}(rV_1-aV_2)=-63{,}88\cdot10^{-11}\text{C}$.

1.17. Potențialul în O, datorat sarcinilor de pe sfera O și a celor de pe sfera C, va fi nul deoarece sfera O este legată la pămînt.

Potențialul creat în centrul său de sfera de rază r și încărcată cu sarcina q este

$$V_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r},$$

iar potențialul creat la distanța d de sarcina Q din C va fi

$$V_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d}, \quad \text{iar} \quad V_1+V_2=0, \quad \text{de unde} \quad q=-Q\frac{r}{d}=-5\cdot10^{-11}\text{C}.$$

1.18. a) Cele două sarcini Q și $-Q$ plasate în punctele M și M' (fig. 1.18.R) creează într-un punct oarecare de pe mediatoarea lui MM' un potențial V astfel ca

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 MP}-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 M'P}=0.$$

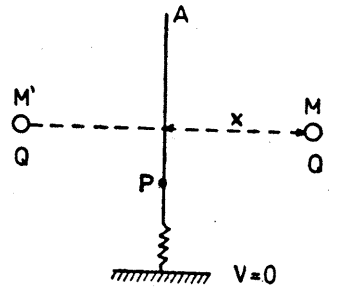


Fig. 1.18. R

Se observă echivalența discului A și a sferei încărcată cu sarcina Q cu două sarcini $+Q$ și $-Q$ simetrice în raport cu A.

Forța electrostatică ce acționează asupra lui Q este:

$$F=-\frac{Q^2}{(2x)^2}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=6\cdot10^{-7}\text{N}.$$

b) Cîmpul electric ce apare între cele două discuri este:

$$E=\frac{V_B-V_A}{l},$$

ar potențialul electric la distanța x de discul A este

$$V_1=\frac{(V_B-V_A)x}{l}.$$

Potențialul sferei datorită sarcinii Q' este

$$V_2=\frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Dar, sfera fiind în legătură cu discul A, care este legat la pămînt, potențialul său va fi nul, adică $V_1+V_2=0$, de unde $Q'=-4\pi\varepsilon_0 r(V_B-V_A)\frac{x}{l}=4\cdot10^{-10}\text{C}$.

Noua valoare a forței electrostatice va fi

$$F'=(V_B-V_A)\frac{Q'}{l}=1{,}2\cdot10^{-5}\text{N}.$$

1.19. a) Intensitatea cîmpului electric $\vec{E}$ într-un punct pe axa inelului se obține din suma vectorială a intensităților produse de sarcinile elementare ale inelului.

În figura 1.19.R sînt reprezentate intensitățile cîmpurilor electrice produse de două sarcini elementare dQ diametral opuse. Se observă că din cauza simetriei componentele orizontale se anulează, cîmpul fiind determinat de componentele din lungul axei. Deci:

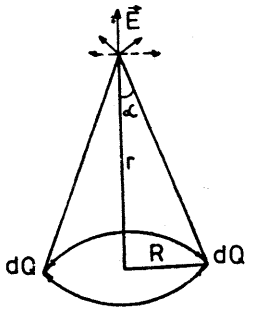


Fig. 1.19. R

$$E=\frac{\int_0^Q dQ}{4\pi\varepsilon_0(R^2+r^2)}\cdot\cos\alpha=\frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0(R^2+r^2)^{3/2}}.$$

b) Intensitatea E are un extrem cînd $\frac{dE}{dr}=0$.

Dar, $\frac{dE}{dr}=\frac{Q(R^2-2r^2)}{4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)^{5/2}}$.

Rezultă că $\frac{dE}{dr}=0$, pentru $r'=\frac{R}{\sqrt{2}}$.

Introducînd r' în expresia lui E se obține

$$E_{max}=\frac{2\sqrt{3}}{9}\cdot\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R^2}.$$

1.20. Potențialul electric al sferei interioare este

$$V_1=\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0R_2}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0R_1}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

iar al sferei exterioare

$$V_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_1}\right)=0.$$

Diferența de potențial dintre cele două sfere este deci

$$\Delta V=V_2-V_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{R_1-R_2}{R_1R_2}.$$

Capacitatea condensatorului va fi:

$$C=\frac{q}{\Delta V}=4\pi\varepsilon_0\frac{R_1R_2}{R_1-R_2}.$$

1.21. Condensatoarele diferind doar prin dielectricul din ele între capacitățile lor există relația

$$C=\varepsilon_rC_0=\alpha UC_0,$$

unde C_0 este capacitatea condensatorului cu vid. Sarcina pe condensatorul cu permitivitatea variabilă este

$$q'=CU=\alpha C_0U^2$$

și sarcina inițială pe condensatorul cu vid $q_0=C_0U_0$.
Deoarece $q+q'=q_0$ rezultă $\alpha U^2+U=U_0$

de unde $$U=\frac{\sqrt{4\alpha U_0+1}-1}{2\alpha}=20\text{ V}.$$

1.22. a) Capacitatea echivalentă este aceea a doi condensatori legați în paralel:

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_rAl_1}{dl}+\frac{\varepsilon_0A(l-l_1)}{dl}=\frac{\varepsilon_0A}{d}\left[1+(\varepsilon_r-1)\frac{l_1}{l}\right].$$

b) Capacitatea este egală cu capacitatea a două condensatoare legate în serie

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2},$$

unde:

$$C_1=\frac{\varepsilon_0A}{d-d_1}\text{ și }C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_rA}{d_1},$$

Deci $$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_rA}{d_1+\varepsilon_r(d-d_1)}.$$

1.23. Prin introducerea lamei metalice în spațiul dintre armături aceasta se încarcă electric prin influență (fig. 1.23.R).

Sistemul format este echivalent cu două condensatoare de capacitate

$$C_1=\frac{\varepsilon_0S}{l_1}\text{ și }C_2=\frac{\varepsilon_0S}{l_2}$$

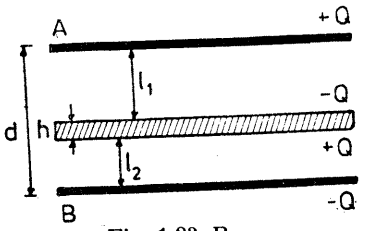


Fig. 1.23. R

legate în serie, astfel că noua valoare a capacității este:

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{\varepsilon_0S}{d-h}.$$

Capacitatea s-a modificat prin introducerea lamei metalice de

$$\frac{C}{C_0}=\frac{d}{d-h}\text{ ori, unde }C_0=\frac{\varepsilon_0S}{d}.$$

Valoarea capacității nu depinde de poziția lamei ci doar de grosimea ei.

1.24. În cazul legării în paralel,

$$C=C_1+C_2+C_3 \quad (1),$$

iar în cazul legării în serie,

$$\frac{1}{C'}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} \quad (2).$$

Din (1), $C_2+C_3=C-C_1=s,$

iar din (2), $C_2C_3=\frac{(C-C_1)C_1C'}{C_1-C'}=p.$

Ecuația de gradul doi ale cărei rădăcini sînt C_2 și C_3 se scrie

$$x^2-sx+p=0,$$

de unde

$$C_{2,3}=\frac{s}{2}\pm\sqrt{\frac{s^2}{4}-p}=\frac{C-C_1}{2}\pm\sqrt{\frac{(C-C_1)^2}{4}-\frac{(C-C_1)C_1C'}{C_1-C'}}=4{,}5\pm1{,}5,$$

adică

$$C_2=6\text{pF} \text{ și } C_3=3\text{pF}.$$

1.25. În primul caz sistemul este echivalent cu două condensatoare legate în serie, astfel că

$$\frac{1}{C_1}=\frac{1}{C_1'}+\frac{1}{C_1''}=\frac{d}{4\varepsilon_0\varepsilon_r S}+\frac{3d}{4\varepsilon_0 S}=\frac{d}{4\varepsilon_0 S}\left(\frac{1+3\varepsilon_r}{\varepsilon_r}\right),$$

adică

$$C_1=\frac{4\varepsilon_r}{1+3\varepsilon_r}C=12{,}5\ \mu\text{F}.$$

Sarcina electrică rămînînd aceeași,

$$Q=CU=C_1U_1, \text{ de unde } U_1=\frac{CU}{C_1}=16\text{ kV}.$$

În al doilea caz, sistemul este echivalent cu două condensatoare legate în paralel, astfel că

$$C_2=C_2'+C_2''=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{4d}+\frac{3\varepsilon_0 S}{4d}=\frac{\varepsilon_r+3}{4}C=20\ \mu F.$$

Din nou, $Q=CU=C_2U_2$, de unde $U_2=\frac{CU}{C_2}=10\text{ kV}.$

b) Împărțind $\frac{C_2}{C_1}=1+\frac{3(\varepsilon_r-1)^2}{16\varepsilon_r}>1,$

deoarece pentru orice mediu în afară de aer și vid $\varepsilon_r>1$. Întotdeauna $C_2>C_1$.

1.26.

$$U=U_1+U_{AB}$$

unde U_1 este tensiunea pe C_1 și U_{AB} căderea de tensiune între punctele A și B.

Capacitatea sistemului este $C=\frac{(C_2+C_3)C_1}{C_1+C_2+C_3}$.

Datorită legării în serie sarcina pe C_1 este aceeași cu aceea de pe sistemul C_2, C_3. Deci:

$$q_1=q=CU=\frac{(C_2+C_3)C_1U}{C_1+C_2+C_3}.$$

Pentru condensatoarele C_2 și C_3 avem:

$$q_2=C_2U_{AB}, \quad q_3=C_3U_{AB}$$

unde $U_{AB}=U-U_1$, iar $U_1=\frac{q}{C_1}$.

Rezultă $U_{AB}=\frac{C_1}{C_1+C_2+C_3}U.$

și $q_2=\frac{C_1C_2U}{C_1+C_2+C_3}, \quad q_3=\frac{C_1C_3U}{C_1+C_2+C_3}.$

1.27. $U_{AD}=\frac{Q_4}{C_4}=24\text{V}, \quad Q_{ADE}=Q_4+U_{AD}(C_2+C_3)=288\ \mu\text{C};$

$$U_{AE}=U_{AD}+U_{DE}=U_{AD}+\frac{Q_{ADE}}{C_3}=96\text{ V}; \quad U_{ADE}=U_{ABE}=96\text{ V};$$

$$Q_{ABE}=U_{AE}\frac{C_2(C_1+C_3)}{C_1+C_2+C_3}=192\ \mu\text{C}; \quad U_{AB}=\frac{Q_{ABE}}{C_2}=64\text{ V}.$$

1.28. a) $U=\frac{q}{C}=\frac{qd}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}=242\text{ V}.$

b) Cîmpul dintre plăci este cauzat de superpoziția cîmpurilor egale create de plăci. Deci o armătură se află în cîmpul $E_1=\frac{E}{2}$ creat de cealaltă placă, unde

$$E=\frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}.$$

Rezultă: $F=E_1q=\frac{QE}{2}=2{,}42\cdot10^{-3}$N.

1.29. Suma căderilor de tensiune pe un circuit închis este nulă, deci:

$$E_1+E_2-U_1-U_2=0. \quad (1)$$

Sarcinile pe condensatoare sînt aceleași:

$$Q=C_1U_1=C_2U_2 \quad (2).$$

Din (1) și (2) se obține:

$$U_1=\frac{C_2}{C_1+C_2}(E_1+E_2)=17{,}5\text{ kV};\quad U_2=\frac{C_1}{C_1+C_2}(E_1+E_2)=7{,}5\text{ kV}.$$

1.30. Considerăm că bateria are capacitatea echivalentă C și este încărcată cu sarcina Q. Dacă la bornele AB se aplică tensiunea U (fig. 1.30.R) se poate scrie:

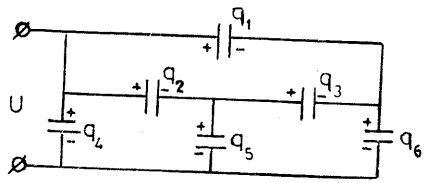


Fig. 1.30. R

$C=\frac{Q}{U}$ (1) unde $Q=q_1+q_2+q_4=$

$=q_4+q_5+q_6$ (2).

Se observă că $U=U_4=\frac{q_4}{C}$. (3)

Scriind că suma căderilor de tensiune pe ochi este nulă se obțin ecuațiile:

$$\frac{q_1}{C}-\frac{q_2}{C}-\frac{q_3}{C}=0\ (4),\quad \frac{q_2}{C}-\frac{q_4}{C}+\frac{q_5}{C}=0\ (5);\quad \frac{q_3}{C}-\frac{q_5}{C}+\frac{q_6}{C}=0\ (6).$$

Din ecuațiile (2), (4), (5), și (6) se obține că

$$q_1=q_2=q_5=q_6=\frac{q_4}{2},\ \text{și}\ q_3=0.$$

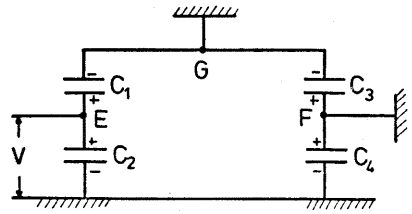
Rezultă $Q=2q_4$ și deci: $C=\frac{2q_4}{\frac{q_4}{C_0}}=2C_0$.

1.31. După prima experiență (fig. 1.31. a.R)

$$Q_1=C_1V;\ Q_3=0;\ Q_2=C_2V;\ Q_4=0 \text{ și sarcina totală}$$

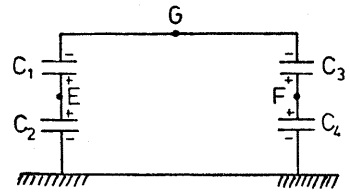
$$Q=Q_1+Q_2=(C_1+C_2)V \quad (1).$$

După a doua experiență (fig. 1.31 b.R) pentru ca electrometrul să indice zero trebuie ca diferența de potențial dintre G și pămînt, $V_G=0$.



a

Fig. 1.31 a. R



b

Fig. 1.31 b. R

Cînd legăm pe E de F sarcinile electrice pe C_1 și C_2 se repartizează pe toate cele patru condensatoare. Dacă noul potențial al armăturilor interne este V', din conservarea sarcinii

$$Q=(C_1+C_2+C_3+C_4)V' \quad (2).$$

Dar G fiind legat la pămînt, montajul este echivalent cu cel din figura 1.31.c.R, în care cele patru condensatoare sînt legate în paralel.

Din (1) și (2), $(C_1+C_2)V=(C_1+C_2+C_3+C_4)V'$ (3).

După a doua experiență sarcina Q_1 de pe C_1 se repartizează pe C_1 și C_3, astfel că

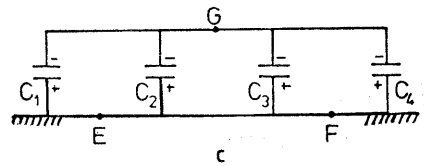
$$Q_1=Q_1'+Q_3' \quad (4),$$

iar din figura 1.31.c.R,

$$Q_1'=C_1V' \text{ și } Q_3'=C_3V' \quad (5),$$

astfel că din (4) și (5),

$$C_1V=(C_1+C_3)V' \quad (6).$$



c

Fig. 1.31 c. R

Împărțind (3) la (6) rezultă:

$$C_2C_3=C_1C_4.$$

1.32. a) Prin definiție $\sigma=\frac{Q}{S}=\frac{Q}{4\pi R^2}$,

de unde $Q=4\pi R^2\sigma$;

b) $V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R}=\frac{R\sigma}{\varepsilon_0}$.

c) $C=\frac{Q}{V}=4\pi\varepsilon_0R$.

d) $W=\frac{1}{2}CV^2=\frac{2\pi}{\varepsilon_0}R^3\sigma^2$.

1.33. a) Scriind conservarea sarcinii electrice:

$$q=C_1U_1=C_2U_2 \text{ rezultă } U_2=\frac{C_1U_1}{C_2}=3000 \text{ V}.$$

b) Lucrul mecanic efectuat este egal cu diferența dintre energiile electrostatice în cele două poziții:

$$L=W_2-W_1=\frac{q}{2}(U_2-U_1)=\frac{1}{2}\frac{C_1}{C_2}(C_1-C_2)U_1^2=40{,}5\cdot10^{-6}\text{J}.$$

1.34. a) $W=\frac{1}{2}C_1U^2=0{,}05$ J.

b) Notăm cu q_1 și q_2 sarcinile de echilibru ale celor două condensatoare și cu Q sarcina inițială a lui C_1. Atunci, din condiția de egalitate a potențialelor:

$$\frac{q_1}{C_1}=\frac{q_2}{C_2}=\frac{Q}{C_1+C_2},$$

de unde $q_1=Q\frac{C_1}{C_1+C_2}=\frac{C_1^2U}{C_1+C_2}$ și $q_2=Q\frac{C_2}{C_1+C_2}=\frac{C_1C_2U}{C_1+C_2}$.

Energiile înmagazinate în cele două condensatoare sînt

$$W_1=\frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C_1}=\frac{C_1^3U^2}{2(C_1+C_2)^2}=\frac{5}{121}\text{ J, și } W_2=\frac{1}{2}\frac{q_2^2}{C_2}=\frac{C_1^2C_2U^2}{2(C_1+C_2)^2}=\frac{1}{242}\text{ J},$$

iar energia totală $W'=W_1+W_2=\frac{1}{22}$ J. Diferența $W-W'=\frac{1}{220}$ J s-a pierdut prin efect Joule în rezistența r.

1.35. Energia electrostatică înmagazinată în cele două condensatoare înainte de legarea lor este

$$W_1=\frac{1}{2}C_1U^2+\frac{1}{2}C_2U^2=3750 \text{ J}.$$

În urma legării condensatoarelor sarcina electrică de pe condensatorul C_2 anulează sarcina de pe condensatorul C_1 sarcina totală care rămîne pe cele două condensatoare fiind:

$$Q=(C_2-C_1)U.$$

Energia electrostatică finală din condensatoare este

$$W_2=\frac{1}{2}\frac{Q^2(C_1+C_2)}{C_1C_2}=\frac{1}{2}\frac{(C_2-C_1)^2(C_1+C_2)U^2}{C_1C_2}=1875 \text{ J}.$$

Diferența $W_1-W_2=1875$ J este degajată sub formă de căldură prin firele de legătură.

1.36. Notăm cu $x(U)$ deplasarea armăturii mobile față de poziția inițială, fără tensiune aplicată ($x_0=0$ pentru $U=0$). Calculăm forța F de atracție dintre armăturile condensatorului încărcat cu tensiunea U.

Dacă condensatorul este încărcat la tensiunea U și nelegat de sursă, atunci sarcina sa va fi $Q=CU$ și energia $W=\frac{Q^2}{2C}$. Prin variația distanței dintre armături, cu $\Delta x<<d$, energia condensatorului variază cu

$$W=\frac{1}{2}Q^2\left(\frac{1}{C'}-\frac{1}{C}\right)=\frac{1}{2}Q^2\left(\frac{d-\Delta x}{\varepsilon_0S}-\frac{d}{\varepsilon_0S}\right)=-\frac{Q^2}{2\varepsilon_0S}\Delta x,$$

unde C' este capacitatea condensatorului pentru distanța dintre armături $d-\Delta x$. Această variație a energiei este egală cu lucrul mecanic efectuat de forța F pe distanța Δx, adică

$$F\Delta x=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0S}\Delta x, \text{ de unde } F=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0S}=\frac{U^2C^2}{2\varepsilon_0S}=\frac{U^2C^3S}{2d^2}.$$

Dacă i se aplică condensatorului o tensiune exterioară U_x și în consecință armătura mobilă a condensatorului se deplasează cu x față de poziția $x_0=0$, forța de atracție dintre armăturile condensatorului va fi

$$F_x=\frac{U_x^2\varepsilon_0S}{2(d-x)^2}.$$

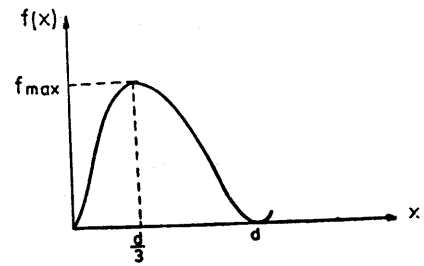


Fig. 1.36. R

Această forță egalează forța elastică din resort:

$$kx=\frac{U_x^2\varepsilon_0S}{2(d-x)^2} \text{ de unde } U_x^2=\frac{2k}{\varepsilon_0S}x(d-x)^2.$$

Căutăm maximul funcției $U_x(x)$, adică al funcției $f(x)=x(x-d)^2$: $f'(x)=3x^2-4dx+d^2=0$, care are rădăcinile: $x_1=d$ (minim), $x_2=\frac{d}{3}$ căreia îi corespunde $f_{max}(x)=\frac{4}{27}d^3$ (fig. 1.36.R) și

$$|U_{max}|=\frac{2d}{3}\sqrt{\frac{2kd}{3\varepsilon_0S}}.$$

1.37. Energia totală a condensatoarelor înaintea conectării este

$$W_{e_0}=\frac{1}{2}(C_1U_1^2+C_2U_2^2)$$

și după conectare:

$$W_{e_f}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_1+C_2}=\frac{1}{2}\frac{(C_1U_1+C_2U_2)^2}{C_1+C_2}.$$

Rezultă $W_{e_0}-W_{e_f}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(U_1^2+U_2^2-2U_1U_2)>0.$

Se vede că dacă $U_1=U_2$ atunci $W_{e_0}=W_{e_f}$.

Scăderea energiei electrostatice se datorește curgerii sarcinilor de la un condensator la altul, în conductoarele de legătură fiind eliberată căldură. De remarcat că energia eliberată nu depinde de rezistența conductoarelor de legătură.

1.38. a) $C_1=4\pi\varepsilon r_1$

Energia sferei M este $W_1=\frac{1}{2}C_1V_1^2=2\pi\varepsilon r_1V_1^2$.

Sarcina sferei M pînă la legarea cu sfera N este

$$q_1=C_1V_1=4\pi\varepsilon r_1V_1.$$

După punerea în legătură a celor două sfere, ele au același potențial V_2 și sarcinile q_1' și q_2'.

Se poate scrie:

$$C_1=\frac{q_1'}{V_2} \text{ și } C_2=\frac{q_2'}{V_2} \text{ unde } C_2=4\pi\varepsilon r_2.$$

Sarcina totală se conservă astfel că:

$$q_1'+q_2'=q_1 \quad (1).$$

Deoarece $\frac{q_1'}{C_1}=\frac{q_2'}{C_2}$,

și utilizînd relația (1) se obține:

$$q_1'=\frac{4\pi\varepsilon r_1^2V_1}{r_1+r_2} \text{ și } q_2'=\frac{4\pi\varepsilon r_1r_2V_1}{r_1+r_2}.$$

Energiile celor două sfere vor fi

$$W_1'=\frac{2\pi\varepsilon r_1^3V_1^2}{(r_1+r_2)^2}; \quad W_2'=\frac{2\pi\varepsilon r_1^2r_2V_1^2}{(r_1+r_2)^2}.$$

b) Avem de rezolvat sistemul:

$$\frac{q_1''}{C_1}=\frac{q_2''}{C_2}; \quad q_1'=q_1''+q_2''.$$

Se obține:

$$q_1''=\frac{4\pi\varepsilon r_1^3V_1}{(r_1+r_2)(r_1+r_3)}, \quad q_2''=\frac{4\pi\varepsilon r_1^2r_3V_1}{(r_1+r_2)(r_1+r_3)}$$

și

$$W_1''=\frac{2\pi\varepsilon r_1^5V_1}{(r_1+r_2)^2(r_1+r_3)^2}; \quad W_3''=\frac{2\pi\varepsilon r_1^4r_3V_1^2}{(r_1+r_2)^2(r_1+r_3)^2}.$$

Lucrul pierdut prin conectarea sferelor M și P este:

$$L=W_1'-(W_1''+W_3'')=\frac{2\pi\varepsilon r_1^3r_3V_1^2}{(r_1+r_2)^2(r_1+r_3)}.$$

1.39. Lucrul mecanic efectuat în primul caz este egal cu energia potențială a sferei libere:

$$L_1=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}.$$

După conectare, sferele vor avea aceeași sarcină

$$q=\frac{q_1+q_2}{2}$$

iar lucrul mecanic efectuat de sfera liberă este:

$$L_2=\frac{(q_1+q_2)^2}{4\cdot 4\pi\varepsilon_0 l}.$$

Se vede că $L_2>L_1$, deoarece prin conectarea celor două sfere printr-un fir conductor o parte din energie se pierde sub formă de căldură.

Notînd cu W_1 energia proprie a sferelor înainte de a fi conectate și cu W_2 după conectare expresiile acestor energii sînt

$$W_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{2r}+\frac{q_2^2}{2r}\right) \text{ și } W_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q^2}{2r}+\frac{q^2}{2r}\right).$$

Legea conservării energiei se scrie:

$$L_1+W_1=L_2+W_2+Q_2$$

de unde $Q=\frac{(q_1-q_2)^2}{16\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{l}\right).$

1.40. Distanța dintre sfere devine minimă în momentul cînd viteza lor relativă se anulează. Deoarece în acest moment sferele au aceeași viteză v din legea conservării impulsului rezultă

$$v=\frac{m_1v_1-m_2v_2}{m_1+m_2}.$$

Legea conservării energiei se scrie:

$$\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}+\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{(m_1+m_2)v^2}{2}+\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}}.$$

Substituind pe v se obține:

$$r_{min}=\frac{r}{1+\frac{2\pi\varepsilon_0 m_1m_2(v_1+v_2)^2}{(m_1+m_2)q_1q_2}r}.$$

1.41. Pe baza legii conservării energiei:

$$W_A=W_B \quad (1)$$

unde W_A și W_B reprezintă energiile totale ale sferei în punctele A și B (fig. 1.41.R). Se poate scrie:

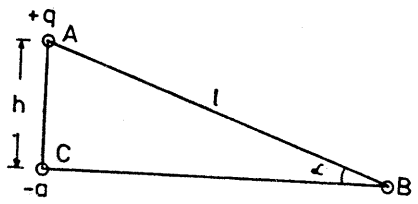


Fig. 1.41. R

$$W_A=mgh-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 h}.$$

În punctul B sfera are energia cinetică și energia potențială datorită forței Coulomb.

$$W_B=W_{cin}+W_p \quad \text{unde} \quad W_{cin}=\frac{mv^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}=0{,}7\,mv^2.$$

Energia potențială în B este:

$$W_p=-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 h\,\mathrm{ctg}\alpha}.$$

Pe baza relației (1) avem:

$$mgh-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 h}=0{,}7\,mv^2-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \mathrm{tg}\alpha}$$

de unde $v=\sqrt{\frac{1}{7}\left[10gh+\frac{5}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{hm}(\mathrm{tg}\,\alpha-1)\right]}$.

1.42. a) Sistemul format din cele trei particule este închis, deci creșterea energiei sale cinetice este egală cu scăderea energiei potențiale, adică

$$3\frac{mv^2}{2}=3\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}-3\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

de unde $v=\sqrt{\frac{2q^2(r-r_0)}{4\pi\varepsilon_0 mrr_0}}$.

Pentru $r\to\infty$, viteza fiecărei particule tinde spre valoarea limită

$$v_{max}=\sqrt{\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 mr_0}}.$$

b) Datorită modificării configurației sistemului, lucrul mecanic al tuturor forțelor de interacție este egal cu scăderea energiei potențiale:

$$L=\frac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0},$$

deoarece în poziția finală ($r\to\infty$) $E_p=0$.

Atunci, lucrul mecanic efectuat asupra unei particule va fi:

$$L_1=\frac{L}{3}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}.$$

1.43. Forța de atracție maximă între cele două bile este

$$F_{max}=k\frac{Q^2}{4R^2}, \quad \text{unde} \quad k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.$$

a) Dacă $T<F_{max}$ atunci firul se va rupe pînă în momentul ciocnirii.

Considerăm că x_1 este distanța dintre bile în momentul cînd firul se rupe ($F=T$). Avem:

$$k\frac{Q^2}{x_1^2}=T.$$

Din acest moment sistemul devine izolat și impulsul său se conservă. Dacă v este viteza bilei din stînga (fig. 1.43.R) în momentul ruperii firului se poate scrie (sistemul este închis)

Fig. 1.43. R

$$mv=2mu$$

unde u este viteza bilelor după ciocnire. Scriem legea conservării energiei:

$$-k\frac{Q^2}{10R}=-k\frac{Q^2}{x_1}+m\frac{v^2}{2}=-Tx_1+m\frac{v^2}{2}, \quad \text{unde} \quad x_1=\sqrt{\frac{kQ^2}{T}}$$

și obținem: $u=\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{2m}\left(\frac{1}{Q}\sqrt{\frac{T}{k}}-\frac{1}{10R}\right)}$.

b) Dacă $T \geqslant F_{max}$, ciocnirea va avea loc în momentul cînd $x=2R$. Se obține:

$$u=\sqrt{\frac{Q^4}{4\pi\varepsilon_0 mR}}.$$

1.44. Asupra uleiului (dielectricul) se efectuează un lucru mecanic ce se transformă în energie potențială gravitațională.

Lucrul mecanic efectuat de forțele mecanice este

$$L=\frac{U^2}{2}(C_2-C_1)=\frac{U^2}{2}(\varepsilon_r-1)h\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}} \quad (1)$$

unde h este înălțimea coloanei de ulei.

Masa de ulei care se ridică este $\rho h\pi(b^2-a^2)$, iar energia potențială a acestei mase va fi:

$$W_p=\int_0^h gy\,dm=\int_0^h \rho g\pi(b^2-a^2)y\,dy=\frac{\rho g\pi(b^2-a^2)}{2}h^2 \quad (2).$$

Din egalarea relațiilor (1) și (2) rezultă:

$$h=\frac{2\varepsilon_0 U^2(\varepsilon_r-1)}{(b^2-a^2)\rho g\ln\frac{b}{a}}.$$

1.45. a) Suprafețele echipotențiale ale sistemului sarcină-placă conductoare sînt echivalente cu suprafețele echipotențiale ale sistemului din figura 1.45.R.

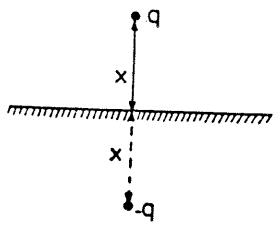


Fig. 1.45. R

Forța electrostatică de atracție dintre cele două sarcini va fi

$$F=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{4x^2},$$

iar energia potențială electrostatică este

$$U=-\int_x^\infty F\,dx=+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_x^\infty\frac{q^2}{4x^2}\,dx=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{4x},$$

la infinit energia potențială fiind nulă.

Energia cinetică a sarcinii electrice la distanța x_0 de placă va fi egală cu diferența dintre energiile potențiale:

$$W_c=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q^2}{4x}-\frac{q^2}{4x_0}\right).$$

Se observă că pentru $x\to 0$, $W_c\to\infty$, ceea ce nu are sens fizic. Acest rezultat ne indică faptul că pentru valori mici ale lui x placa conductoare nu poate fi aproximată cu un conductor plan ideal.

b) $W_a=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q^2}{4x}-\frac{q^2}{4x_0}\right)\cong 3{,}6$ eV,

unde $x_0=10^{-10}$m și $x=10^{-2}$ m.

1.46. Energia internă a condensatorului fiind $W=\frac{q^2}{2C}$, variația acestei energii conține doi termeni:

$$dW=\frac{q}{C}\,dq-\frac{q^2}{2C^2}\,dC=dW_1+dW_2,$$

unde primul termen $dW_1=\frac{q}{C}\,dq$ reprezintă variația energiei interne datorate lucrului mecanic efectuat de forțele electrice ale bateriei pentru variația sarcinii electrice a armăturilor, iar al doilea termen $dW_2=-\frac{q^2}{2C^2}dC$ reprezintă variația energiei interne datorată lucrului mecanic efectuat de forțele mecanice pentru variația capacității condensatorului

a) $$L_1=\Delta W_1=\int_{q_0}^{q}\frac{q}{C}\,dq=\int_{q_0}^{\varepsilon_r q_0}U_0\,dq=q_0U_0(\varepsilon_r-1),$$

unde $U_0=\frac{q}{C}$ este tensiunea constantă a baterici.

b) $$L_2=\Delta W_2=-\int_{q_0/V_0}^{q/V_0}\frac{q^2}{2C^2}\,dC=\frac{U_0^2}{2}\int_{q_0/V_0}^{\varepsilon_r q_0/V_0}dC=-\frac{U_0q_0}{2}(\varepsilon_r-1).$$

Lucrul mecanic L_2 se efectuează asupra dielectricului.

1.47. a) În punctul de plecare și în cel în care se oprește, viteza particulei fiind nulă și energia sa cinetică este nulă. Deci, între aceste puncte lucrul mecanic total efectuat este nul. Acest lucru este posibil deoarece în prima parte a drumului particula este accelerată de cîmpul electric și lucrul mecanic este efectuat de cîmp asupra particulei, iar în a doua parte a drumului particula este frînată, lucrul mecanic fiind efectuat de particulă asupra cîmpului. Deci,

$$F_{medie}\cdot x_1=0,\ \text{sau}\ \frac{E_0+E_0(1-x_1)}{2}\cdot x_1=0,$$

de unde $x_1=2$ m.

b) Accelerația în orice punct este

$$a_x=\frac{qE_x}{m},\quad a_{x_1}=\frac{qE_0(1-x_1)}{m}=-2\cdot10^{-3}\ \text{m/s}^2.$$

1.48. Componentele vitezei electronului pe axele x și y (fig. 1.48.R) cînd acesta se mișcă în interiorul condensatorului sînt:

$$v_y=v_{0_y}-at$$

unde $v_{0_y}=v_0\sin\alpha$ și $v_x=v_0\cos\alpha$.

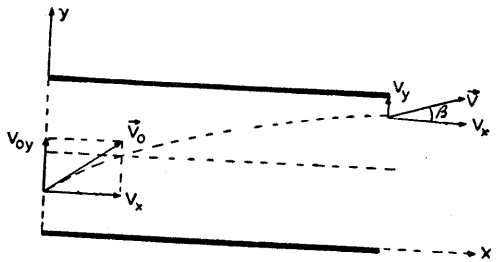


Fig. 1.48.R

Accelerația mișcării pe verticală este $a=\frac{eU}{md}$.

Viteza electronului la ieșirea din condensator este:

$$v_y=v_0\sin\alpha-\frac{eU}{md}\cdot\frac{l}{v_0\cos\alpha}.$$

Din figura 1.48.R se vede că:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{v_{0_y}}{v_x}\ \text{și}\ \operatorname{tg}\beta=\frac{v_y}{v_x},$$

deci: $\operatorname{tg}\beta=\dfrac{v_0\sin\alpha-\dfrac{eU}{md}\dfrac{l}{v_0\cos\alpha}}{v_0\cos\alpha}=\operatorname{tg}\alpha-\dfrac{eU}{md}\dfrac{l}{v_0^2\cos^2\alpha}.$

Rezultă: $v_0^2=\dfrac{eUl}{md\cos^2\alpha(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta)}.$

Viteza electronului la ieșirea din condensator este:

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=v_x\sqrt{\operatorname{tg}^2\beta+1}=\frac{v_0\cos\alpha}{\cos\beta}.$$

Energia cinetică a electronului va fi deci:

$$W_c=\frac{mv_0^2\cos^2\alpha}{2\cos^2\beta}.$$

1.49. a) Particula are o mișcare uniformă în lungul axei x și o mișcare uniform accelerată în lungul axei y (fig. 1.49.R).

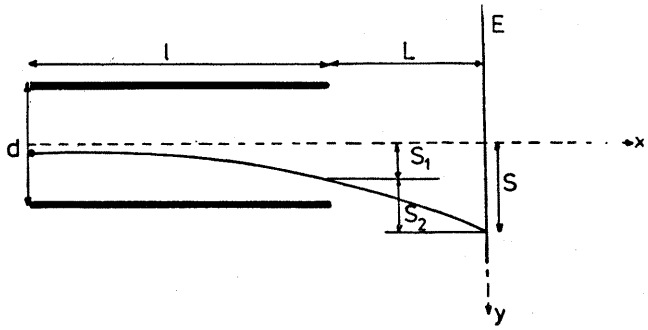


Fig. 1.49.R

În interiorul condensatorului asupra particulei acționează forțele verticale: greutatea $G=mg$ și forța datorată cîmpului electric $F_e=qE=q\frac{U}{d}$. Accelerația particulei în mișcarea pe y este deci:

$$a=g+q\frac{U}{md}.$$

Durata mișcării particulei între armăturile condensatorului este $t=\frac{l}{v_0}$.

La ieșirea din condensator particula are viteza

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2},\ \text{unde}\ v_x=v_0\ \text{și}\ v_y=at=\left(g+\frac{qU}{dm}\right)\frac{l}{v_0}.$$

Spațiul străbătut pe verticală la ieșirea din condensator este

$$s_1=\frac{at^2}{2}=\left(g+\frac{qU}{md}\right)\frac{l^2}{2v_0^2}.$$

Timpul în care este parcursă distanța L pînă la ecran este: $t_1=\frac{L}{v_0}$.

După ce iese din condensator particula are o mișcare uniformă pe axa x și uniform accelerată pe y, datorită greutății G.

Spațiul parcurs pe verticală în timpul t_1 este:

$$S_2=\left(g+\frac{qU}{md}\right)\frac{lL}{v_0^2}+\frac{gL^2}{2v_0^2}.$$

Spațiul total parcurs pe verticală este

$$S=S_1+S_2=\frac{m}{2W_c}\left[\left(g+\frac{qU}{md}\right)\left(\frac{l^2}{2}+lL\right)+\frac{gL^2}{2}\right],$$

unde s-a ținut seama că: $W_c=\frac{mv_0^2}{2}$.

b) În cazul cînd particula care intră în condensator este electron $mg \ll qE$ și greutatea poate fi neglijată. Se obține:

$$S=\frac{1}{2W_c}\left[\frac{eU}{d}\left(\frac{l^2}{2}+Ll\right)\right].$$

1.50. Lucrul mecanic al greutății este $L=mgh$, unde $h=gt^2/2$ este înălțimea de cădere a sferei.

Durata t se află considerînd mișcarea sferei în cîmpul electric:

$$d=\frac{at^2}{2}, \text{ unde } a=\frac{qU}{md}.$$

Atunci, $L=\frac{(mgd)^2}{qU}=8{,}6\ \mu\text{J}$.

1.51. Deoarece condensatoarele sînt legate în paralel: $C=C_1+C_2$.

a) $U=\frac{q}{C}$ unde $q=q_1+q_2$ și $q_1=C_1U_1$; $q_2=C_2U_2$.

Se obține: $U=\frac{C_1U_1+C_2U_2}{C_1+C_2}$.

b) $q=q_1-q_2=C_1U_1-C_2U_2$ și $U=\frac{C_1U_1-C_2U_2}{C_1+C_2}$.

1.52. Se determină sarcinile pe condensatoare în cazul cînd comutatorul este deschis (fig. 1.52.R). Notînd sarcinile pe cele două condensatoare cu Q_1 și respectiv Q_2:

$$Q_1-Q_2=0 \text{ (1) sau } C_1U_1-C_2U_2=0 \text{ (2)}$$

unde U_1 și U_2 sînt căderile de tensiune pe cele două condensatoare. Între ele există relația:

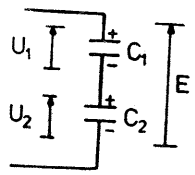


Fig. 1.52.R

$$U_1+U_2=E \text{ (3)}$$

Din relațiile (2) și (3) se obține:

$$U_1=\frac{C_1}{C_1+C_2}E \text{ și } U_2=\frac{C_2}{C_1+C_2}E.$$

Sarcinile pe armăturile celor două condensatoare sînt:

$$Q_1=Q_2=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}E=0{,}75\cdot10^{-4}\text{ C}.$$

Condensatoarele sînt încărcate ca în figura 1.52.R. În cazul cînd întrerupătorul este închis căderile de tensiune pe condensatoare vor fi

$$U_1'=\frac{E}{2} \text{ și } U_2'=\frac{E}{2}$$

iar sarcinile

$$Q_1'=C_1\frac{E}{2}=0{,}5\cdot10^{-4}\text{ C și } Q_2'=C_2\frac{E}{2}=1{,}5\cdot10^{-4}\text{ C}.$$

Se vede că $Q_1'<Q_1$ deci prin 1 trece spre sursă sarcina negativă

$$q_1=-(Q_1-Q_1')=-\frac{C_1E}{2}\cdot\frac{C_2-C_1}{C_1+C_2}.$$

Prin (2) trece spre condensator sarcina negativă

$$q_2=-(Q_1'-Q_1)=-\frac{C_2E}{2}\cdot\frac{C_1-C_2}{C_1+C_2}.$$

Se observă că prin întrerupătorul K trece spre conductorul ce leagă armăturile comune spre pămînt sarcina negativă: $q_3=-q_2-q_1$.

1.53. În timp de o secundă prin secțiunea de arie A a conductorului trec toți electronii conținuți în volumul Av. Intensitatea curentului este deci

$$I=Avne \text{ de unde } v=\frac{I}{Ane}\simeq10^{-4}\text{ cm/s}.$$

1.54. Într-un interval de timp Δt pe anod cade un număr $N=It/e$ electroni, fiecare transmițînd anodului un impuls $p=mv$, unde v este viteza cu care electronii ating anodul.

Legea conservării energiei se scrie

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{mv_0^2}{2}+eU \text{ de unde: } v=\sqrt{\frac{(2eU+mv_0^2)}{m}} \text{ și } p=\sqrt{(2eU+mv_0^2)m}.$$

Impulsul transmis catodului de cei N electroni va fi:

$$P=Np=\frac{I\Delta t}{e}\sqrt{(2eU+mv_0^2)m}.$$

Dar $F=\frac{P}{\Delta t}$, și deci $F=\frac{I}{e}\sqrt{(2eU+mv^2)m}$.

1.55. Considerăm o porțiune din conductor de lungime l și secțiune A. Curentul care străbate conductorul are intensitatea

$$I=\frac{q}{t}=\frac{Ne}{t},$$

unde N este numărul electronilor liberi din volumul Al, iar t este timpul în care un electron parcurge lungimea l. Se poate scrie

$$N=n_0V=n_0Al, \quad \text{unde:} \quad n_0=\frac{N}{V}=\frac{\frac{m}{\mu}N_A}{V}=\frac{\rho}{\mu}N_A.$$

unde N_A reprezintă numărul lui Avogadro.

Intensitatea I se scrie:

$$I=\frac{N_A\rho lAe}{\mu t},$$

Cum viteza electronilor în direcția mișcării este

$$v=\frac{l}{t}, \text{ deci } v=\frac{I\mu t}{N_A\rho Aet}=\frac{I\mu}{N_A\rho Ae}=3{,}8\cdot10^{-3} \text{ m/s}.$$

1.56. La trecerea curentului prin conductor se efectuează lucrul: $L=RI^2t$. În acest caz curentul variază de la o valoare I la 0 ceea ce face ca sarcina medie care trece prin conductor să poată fi scrisă astfel: $q=\frac{1}{2}It$.

Lucrul se mai poate scrie deci: $L=RI\cdot2q$.

În același timp se știe că lucrul mecanic este dat de variația energiei cinetice

$$L=-N\Delta W_c=-N\Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right)=N\frac{mv_0^2}{2},$$

unde N este numărul electronilor liberi din conductor, iar ΔW_c este variația energiei cinetice a electronilor cînd viteza variază de la v_0 la 0.

Intensitatea curentului se mai scrie $I=jS$, unde j este densitatea curentului, deci: $j=en_0v_0$; e fiind sarcina electronilor și n_0 numărul de electroni pe unitate de volum.

Lucrul mecanic se serie $L=2en_0v_0SqR$.

Cum numărul total al electronilor liberi este $N=n_0S$, rezultă:

$$L=\frac{2eRqv_0}{l}N=N\frac{mv_0^2}{2} \text{ de unde: } q=\frac{mv_0l}{4eR}=\frac{mv_0l}{4e\rho\frac{l}{S}}=\frac{mv_0S}{4e}.$$

1.57. Notăm sarcinile pe cele două condensatoare la momentul de timp t cu q_1 și q_2. Acestea sînt legate prin relațiile:

$$q_1+q_2=Q \text{ și } \frac{q_1}{C_1}=\frac{q_2}{C_2}$$

unde $C_1=\frac{\varepsilon A}{d+vt}$ și $C_2=\frac{\varepsilon A}{d-vt}$.

Înlocuind C_1 și C_2 obținem pentru q_1 și q_2 valorile:

$$q_1=Q\frac{d-vt}{2d} \text{ și } q_2=\frac{d+vt}{2d}Q.$$

Deoarece scăderea sarcinii pe un condensator este egală cu creșterea sarcinii pe celălalt, intensitatea curentului din circuit va fi:

$$I=-\frac{\Delta q_1}{\Delta t}=\frac{\Delta q_2}{\Delta t}=\frac{Qv}{2d}.$$

Curentul curge de la placa încărcată pozitiv a condensatorului a cărui distanță dintre armături crește la placa încărcată pozitiv a celuilalt condensator.

1.58. În cazul cînd condensatorul și rezistorul sînt în serie tensiunea pe condensator va fi egală cu E. Deci sarcina este: $q_1=CE$ (1).

În cazul cînd condensatorul și rezistorul sînt în paralel atunci tensiunea la bornele rezistorului este:

$$U=R\frac{E}{R+r}.$$

La bornele condensatorului este aceeași tensiune, deci sarcina va fi

$$q_2=CR\frac{E}{R+r} \quad (2).$$

Împărțind (1) la (2) rezultă:

$$\frac{q_1}{q_2}=\frac{R+r}{R}.$$

Deci: $r=\frac{q_1-q_2}{q_2}R=4\Omega$

1.59. a) Egalitatea maselor se scrie: $s_1l_1d_1=s_2l_2d_2$ (1), iar egalitatea rezistențelor

$$\rho_1\frac{l_1}{s_1}=\rho_2\frac{l_2}{s_2} \quad (2).$$

Din (1) și (2) se obține: $\frac{s_1}{s_2}=\sqrt{\frac{\rho_1 d_2}{\rho_2 d_1}}$.

b) În relația (2) avem $l_1=l_2=l$ și deci

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{\rho_{1\,2}}{\rho_{2\,1}}.$$

1.60. Considerăm că punctele A și B împart conductorul în două porțiuni cu rezistențele R_1 și R_2 (fig. 1.60.R).

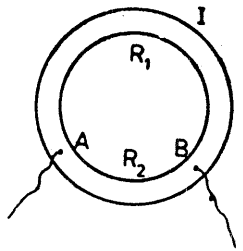


Fig. 1.60. R

Rezistența conductorului este $R_0=\rho\frac{l}{S}$, iar rezistențele celor două regiuni:

$$R_1=\rho\frac{x}{S}\text{ și }R_2=\rho\frac{l-x}{S}$$

unde ρ este rezistivitatea materialului din care este confecționat conductorul.

Conductoarele ce corespund celor două regiuni sînt conectate în paralel, încît:

$$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{\rho x(l-x)}{Sl}.$$

Cum $\frac{R_0}{R}=n$ rezultă $x^2-lx+\frac{l^2}{n}=0$

cu soluția $x_{1,2}=\frac{l}{2}\left(1\pm\sqrt{\frac{n-4}{n}}\right)$.

Se observă că este necesară condiția $n\geqslant 4$.

1.61. $R_e=\frac{R}{3}$.

1.62. Notăm cu R rezistența echi-
alentă a circuitului format din n celule.
Dacă se mai adaugă o celulă rezistența
chivalentă trebuie să fie egală tot cu R,
dică (fig. 1.62.R):

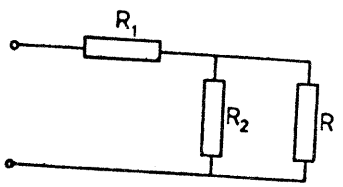


Fig. 1.62. R

$=R_1+\frac{R_2R}{R_2+R}$, sau $R^2-R_1R-R_1R_2=0$,

re are rădăcina pozitivă

$$R=\frac{R_1+\sqrt{R_1^2+4R_1R_2}}{2}.$$

Dacă, $R_2=\frac{R_1}{2}$, $R=R_1\cdot\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

1.63. a) În cazul conectării în serie, rezistența circuitului este:

$$R=R_{01}+R_{02}+\alpha_1R_{01}t+\alpha_2R_{02}t.$$

Pe de altă parte $R=R_0(1+\alpha' t)$ unde $R_0=R_{01}+R_{02}$ și α' este coeficientul de temperatură cerut. Se obține:

$$\alpha'=\frac{R_{01}\alpha_1+R_{02}\alpha_2}{R_{01}+R_{02}}.$$

b) $$R=\frac{R_{01}R_{02}(1+\alpha_1t)(1+\alpha_2t)}{R_{01}(1+\alpha_1t)+R_{02}(1+\alpha_2t)}=R_0(1+\alpha''t)\quad(1)$$

$$R_0=\frac{R_{01}R_{02}}{R_{01}+R_{02}}.$$

Dacă după ce se aduce la același numitor în (1) se neglijează termenii ce conțin produsele coeficienților de temperatură rezultă

$$R_{01}R_{02}(\alpha_1+\alpha_2)=R_{01}R_{02}\alpha''+R_0(R_{01}\alpha_1+R_{02}\alpha_2);$$

$$\alpha''=\frac{R_{02}\alpha_1+R_{01}\alpha_2}{R_{01}+R_{02}}.$$

1.64. Temperatura de echilibru se stabilește cînd puterea disipată în semiconductor este egală cu puterea eliberată mediului înconjurător, adică:

$$\frac{U^2}{R_0(1-\mu t)}=bt,$$

de unde $t=\frac{1}{2\mu}\left(1\pm\sqrt{1-U^2\frac{4\mu}{R_0b}}\right)$.

Notăm $U_0=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{R_0b}{\mu}}$, astfel că $t=\frac{1}{2\mu}\left(1\pm\sqrt{1-\left(\frac{U}{U_0}\right)^2}\right)$,

unde U_0 are semnificația fizică a valorii maxime a tensiunii la care se poate stabili echilibrul termic.

1.65. După anularea curentului tensiunile pe cele două condensatoare sînt egale. Notăm valoarea comună cu U. Din conservarea sarcinii electrice

$$C_1U_1+C_2U_2=(C_1+C_2)U,\ (1)\text{ sau }U=\frac{C_1U_1+C_2U_2}{C_1+C_2},$$

iar din conservarea energiei, căldura degajată în rezistor este egală cu diferența dintre energiile totale finală și inițială, adică

$$Q=\frac{C_1U_1^2}{2}+\frac{C_2U_2^2}{2}-\frac{(C_1+C_2)U^2}{2}=\frac{C_1C_2(U_1-U_2)^2}{2(C_1+C_2)}\quad(2).$$

În momentul conectării comutatorului K diferența de tensiune $U_1-U_2=IR$. Deci, $Q=\frac{C_1C_2I^2R^2}{2(C_1+C_2)}=1{,}92\cdot10^{-3}$J.

1.66. La închiderea comutatorului, condensatorul se comportă ca un conductor fără rezistență, prin sursă trecînd curentul:

$$I_1=\frac{U_1}{R_1},\ \text{unde}\ U_1=E-I_1r\ (1).$$

După încărcare, condensatorul nu conduce, iar curentul prin sursă va fi:

$$I_2=\frac{U_2}{R_1+R_2},\ \text{unde}\ U_2=E-I_2r\ (2).$$

Din (1) și (2) se obține:

$$E=\frac{U_1U_2R_2}{U_1(R_1+R_2)-U_2R_1}=12\ \text{V}.$$

1.67. $I_{sc}=\frac{E}{r}$ deci $r=1\Omega$.

După încărcarea condensatorului C tensiunea la bornele sale va fi:

$$U_1=\frac{R_2}{r+R_1+R_2}E=8{,}34\ \text{V}.$$

Deci $Q=CU_1=83{,}4\cdot10^{-6}$C.

1.68. a) Notăm cu U_1 și U_2 căderile de tensiune pe condensatoarele C_1 și respectiv C_2; $U_1+U_2=E$.

Sarcinile pe cele două condensatoare sînt egale ($q=C_1U_1=C_2U_2$), încît se obține

$$U_1=\frac{EC_2}{C_1+C_2}.$$

Potențialul punctului A este egal cu U_1 deoarece $U_1=V_A-V_0=V_A-0$.

Notînd cu U_1' căderea de tensiune pe R_1 se obține

$$U_1'=E\frac{R_1}{R_1+R_2}.$$

Însă $U_1'=V_B$ astfel încît

$$V_A-V_B=E\frac{C_2R_2-C_1R_1}{(C_1+C_2)(R_1+R_2)}=2{,}12\ \text{V}.$$

b) $Q=C(V_A-V_B)=2{,}12\cdot10^{-10}$ C.

1.69. a) În acest caz condensatoarele sînt legate în serie, deci

$$E=\frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2},\ \text{de unde}\ q=E\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=1{,}65\cdot10^{-4}\ \text{C}.$$

b) Dacă comutatorul este închis condensatoarele se încarcă corespunzător tensiunilor U_1 și U_2 de la bornele celor două rezistențe:

$$q_1=C_1U_1\ \text{și}\ q_2=C_2U_2,$$

unde $U_1=IR_1=\frac{ER_1}{R_1+R_2}$ și $U_2=IR_2=\frac{ER_2}{R_1+R_2}$.

Deci, $q_1=C_1\frac{ER_1}{R_1+R_2}=\frac{11}{9}\cdot10^{-4}$C și $q_2=C_2\frac{ER_2}{R_1+R_2}=\frac{8.8}{3}\cdot10^{-4}$C.

1.70. a) În cazul ramurii superioare tensiunea cade în întregime pe C_1, încît $V_A=0$. Pe ramura inferioară toată tensiunea cade pe C_2 astfel că $V_B=18$ V. Deci $V_A-V_B=-18$V.

b) Prin închiderea comutatorului K se obține un circuit de curent continuu format din E, R_1 și R_2. Potențialul punctelor A și B este tocmai căderea de tensiune pe R_1 dată de

$$U_1=E\frac{R_1}{R_1+R_2}=12\ \text{V}.$$

c) În cazul cînd comutatorul era deschis sarcinile condensatoarelor erau:

$$Q_1=C_1E=54\cdot10^{-6}\text{C}\ \text{și}\ Q_2=C_2E=108\cdot10^{-6}\text{C}.$$

După închiderea comutatorului tensiunile condensatoarelor sînt aceleași cu ale rezistențelor cu care sînt în paralel. Sarcinile noi vor fi

$$Q_1'=C_1U_1'=C_1E\frac{R_2}{R_1+R_2}=18\cdot10^{-6}\text{C}.$$

$$Q_2'=C_2U_2'=C_2E\frac{R_1}{R_1+R_2}=72\cdot10^{-6}\text{C}.$$

1.71. a) Din motive de simetrie curentul de descărcare al condensatorului din mijloc este egal cu suma curenților de descărcare ai condensatoarelor laterale (fig. 1.71.R). Deci

$$I_2=2I_1\ (1).$$

Considerăm că la sfîrșitul descărcării tensiunea pe fiecare condensator este

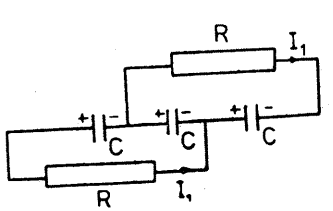


Fig. 1.71. R

U_x (ei fiind legați în paralel). Deoarece tensiunea inițială pe fiecare condensator a fost $U_1=E/3$ sarcinile care străbat condensatoarele laterale în timpul descărcării sînt date de relația

$$q_1=C\left(\frac{E}{3}-U_x\right) \quad (2),$$

iar sarcina ce străbate condensatorul din mijloc va fi

$$q_2=C\left(\frac{E}{3}+U_x\right) \quad (3),$$

deoarece la sfîrșit, acesta are polaritate opusă celorlalte, cu care este legat în paralel.

Pe baza relației (1) se poate scrie:

$$2C\left(\frac{E}{3}-U_x\right)=C\left(\frac{E}{3}+U_x\right) \quad (4)$$

curenții I_1 și I_2 fiind dați de sarcinile ce au străbătut condensatoarele. Din (4) se obține:

$$U_x=\frac{1}{9}E.$$

b) Căldura disipată pe fiecare rezistor se determină din legea conservării energiei:

$$Q_1=Q_2=\frac{1}{2}(W_i-W_f)=\frac{1}{2}\cdot 3\,\frac{C}{2}\left(\frac{E}{3}\right)^2-\frac{1}{2}\cdot 3\cdot\frac{C}{2}\left(\frac{E}{9}\right)^2=\frac{20}{27}\,CE^2 \quad (5).$$

c) Deoarece condensatorul din mijloc are polaritatea contrară celorlalte evoluția tensiunii pe el se face în două etape: mai întîi se descarcă de la $E/3$ la 0 și apoi se încarcă de la 0 la $E/9$. Așadar, vor exista două momente de timp t_1 și t_2 la care pe condensator se află $E/10$. În timpul descărcării la momentul t_1 legea lui Ohm se scrie

$$U_{t_1}+\frac{E}{10}=RI_{t_1} \quad (6),$$

unde U_{t_1} este tensiunea pe condensatorul lateral la t_1 și I_{t_1} — curentul prin R. Sarcinile ce trec în acest moment prin condensatoarele laterale și prin cel din mijloc sînt legate prin relația

$$C\left(\frac{E}{3}-U_{t_1}\right)=\frac{1}{2}C\left(\frac{E}{3}-\frac{E}{10}\right) \quad (7).$$

Din (6) și (7) rezultă

$$I_{t_1}=\frac{19}{60}\,\frac{E}{R} \quad (8).$$

În cazul cînd condensatorul din mijloc se încarcă la momentul t_2:

$$U_{t_2}-\frac{E}{10}=RI_{t_2} \quad (9) \text{ și } C\left(\frac{E}{3}-U_{t_2}\right)=\frac{1}{2}C\left(\frac{E}{3}+\frac{E}{10}\right) \quad (10).$$

Din (9) și (10) rezultă $I_{t_2}=\frac{1}{60}\,\frac{E}{R}$.

1.72. a) Curentul circulă prin conturul $ADHGFBA$. Aplicînd legea lui Ohm rezultă

$$I=\frac{E_4-E_1}{4R}.$$

b) Se vede că $V_E=0$, deci

$$V_H=E_3=8\text{V},\quad V_G=V_H+RI=\frac{4E_3+E_4-E_1}{4}=9\text{ V}$$

$$V_F=V_G-E_4=\frac{4E_3-3E_4-E_1}{4}=1\text{ V}$$

$$V_B=V_F+RI=\frac{2E_3-E_4-E_1}{2}=2\text{ V}$$

$$V_A=V_B+RI=\frac{4E_3-E_4-3E_1}{4}=4\text{ V}$$

$$V_C=V_B+E_2=\frac{2E_3+2E_2-E_4-E_1}{2}=6\text{ V}$$

$$V_D=V_A+E_1=\frac{4E_3-E_4+E_1}{4}=7\text{ V}$$

$$W=\frac{1}{2}C[(V_A-V_E)^2+(V_F-V_E)^2+(V_C-V_G)^2+$$

$$+(V_D-V_C)^2]=13{,}5\cdot 10^{-6}\text{J}.$$

1.73. Deoarece bara este omogenă curentul electric este repartizat simetric în raport cu punctul A. Astfel, în punctul A curentul este nul ($I_A=0$).

Împărțim mintal porțiunea AB a barei în N părți egale. Notăm cu I_1 curentul electric în capătul primei porțiuni, pornind din A. Atunci, la capătul porțiunii a k-a curentul va fi $I_k=kI_1$, iar în punctul B, $I_N=NI_1=\frac{I}{2}$, de unde $I_1=\frac{I}{2N}$. Rezistența electrică a fiecărei porțiuni va fi egală cu $\frac{R}{2N}$, iar pe porțiunea a k-a tensiunea electrică este

$$U_k=\frac{I_kR}{2N}=\frac{kI_1R}{2N}=\frac{kIR}{4N^2}.$$

Între punctele A și B tensiunea electrică va fi egală cu suma tensiunilor pe fiecare porțiune, adică

$$U_{AB}=\lim_{N\to\infty}\sum_{k=1}^{N}U_k=\lim_{N\to\infty}\frac{IR}{4N^2}\sum_{k=1}^{N}k=\lim_{N\to\infty}\frac{IR}{4N^2}\cdot\frac{N(N+1)}{2}=\lim_{N\to\infty}\frac{IR}{8}\cdot\frac{N+1}{N}=\frac{IR}{8}.$$

1.74. $I=\dfrac{E_1+E_2}{R+r_1+r_2}$, de unde $r_1=1\Omega$.

Dar, $r_1=\rho\dfrac{d}{S}=\rho\dfrac{d}{lh}$ și $h=5{,}2$ cm.

1.75. $E-U_1=I_1r$ și $U_1=I_1R_1$, în cazul cînd la borne se conectează rezistența R_1 și $E-U_2=I_2r$ și $U_2=I_2R_2$, cînd la borne se conectează rezistența R_2.

Din cele patru ecuații se obține:

$$r=\frac{(U_2-U_1)R_1R_2}{U_1R_2-U_2R_1}=1\ \Omega\ \text{și}\ E=\frac{U_1U_2(R_2-R_1)}{U_1R_2-U_2R_1}=3\ \text{V}.$$

1.76. Scriind legea lui Ohm în cele trei cazuri:

$$U_1=I_1R_1=\frac{ER_1}{R_1+r},\ \text{sau}\ \frac{r}{R_1}=\frac{E}{U_1}-1$$

$$U_2=I_2R_2=\frac{ER_2}{R_2+r},\ \text{sau}\ \frac{r}{R_2}=\frac{E}{U_2}-1$$

$$U_3=I\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{E}{r+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\cdot\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\ \text{sau}\ \frac{r}{R_1}+\frac{r}{R_2}=\frac{E}{U_3}-1$$

utem scrie că

$$\frac{E}{U_1}+\frac{E}{U_2}-1=\frac{E}{U_3}$$

e unde $U_3=\dfrac{EU_1U_2}{E(U_1+U_2)-U_1U_2}=14{,}7$ V.

1.77. Considerăm l_1 și l_2 lungimile conductoarelor, ρ — rezistatea, S — secțiunea, iar E este tensiunea electromotoare a sursei. rentul debitat de sursă în cazul conectării în serie este: $I_1=E/\dfrac{\rho}{S}(l_1+$) și în paralel: $I_2=\dfrac{E}{\dfrac{\rho}{S}\left(\dfrac{l_1\cdot l_2}{l_1+l_2}\right)}$.

Raportul curenților va fi

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{l_1l_2}{(l_1+l_2)^2}=\frac{l_1\cdot l_2}{l^2}.$$

Raportul este maxim cînd produsul $l_1\cdot l_2$ este maxim deci $l_1=l_2=\dfrac{l}{2}$.

1.78. Circuitul fiind întrerupt, pe rezistențele R_1, R_2 și r nu sînt căderi de tensiune, încît $E=U$.

1.79. Notînd cu r rezistența internă a bateriei și cu l distanța pînă la locul străpungerii legea lui Ohm în cele trei cazuri se scrie: (fig. 1.79.*R*)

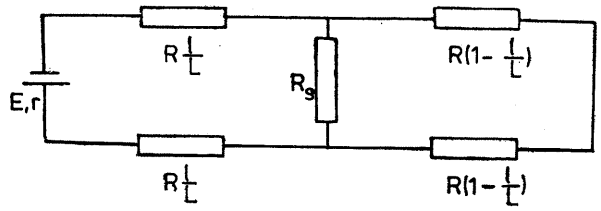


Fig. 1.79. R

$$I_1=\frac{E}{r+2R\dfrac{l}{L}+R_S};$$

$$I_2=\frac{E}{r+2R\dfrac{l}{L}+\dfrac{R_S\cdot 2R\left(1-\dfrac{l}{L}\right)}{R_S+2R\left(1-\dfrac{l}{L}\right)}};\quad I_3=\frac{E}{r},$$

de unde rezultă pentru R_S ecuația:

$R_S^2-8R_S+7=0$ cu două rădăcini: $R_{S_1}=1\Omega$ și $R_{S_2}=7\Omega$

și $l=\dfrac{(15{,}75-R_S)L}{14}$,

care conduce la valorile $l_1=1{,}053\,L>L$ (imposibil) și $l_2=\dfrac{5}{8}L=3{,}5$ km.

1.80. Dacă becul luminează a doua oară la fel ca prima dată înseamnă că el funcționează la parametrii nominali, adică $I_1'=I_1=0{,}2$ A și în al doilea caz tensiunea de la bornele ampermetrului este $U_B=2{,}5$V. Din legea lui Ohm,

$$E=I_1(R+R_A)+U_B;\ E=(I_1+I_2)R+U_B,$$

de unde $I_2=\sqrt{\frac{I_1U_B}{R}}=0{,}5$ A.

1.81. a) Intensitatea curentului prin generator va fi:

$$I=\frac{E_1}{r+r_1+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}=1\text{ A}.$$

Sarcina electrică de pe armăturile condensatorului va fi

$$q=CU_{MN}=C(U_{AM}-U_{AN})=C\left(I_1\frac{R_1}{2}-I_2\frac{R_2}{4}\right)=C\left(\frac{U_{AB}}{R_1}\cdot\frac{R_1}{2}-\frac{U_{AB}}{R_2}\cdot\frac{R_2}{4}\right)=$$

$$=\frac{C\cdot U_{AB}}{4}=\frac{C}{4}[(E_1-I(r+r_1)]=2{,}4\cdot10^{-6}\text{C}.$$

b) $I=\dfrac{E+E_1}{r+r_1+\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}}=\frac{58}{3}$ A.

$$Q=\frac{C}{4}[E+E_1-I(r+r_1)]=46{,}4\cdot10^{-6}\text{C}.$$

1.82. Tensiunea la bornele generatorului va fi dată de $U=U_b+U_c$, unde U_c este căderea de tensiune pe conductoarele de legătură, adică

$$U_c=IR_c,\ \text{unde}\ I=nI_b=n\frac{U_b}{R_b},\ \text{iar}\ R_c=\rho_{Cu}\frac{2l}{S}.$$

Astfel, $U_c=n\rho_{Cu}\cdot\frac{2l}{S}\cdot\frac{U_b}{R_b}=4{,}4$ V, iar $U=224{,}4$ V

1.83. Din legea lui Ohm, $I=\frac{E_2-E_1-E_3}{R_1+R_2+R_3}$,

iar $U_{12}=E_2-I(R_1+R_2)=\frac{E_2R_3+(E_1+E_3)(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3}=4{,}5$ V.

1.84. Circuitul este echivalent cu cel din figura 1.84.R, unde

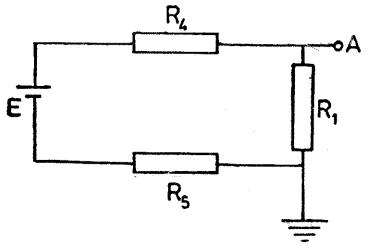


Fig. 1.84. R

$R_4=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}=4\Omega$ și $R_5=\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}=2\Omega$.

Potențialul punctului A este egal cu $V_A=IR_1$,

unde $I=\frac{E}{R_1+R_4+R_5}=\frac{1}{3}$ A. Deci $V_A=2$V.

1.85. $I=\frac{E_2-E_1}{R_1+R_2+R_3+r_1+r_2}=2$ A.

$V_A=0$; $V_B=V_A-IR_1=-8$ V; $V_C=V_B-E_1-Ir_1=-28$ V;

$V_D=V_C-IR_3=-32$ V; $V_E=V_D+E_2-Ir_2=12$ V;

$$V_A=V_E-IR_2=0.$$

1.86. a) $I=\frac{E_1+E_2-E_3+E_4}{R_1+R_2+R_3+R_4}=\frac{20}{100}=0{,}2$ A.

b) $V_a=0$, $V_b=V_a-R_1I=-6$ V, $V_c=V_b+E_1=2$ V,

$V_d=V_c-R_2I=-2$ V; $V_e=V_d+E_2=4$ V,

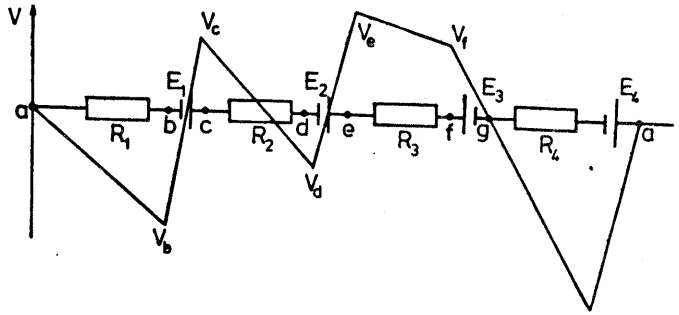


Fig. 1.86. R

$V_f=V_e-R_3I=2$ V, $V_g=V_f-E_3=0$ V,

$V_h=V_g-R_4I=-8$ V.

Diagrama este prezentată în figura 1.86.R.

1.87. Din legea lui Ohm pentru întreg circuitul

$$r=\frac{E-IR_{total}}{I}\ (1),$$

unde $I=I_2+I_3$ și $I_2R_2=I_3R_3$,

adică $I=I_2\frac{R_3+R_2}{R_3}$ (2), iar $R_{\text{total}}=R_1+\frac{R_2\cdot R_3}{R_2+R_3}$ (3).

Înlocuind (2) și (3) în (1) rezultă

$$r=\frac{ER_3}{I_2(R_2+R_3)}-\frac{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3}{R_2+R_3}=0{,}5\ \Omega.$$

1.88. Din legile lui Kirchhoff,

$$I=I_1+I_2;\ E=Ir+I_1R_1;\ I_1R_1=I_2R_2;$$

rezultă $R_1=\frac{R_2(E-Ir)}{(r+R_2)I}$.

Scriind raportul valorilor rezistenței barei la temperaturile $t_1=0°C$ și t_2 rezultă:

$$\frac{R_1}{R_{1.0}}=\frac{R_{1.0}(1+\alpha t_2)}{R_{1.0}}=\frac{I_1(E-rI_2)}{I_2(E-rI_1)},$$

de unde $r=\frac{E[(I_2-I_1)+\alpha I_2t_2]}{\alpha t_2I_1I_2}=0{,}1\Omega.$

b) $R_{10}=\frac{R_2(E-rI_1)}{(r+R_2)I_1}=0{,}475\ \Omega.$

Dar $R_{10}=\rho_1\frac{l_1}{S_1}$ și $m=d_1l_1S_1$,

de unde $l_1=\sqrt{\frac{R_{10}\cdot m}{\rho_1d_1}}=1$ m și $S_1=\sqrt{\frac{m\rho_1}{d_1R_{10}}}=0{,}316$ m².

1.89. Din legile lui Kirchhoff:

$$I=I_2+I_3+I_4;\ I=I_1+I_4;$$

$$E=I_4R_4=I_2R_2+I_1R_1 \text{ și } U=I_2R_2=I_3R_3;$$

rezultă $I_2=\frac{U}{R_2}$; $I_3=\frac{U}{R_3}$; $I_4=\frac{U+IR_1}{R_1+R_4}$

și $R_4=U\cdot\frac{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3}{IR_2R_3-U(R_2+R_3)}=110\ \Omega.$

1.90. a) $2E=2rI$ sau $I=\frac{E}{r}=3$ A;

$$U_{AB}=Ir-E=0.$$

b) $I=0$, $U=1{,}2$ V.

1.91. Legile lui Kirchhoff se scriu:

$$I_1+I_2-I=0;\ RI-R_1I_1=E-E_1;$$

$$R_1I_1-R_2I_2=E_1.$$

Rezolvînd sistemul se obține pentru I valoarea

$$I=\frac{E_1R_2-E(R_1+R_2)}{\Delta}.$$

Condiția ca prin rezistența R să nu circule curentul este ca

$$E_1=\frac{E(R_1+R_2)}{R_1}=25\ \text{V}.$$

1.92. Ecuațiile Kirchhoff se scriu:

$$I_1r_1+IR=E_1;\ I_2r_2+IR=E_2;$$

$$I_1+I_2=I.$$

Rezolvînd aceste ecuații se obține:

$$R=\frac{r_2(E_1-I_1r_1)}{(E_2-E_1)+I_1(r_2+r_1)}=\frac{2}{3}\ \Omega;$$

$$I=\frac{(E_2-E_1)+I_1(r_2+r_1)}{r_2}=1{,}5\ \Omega,$$

$$I_2=I-I_1=0{,}5\ \text{A}.$$

1.93. Din legile lui Kirchhoff,

$$I=I_1+I_2;\ I_1R_1-I_2R_2=0;$$

$$E=I(R_3+R_4)+I_1R_1,$$

rezultă $I_1=\frac{ER_2}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)+R_1R_2}$.

Notînd cu $x=R_2=R_3$ rezultă

$$I_1=\frac{Ex}{(R_1+x)(R_4+x)+R_1x},$$

care este maxim dacă $\frac{dI_1}{dx}=0$, adică $x^2=R_1R_4$, sau $x=\sqrt{R_1R_4}$.

Deci, $I_{1\max}=\frac{E}{(\sqrt{R_1}+\sqrt{R_4})^2+R_1}=3{,}5$ A.

1.94. Notînd curenții cu aceiași indici ca și rezistențele, iar curentul prin sursă cu I legile lui Kirchhoff se scriu:

$$I=I_1+I_2+I_3=I_3+I_4;\ I_1R_1=I_2R_2;$$

$$I_2R_2+R_4I_4=I_3R_3=E,$$

de unde $I_2=\dfrac{ER_1}{R_1(R_2+R_4)R_2R_4}=0{,}5$ A;

$$I_3=\frac{E}{R_3}=2\text{ A};\quad I_1=\frac{I_2R_2}{R_1}=1{,}5\text{ A}\ \text{și}\ I=4\text{ A}.$$

1.95. Pentru a arăta că cele două circuite sînt echivalente trebuie arătat că intensitatea curentului prin rezistența R_1 este aceeași.

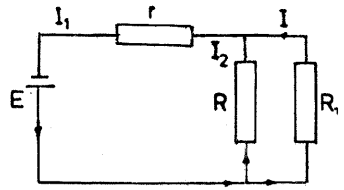


Fig. 1.95. R

În cazul (a), conform figurii 1.95.R,

$I_1=I_2+I;\quad E=I_1r+I_2r;\quad I_2R-IR_1=0;$

de unde $I=\dfrac{ER}{Rr+R_1(R+r)}$.

În cazul (b), $I=\dfrac{\dfrac{ER}{R+r}}{R_1+\dfrac{Rr}{R+r}}=\dfrac{ER}{Rr+R_1(R+r)}$.

1.96. a) Luînd sensurile curenților prin ramurile cu baterii de la plus la minus și notînd curentul prin rezistența R cu I_3 avem:

$$U_{AB}=E_1-I_1r=E_2-I_2r=RI_3\ \text{și}\ I_1+I_2=I_3.$$

Rezolvînd acest sistem se obține:

$$I_1=\frac{5}{4}A,\ I_2=\frac{1}{4}\text{ A și } I_3=\frac{3}{2}\text{ A}.$$

Valorile pozitive ale curenților arată că sensurile curenților au fost corect alese.

b) Dacă $I_2=0$, $I_1=I_3$ și $U_{AB}=E_2=E_1-I_1r=I_1R$.

Rezultă $R=\dfrac{E_2r}{E_1-E_2}=1\ \Omega$.

c) Dacă I_2 este opus lui E_2 atunci ecuațiile Kirchhoff se scriu:

$$U_{AB}=E_1-I_1r=E_2+I_2r=I_3R_3;\quad I_1=I_1+I_3.$$

Rezultă: $I_1=\dfrac{E_1-E_2-E_2\dfrac{r}{R}}{2r+\dfrac{r^2}{R}}$.

Condiția pusă este verificată dacă $I_2>0$. Este necesar ca:

$$E_1-E_2-E_2\frac{r}{R}>0\ \text{sau}$$

$$R>\frac{E_2r}{E_1-E_2}=1\Omega.$$

1.97. a) Ecuațiile Kirchhoff pentru ochiuri, ținînd seama că prin R curentul este I_1+I_2, se scriu:

$$I_1r_1-I_2r_2=E_1-E_2;\quad I_1(r_1+R)+I_2R=E_1,$$

de unde rezultă

$$I_1=\frac{\begin{vmatrix}E_1-E_2 & -r_2\\ E_1 & R\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}r_1 & -r_2\\ r_1+R & R\end{vmatrix}}.$$

Pentru ca $I_1=0$ este necesar ca

$$\begin{vmatrix}E_1-E_2 & -r_2\\ E_1 & R\end{vmatrix}=0,$$

deci: $\dfrac{E_1}{E_2}=\dfrac{R}{R+r_2}$. Rezultă: $R=\dfrac{3}{13}\ \Omega$.

b) $U_{AB}+E_1=3$ V.

1.98. a) Pe baza ecuațiilor Kirchhoff se obține:

$$I_1+I_2+I_3-I_4=0;\quad R_1I_1-R_2I_2=E_1-E_2;$$

$$R_1I_1-R_3I_3=E_1;\quad R_3I_3+R_4I_4=0.$$

sau

$$I_1+I_2+I_3-I_4=0;\quad 2I_1-4I_2=6;$$

$$2I_1-4I_3=10;\quad 4I_3+2I_4=0.$$

Rezolvînd acest sistem cu ajutorul determinanților obținem:

$$I_2=\frac{\Delta I_2}{\Delta}\ \text{și}\ I_3=\frac{\Delta I_3}{\Delta}.$$

Rezultă: $I_2=\dfrac{0}{96}=0$ și $I_3=\dfrac{-96}{96}=-1$ A.

Observăm că sensul lui I_3 este opus celui ales.

b) $U_{AB}=E_2=4$ V.

1.99. a) $U_{AB}=R_1I_1+(I-I_1)R_2=2R_1I_1+R_3(2I_1-I)$,

de unde $I_1=\dfrac{R_2+R_3}{R_1+R_2+2R_3}I$,

iar $$I_2=I-I_1=\frac{R_1+R_3}{R_1+R_2+2R_3}\,I$$

și $$I_3=2I_1-I=\frac{(R_2-R_1)I}{R_1+R_2+2R_3}.$$

b) $U_{AB}=IR_{AB}$, de unde

$$R_{AB}=\frac{R_1I_1+(I-I_1)R_2}{I}=\frac{R_3(R_1+R_2)+2R_1R_2}{R_1+R_2+2R_3}.$$

c) $R_1=0\to R_{AB}=\frac{R_2R_3}{R_2+2R_3}$; $R_1=\infty$; $R_{AB}=R_3+2R_2$.

$R_2=0\to R_{AB}=\frac{R_1R_3}{R_1+2R_3}$; $R_2=\infty$; $R_{AB}=R_3+2R_1$.

$R_3=0\to R_{AB}=\frac{2R_1R_2}{R_1+R_2}$; $R_3=\infty\to R_{AB}=\frac{R_1+R_2}{2}$.

1.100. Circuitul dintre C și D este identic cu cel din problema 1.99 dacă $R_3=R_2$, deci

$$R_{CD}=\frac{(3R_1+R_2)R_2}{R_1+3R_2}.$$

Atunci curentul $$I=\frac{E}{R_{CD}}=\frac{E(R_1+3R_2)}{R_2(3R_1+R_2)}.$$

Scriind legile lui Kirchhoff: $I=I_1+I_2$,

$$I_{AB}=I_1-I_2 \text{ și } E=I_1R_1+I_2R_2$$

rezultă $$I_{AB}=\frac{E(R_2-R_1)}{R_2(3R_1+R_2)}=0{,}3\text{ A}.$$

1.101. Notăm cu r_a și r_b rezistențele laturilor de lungime a și b și cu r_c rezistența diagonalei AC.

Rezistența echivalentă între punctele A și C este

$$R_{AC}=\frac{(r_a+r_b)r_c}{r_a+r_b+2r_c}$$

unde $$r_a=\rho\frac{a}{A},\ r_b=\rho\frac{b}{A} \text{ și } r_c=\rho\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{A}.$$

Înlocuind în R_{AC} se obține:

$$R_{AC}=\frac{\rho}{A}\cdot\frac{(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b+2\sqrt{a^2+b^2}}$$

Pentru a calcula rezistența între punctele D și B vom ține seama de faptul că circuitul este echivalent cu

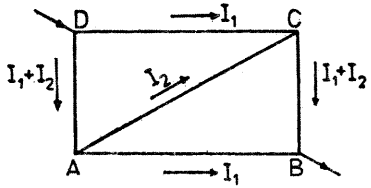


Fig. 1.101. R

cel din problema 1.99 dacă $R_1=r_a$, $R_2=r_b$ și $R_3=r_c$. Atunci, se obține pentru rezistența R_{DB} expresia

$$R_{DB}=\frac{2r_ar_b+r_c(r_a+r_b)}{r_a+r_b+2r_c}=\frac{\rho}{A}\cdot\frac{ab+(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b+2\sqrt{a^2+b^2}}.$$

1.102. Din ecuațiile lui Kirchhoff,

$$E_2-E_1=I_1(R_1+R_2+R_6)+I_3R_7;$$
$$E_2+E_3=I_2(R_3+R_4+R_5)+I_3R_7;$$
$$I_3=I_1+I_2$$

rezultă

$$I_1=\frac{(R_3+R_4+R_5)(E_1-E_2)+R_7(E_1+E_3)}{(R_1+R_2+R_3+R_4+R_5+R_6)R_7+(R_1+R_2+R_6)(R_3+R_4+R_5)}=0{,}6\text{ A};$$

$$I_2=\frac{(R_1+R_2+R_6)(E_2+E_3)+R_7(E_1+E_3)}{(R_1+R_2+R_3+R_4+R_5+R_6)R_7+(R_1+R_2+R_6)(R_3+R_4+R_5)}=2{,}9\text{ A}$$

și $$I_3=\frac{(R_3+R_4+R_5)(E_2-E_1)+(R_1+R_2+R_6)(E_2+E_3)}{(R_1+R_2+R_3+R_4+R_5+R_6)R_7+(R_1+R_2+R_6)(R_3+R_4+R_5)}=2{,}3\text{ A}.$$

1.103. $$I=\frac{U_{BD}}{R}=\frac{U_{AB}-U_{AD}}{R}=\frac{I_1R_1-I_3R_3}{R}.$$

Intensitățile I_1 și I_3 rezultă din ecuațiile lui Kirchhoff:

$$I_2=I_1+I;\quad I_3=I_4+I;\quad E=I_1R_1+I_2R_2;\quad E=I_3R_3+I_4R_4,$$

de unde $I_1=\frac{E-IR_2}{R_1+R_2}$ și $I_3=\frac{E+IR_4}{R_3+R_4}$.

Atunci $$I=\frac{\frac{E-IR_2}{R_1+R_2}R_1-\frac{E+IR_4}{R_3+R_4}R_3}{R},$$

de unde $$E\,\frac{\frac{R_1}{R_1+R_2}-\frac{R_3}{R_3+R_4}}{R+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}}=0{,}06\text{ A}.$$

1.104. a) K este deschis. Circuitul pe ramura *ab* este deschis, astfel că:

$$U=I_1(R_1+R_2)=I_4(R_4+R_5)$$

și $U_{ab}=I_1R_1-I_4R_4=U\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}-\right.$

$$\left.-\frac{R_4}{R_4+R_5}\right)=-12\text{ V}.$$

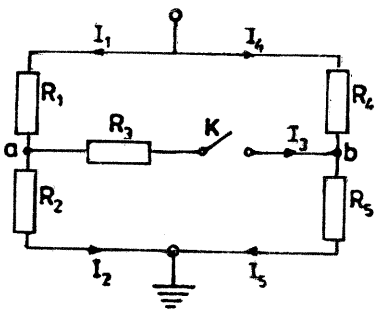


Fig. 1.104. R

b) K este închis. $U_{ab}=I_3R_3$.

Curenții I_1 și I_4 rezultînd din legile lui Kirchhoff (fig. 1.104.R):

$$I_1=I_2+I_3;\ I_4+I_3=I_5;\ I_1R_1+I_3R_3-I_4R_4=0;$$

$$I_3R_3+I_5R_5-I_2R_2=0 \text{ și } U=I_1R_1+I_2R_2.$$

Rezultă: $I_3=\frac{12}{7}$ A; $U_{ab}=5{,}14$ V.

1.105. Din legile lui Kirchhoff:

$$E_3-E_1=I_3R_3-I_1R_1\ (1);\ E_3-E_2=I_3R_3-I_2R_2\ (2);$$

$$E_2-E_1=I_2R_2-I_1R_1+I_4R_4\ (3);\ I_1+I_2+I_3=0\ (4).$$

Scăzînd ecuația (2) din ecuația (1) și comparînd rezultatul cu ecuația (3) rezultă că $I_4R_4=0$, de unde $I_4=0$.

Înlocuind (4) în (1): $E_3-E_1=I_3(R_3+R_1)+I_2R_1$,

de unde $I_3=\frac{E_3-E_1-I_2R_1}{R_3+R_1}$

și, înlocuind în (2):

$$I_2=\frac{R_1(E_2-E_3)+R_3(E_2-E_1)}{R_1R_2+R_3(R_1+R_2)}=1{,}8\text{ mA},$$

iar

$$I_3=\frac{R_1(E_3-E_2)+R_2(E_3-E_1)}{R_1R_2+R_3(R_1+R_2)}=4{,}5\text{ mA}$$

și

$$I_1=\frac{R_2(E_1-E_3)+R_3(E_1-E_2)}{R_1R_2+R_3(R_1+R_2)}=-6{,}3\text{ mA}.$$

1.106. a) Rezistențele de pe laturile punții sînt egale, ceea ce înseamnă că potențialele punctelor B și C sînt egale, deci rezistența de pe diagonală nu este străbătută de curent (fig. 1.106). Puntea se prezintă ca două grupări în serie legate în paralel. Rezistența echivalentă este:

$$R_e=R.$$

Curentul din circuit va fi:

$$I=\frac{E}{2R}=0{,}2\text{ A}.$$

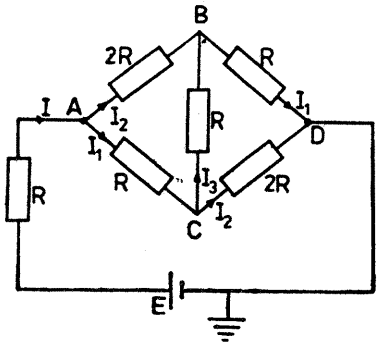


Fig. 1.106.R

b) Datorită simetriei laturile opuse ale punții sînt parcurse de aceiași curenți așa cum se vede în figura 1.106.R.

Scriind ecuațiile Kirchhoff pentru nodurile A și B și pentru ochiul ABC se obține:

$$I=I_1+I_2;\ I_3+I_2=I_1;\ RI_1+RI_3-2RI_2=0,$$

de unde rezultă $I_1=\frac{3}{5}I$ și $I_2=\frac{2}{5}I$.

Rezistența echivalentă R_e' între A și D va fi

$$R_e'=\frac{U_{AD}}{I}=\frac{2RI_2+RI_1}{I}=\frac{7}{5}\text{ R}.$$

Intensitatea curentului în circuit va fi

$$I=\frac{E}{\frac{7}{5}R+R}=\frac{5}{12}\cdot\frac{E}{R}=0{,}166\text{ A}.$$

Potențialul punctului A va fi: $V_A=E-RI=11{,}67$ V.

1.107. a) După atingerea regimului permanent, tensiunea armăturilor condensatorului este

$$U_{PO}=V_P-V_O=V_P-V_M-(V_O-V_M)=I_1R_1-I_4R_4,$$

unde $I_1=\frac{E}{R_1+R_2}$ și $I_4=\frac{E}{R_3+R_4}$,

astfel că, $Q=CU_{PO}=CE\,\frac{R_1R_3-R_2R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}=87\ \mu\text{C}.$

b) Din expresia lui Q se vede că V_P este pozitiv dacă $Q>0$, deci dacă $R_1R_3>R_2R_4$.

c) $Q=0$ dacă $R_2R_4=R_1R_3$ (condiția de punte).

1.108. a) În cazul cînd comutatorul este deschis rezistența externă echivalentă este

$$R=\frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}.$$

Curentul debitat de sursă va fi

$$I=\frac{E}{R+r}=0{,}224\text{ A}.$$

Notînd cu U_1 și U_2 căderile de tensiune pe voltmetre:

$$U_1+U_2=E-Ir;\ \frac{U_1}{U_2}=\frac{R_1}{R_2}.$$

Soluțiile acestui sistem sînt

$$U_1=280{,}6\text{ V};\ U_2=168{,}4\text{ V}.$$

b) Prin închiderea comutatorului rezistența circuitului exterior va fi

$$R'=\frac{R_1R_4}{R_1+R_4}+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$$

Curentul debitat de sursă este acum

$$I=\frac{E}{R'+r}=0{,}22\text{ A}.$$

iar căderile de tensiune pe voltmetre:

$$U_1=I\frac{R_1R_4}{R_1+R_4}=280{,}6\text{ V};\ U_2=I\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=165\text{ V}.$$

1.109. Există două moduri de conectare a bateriilor. Bateriile pot fi conectate în serie în grupuri separate și apoi grupurile conectate în paralel, sau bateriile se conectează în paralel și grupurile astfel formate sînt legate în serie.

Notăm cu N numărul total al bateriilor și cu n numărul bateriilor dintr-un grup separat (format prin legarea bateriilor în serie sau în paralel).

a) Bateriile se leagă în serie și grupurile sînt legate în paralel.

$$I_1=\frac{nE}{R+\frac{n^2r}{N}}=\frac{E}{\frac{R}{n}+\frac{rn}{N}}.$$

Curentul I_1 atinge un maxim cînd $\frac{R}{n}+\frac{rn}{N}$ atinge minimul. Avem de

determinat minimul unei expresii de forma:

$$y=ax+\frac{b}{x}.$$

Această funcție are un minim în cazul cînd rădăcinile ecuației de gradul doi coincid. Aceasta are loc cînd $x_0=\sqrt{b/a}$. În cazul nostru:

$$n=\sqrt{RN/r}=4.$$

Rezultă

$$I_{1\max}=\frac{E}{2}\sqrt{\frac{N}{Rr}}=20\text{ A}.$$

b) Se formează grupuri de baterii legate în paralel care se leagă în serie.

$$I_2=\frac{NE}{nR+\frac{rN}{n}}.$$

Curentul atinge un maxim cînd $n=\sqrt{rN/R}=6$.

Rezultă

$$I_{2\max}=\frac{E}{2}\sqrt{N/Rr}=I_{1\max}.$$

Deci valoarea maximă a curentului ce poate fi debitat pe $R=0{,}2\Omega$ este de 20 A.

1.110. a) Fie m numărul bateriilor conectate în serie pe fiecare ramură a unui grup. Notînd cu N numărul total de baterii, atunci curentul din circuit va fi:

$$I=\frac{mE_0}{\frac{m^2r_0}{N}+R}=\frac{NE_0}{mr_0+\frac{NR}{m}}.$$

Curentul din circuit va fi maxim în cazul cînd m are o astfel de valoare încît numitorul este minim.

Deoarece produsul termenilor de la numitor este constant $\left(mr_0\frac{NR}{m}=NRr_0\right)$, valoarea numitorului este minimă cînd termenii sînt egali, deci

$$mr_0=\frac{NR}{m}\text{ sau }\frac{m^2r_0}{N}=R.$$

Deci pentru a obține în exterior curent maxim, rezistența internă a bateriei echivalente trebuie să fie egală cu rezistența circuitului exterior.

b) $m=\sqrt{NR/r_0}=3$ și deci: $I=10$ A.

1.111. Pentru a fi independente cele două circuite trebuie legate în paralel și deoarece tensiunile la bornele circuitelor sînt diferite, acestea vor fi legate la un număr diferit de acumulatoare (fig. 1.111.R).

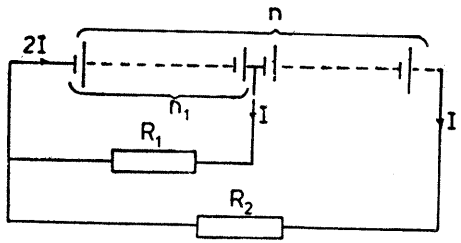


Fig. 1.111.R

Scriind legile lui Kirchhoff:

$n_1E=2In_1r+IR$; $nE=2In_1r+I(n-n_1)r+IR_2$,

rezultă $n_1=\frac{IR_1}{E-2Ir}=5$ și $n=\frac{I^2r(R_1-2R_2)+IER_2}{(E-Ir)(E-2Ir)}=10$.

1.112. a) $R=\frac{R_vU}{IR_v-U}=61{,}2\ \Omega$.

b) Dacă se face presupunerea că $R_v\to\infty$ atunci se obține R' de 1,2 ori mai mică decît R.

1.113. a) $U=E-Ir=\frac{ER_v}{R_v+r}=99$ V.

b) $\varepsilon=\frac{E-U}{E}=\frac{r}{R_v+r}$,

de unde $\frac{r}{R_v}=\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}=0{,}0526$.

1.114. În cazul cînd ampermetrul este șuntat avem:

$$I=I_a+I_s\ (1)\ \text{și}\ I_s=I_a\frac{R_a}{R_s}\ (2).$$

Înlocuind (2) în (1) obținem:

$$I_a=\frac{IR_s}{R_a+R_s}=2\text{ A}.$$

1.115. În primul caz scriind legea Ohm se obține:

$$I_g=\frac{U}{R_1+R_g}\ (1)$$

unde R_g este rezistența galvanometrului.

În al doilea caz curentul prin galvanometru este dat de relația:

$$I_G=I\frac{R_s}{R_g+R_s}\ (2)$$

unde R_s este rezistența șuntului, iar I este curentul ce străbate rezistența R_2 și este dat de relația

$$I=\frac{U}{R_2+\frac{R_gR_s}{R_g+R_s}}\ (3)$$

Înlocuind I din (3) în (2) și apoi împărțind (1) la expresia obținută rezultă:

$$R_g=\frac{R_1-R_2}{R_2}R_s=25\ \Omega.$$

Deci curentul va fi dat de (3) $I=2{,}05$ A.

1.116. a) Tensiunile electromotoare ale bateriei și acumulatorului produc curenți de sens opus prin secțiunea AB a potențiometrului.

Curentul prin galvanometru se anulează cînd diferența de potențial U la capetele secțiunii AB devine egală cu t.e.m. a bateriei. Deci $U=E_2$.

b) Creșterea potențialelor în diferite puncte ale potențiometrului este proporțională cu creșterea rezistenței secțiunii AB. Astfel:

$$\frac{U}{U_0}=\frac{r}{R},\ \text{sau}\quad U=\frac{r}{R}U_0\ \text{și deci}\ E_2=\frac{r}{R}U_0.$$

1.117. a) Dacă $R_v\to\infty$, $I_v=0$ și din legea lui Ohm,

$$I=\frac{E_1+E_2}{r_1+r_2}=0{,}75\text{ A}.$$

b) Indicația voltmetrului este nulă deoarece căderea de tensiune în interiorul fiecărui element este egală cu t.e.m. a elementului $U_{1,2}=E_{1,2}-Ir_{1,2}=0$.

c) $I=\frac{E_1+E_2}{r_1+r_2}=0{,}75$ A și $U_1=E_1-Ir_1=-0{,}75$ V, iar $U_2=E_2-Ir_2=0{,}75$ V; $U_v=-U_1=U_2=0{,}75$ V.

1.118. a) Conform figurii 1.118.R,

$$U_1=I\frac{R_1R_v}{R_1+R_v}=$$

$$=\frac{U}{R_2+\frac{R_1R_v}{R_1+R_v}}\cdot\frac{R_1R_v}{R_1+R_v},$$

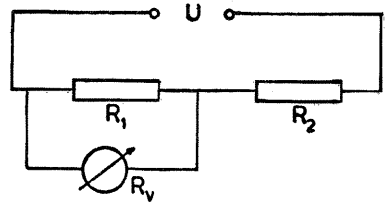


Fig. 1.118. R

de unde $R_v=\frac{U_1R_1R_2}{(U-U_1)R_1-U_1R_1}=1200\ \Omega.$

b) $U_2=\frac{I_0R_2R_v}{R_2+R_v}=\frac{U}{R_1+\frac{R_2R_v}{R_2+R_v}}\cdot\frac{R_2R_v}{R_2+R_v}=30\ \text{V}.$

1.119. Notînd cu x rezistența între punctele b și c legile lui Kirchhoff se scriu:

$$I=I_x+\frac{I}{3} \quad \text{și} \quad I_x\cdot X=\frac{I}{3}(R_A+R-X),$$

de unde $X=\frac{1}{3}(R_A+R)=55\ \Omega.$

1.120. În poziția 1, circuitul ampermetrului este deschis, deci $I_A=0$, iar tensiunea măsurată de voltmetru este

$$U_v=R_vI_v=\frac{E}{R_v+r}R_v=1{,}7982\ \text{V}.$$

În poziția 2, R_v și R_A sînt legate în paralel în raport cu bateria. Astfel, $I=I_v+I_A$ și $E-Ir=I_tR_v=I_AR_A$,

de unde $U_v=I_vR_v=\frac{ER_vR_A}{R_A(r+R_v)+rR_v}=0{,}514\ \text{V}$

și $I_A=\frac{ER_v}{R_A(r+R_v)+rR_v}=2{,}57\ \text{A}.$

În poziția 3, $I=I_A+I_V$ și $E-Ir=I_vR_v=I_A(R_A+R)$

de unde $U_v=I_tR_v=\frac{ER_v(R+R_A)}{(R+R_A\ r+R_v)+rR_v}=1{,}65\ \text{V}$

și $I_A=\frac{ER_v}{(R+R_A)(r+R_v)+rR_v}=0{,}29\ \text{A}.$

1.121. Scriind legile lui Kirchhoff (fig. 1.121.R)

$$U_0=I_1\frac{R_0}{l}x+I\frac{R_0(l-x)}{l};$$

$$U=(I-I_1)R=I_1\frac{R_0}{l}x$$

și eliminînd curenții I și I_1 rezultă

$$U=U_0\frac{Rlx}{R_0x(l-x)+l^2R}.$$

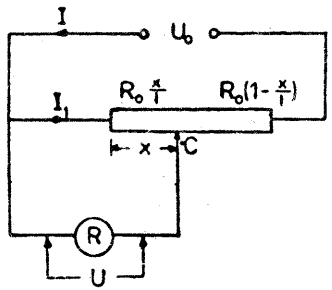


Fig. 1.121. R

Cînd $R\gg R_0$, termenul $R_0x(l-x)$ este neglijabil față de l^2R astfel că

$$U=U_0\frac{x}{l}.$$

1.122. a) Notînd cu I intensitatea curentului debitat de sursa E, legea lui Ohm se scrie

$$I=\frac{E}{R+r},$$

dar $I\cdot0{,}36\ R=E_0$ și $U_{AC}=IR=\frac{E_0}{0{,}36}=2{,}827\ \text{V}.$

b) În acest caz, $E_x=I\cdot0{,}47\ R=0{,}47\cdot\frac{E_0}{0{,}36}=1{,}329\ \text{V}.$

1.123. Notăm cu U tensiunea electrică aplicată circuitului și cu R rezistența totală a circuitului. Atunci, în lipsa ampermetrului

$$U=I_0R,$$

în prezența ampermetrului fixat pe scara de 10 mA,

$$U=I_1(R+R_1)$$

și în prezența ampermetrului fixat pe scara de 3 mA,

$U=I_2(R+R_2)$, de unde $\frac{R_1}{R_2}=\frac{I_2}{I_1}\cdot\frac{I_0-I_1}{I_0-I_2}=\frac{3}{10}$

și $I_0=\frac{7I_1I_2}{10I_2-3I_1}=2{,}97\ \text{A}$

1.124. Scriind legea lui Ohm în fiecare caz rezultă: $I=\frac{U_1}{R_B+R_1}$,

de unde $R_1=\frac{U_1}{I}-R_B=2985\ \text{V};$

$$R_2=\frac{U_2}{I}-R_1-R_B=\frac{U_2-U_1}{I}=12\,000\ \Omega$$

și $R_3=\frac{U_3}{I}-R_1-R_2-R_B=\frac{U_3-U_2}{I}=135\,000\ \Omega.$

1.125. a) Din legea lui Ohm, $I=\frac{E}{R_s+R_0}$,

de unde $R_s=\frac{E}{I}-R_0=1450\ \Omega.$

b) $\frac{I}{4}=\frac{E}{R_0+R_s+R_2}$, de unde $R_1=\frac{4E}{I}-R_s-R_1=4500\ \Omega$;

$$\frac{I}{2}=\frac{E}{R_0+R_s+R_2} \text{ și } R_2=1500\ \Omega;$$

$$\frac{3I}{4}=\frac{E}{R_0+R_3+R_3} \text{ și } R_3=500\ \Omega.$$

c) Aparatul de măsură indică intensitatea curentului prin circuit, iar din legea lui Ohm:

$$R=\frac{E}{I}-R_0-R_s,$$

dependența între R și I fiind neliniară.

1.126. a) Dacă datele indicate de instrumente sînt U și respectiv I atunci valoarea calculată pentru R va fi $R=\frac{U}{I}$. Se vede că în cazul figurii 1.126 a rezistența R' va fi egală cu cea a secțiunii AA' deci: $R'=R_A+R$, iar în cazul din figura 1.126 b, rezistența R' va fi egală cu cea a secțiunii BB':

$$R'=\frac{RR_v}{R+R_v}.$$

Efectuînd calculele se găsește că pentru cazul cînd se măsoară rezistența de 1 Ω, eroarea de măsură, folosind schema din figura 1.126 a, este de 0,1 Ω sau 10% și folosind schema din 1.126 b eroarea este de 0,001 Ω sau 0,1 %.

b) Pentru $R=500\ \Omega$ cu schema 1.126 a se obține o eroare de 0,1 Ω sau 0,02% și cu schema din figura 1.126 b se obține o eroare de 167 Ω sau 33,4 %.

c) Circuitul a este mai bun la măsurarea rezistențelor mici, iar cel din b la măsurarea rezistențelor mari.

1.127. Întrucît la conectarea voltmetrului cu rezistența infinită în serie acesta arată chiar E, circuitul fiind întrerupt, deci $E=65$ V.

Pentru cazurile cînd se montează fiecare din cele trei voltmetre în paralel, cu circuitul din legea lui Ohm rezultă:

$$\frac{U_1}{\frac{R_{v_1}R}{R_{v_1}+R}}\left(\frac{R_{v_1}R}{R_{v_1}+R}+r\right)=E; \qquad \frac{U_2}{\frac{R_{v_2}R}{R_{v_2}+R}}\left(\frac{R_{v_2}R}{R_{v_2}+R}+r\right)=E;$$

$$\frac{U_3}{R}(R+r)=E,$$

necunoscutele fiind R, R_{v_2} și r.

Sistemul se mai scrie:

$$E-U_1=\frac{U_1 r}{\frac{R_{v_1}R}{R_{v_1}+R}} \quad (1); \qquad E-U_2=\frac{U_2 r}{\frac{R_{v_2}R}{R_{v_2}+R}} \quad (2);$$

$$E-U_3=\frac{U_3 r}{R} \quad (3).$$

Prin împărțirea relației (1) la (3) se obține

$$\frac{E-U_1}{E-U_3}=\frac{U_1}{U_3}\cdot\frac{R_{v_1}+R}{R_{v_1}} \text{ de unde } R=1{,}2\ \text{k}\Omega.$$

Introducînd R în (3) rezultă $r=0{,}3\ \text{k}\Omega$. Din (2) se obține $R_{v_2}=12{,}14\ \text{k}\Omega$.

1.128. Voltmetrele pot fi conectate în trei moduri așa cum se arată în figura 1.128 a, b, c, R.

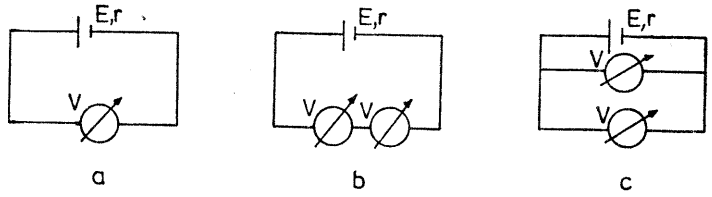


Fig. 1.128. R

Pentru a măsura t.e.m. a sursei în cazul a este necesar ca:

$$U\geqslant E-Ir=E-\frac{U}{R}r \qquad \text{deci } E\leqslant U\left(1+\frac{r}{R}\right) \quad (1).$$

Pentru celelalte cazuri

$$E\leqslant U\left(2+\frac{r}{R}\right) \quad (2);$$

$$E\leqslant U\left(1+\frac{2r}{R}\right) \quad (3).$$

Pentru a determina E și r sînt necesare două măsurători. Vom alege două scheme din cele trei prezentate mai sus în urma reprezentării grafice a inecuațiilor (1), (2) și (3). Regiunea haşurată în figura 1.128 d. R reprezintă regiunea în care se pot afla E și r.

Deci schemele (b) și (c) pot fi utilizate pentru a determina E și r (în regiunea haşurată aflîndu-se și regiunea ce verifică ecuația 1).

Dacă indicația voltmetrului în schema (b) este

$$U_1=\frac{E}{2+\frac{r}{R}}$$ și aceea în schema (c) este $U_2=\frac{E}{1+\frac{2r}{R}}$

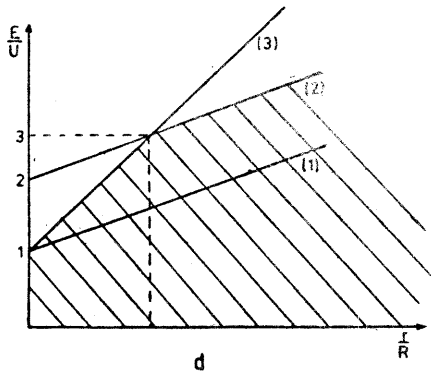


Fig. 1.128 d. R

atunci se obține:

$$E=\frac{3U_1U_2}{2U_2-U_1} \quad \text{și} \quad \frac{r}{R}=\frac{2U_1-U_2}{2U_2-U_1}.$$

1.129. a) În cazul întrerupătorului K deschis schema echivalentă a circuitului este cea din figura 1.129 a R.

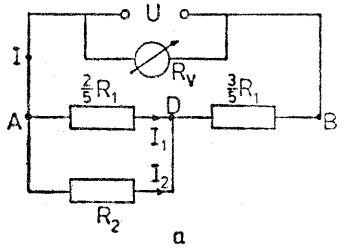


Fig. 1.129 a. R

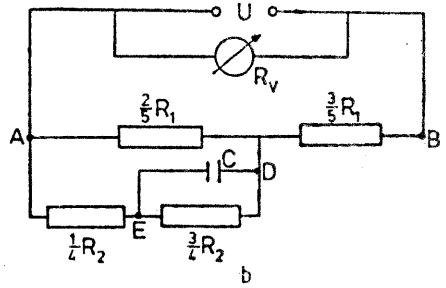


Fig. 1.129 b. R

Scriind legile lui Kirchhoff:

$$U=\frac{2}{5}I_1R_1+\frac{3}{5}IR_1,\ \frac{2}{5}I_1R_1=I_2R_2;\ I=I_1+I_2$$

rezultă $I_2=\frac{10\,U}{25R_2+6R_1}=0{,}4$ A.

b) În cazul întrerupătorului K închis schema echivalentă a circuitului este cea din figura 1.129 b.R. Astfel $q=CU_c=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}\cdot I_2\cdot\frac{3R_2}{4}=$ $=2{,}95\cdot10^{-8}$C.

c) $R_a=R_v\left(\frac{U}{U_{max}}-1\right)=31\,500\ \Omega$.

1.130. Scriind legea Joule-Lenz în cele două cazuri

$$Q=R_1I_1^2t \text{ și } Q=R_2I_2^2t$$

și ținînd seama că valorile intensităților sînt

$$I_1=\frac{E}{R_1+r} \quad \text{și} \quad I_2=\frac{E}{R_2+r},$$

se obține $r=\sqrt{R_1\cdot R_2}$.

1.131. Căldura eliberată pe unitatea de lungime a siguranței este:

$$Q=I^2\frac{\rho_{Pb}}{S_{Pb}}\cdot t.$$

Căldura necesară topirii unității de lungime de sîrmă din plumb va fi:

$$Q=c_{Pb}d_{Pb}S_{Pb}(T_1-T_0).$$

Din cele două relații rezultă: $t=\frac{c_{Pb}d_{Pb}S_{Pb}^2(T_1-T_0)}{I^2\rho_{Pb}}=94\cdot10^{-6}$s.

Căldura primită pentru încălzirea unității de lungime a sîrmei de cupru este:

$$Q'=c_{Cu}\cdot d_{Cu}S_{Cu}(T'-T_0)$$

iar aceea cedată la trecerea curentului:

$$Q'=I^2\frac{\rho_{Cu}}{S_{Cu}}\cdot t.$$

Ținînd seama de valoarea lui I se obține,

$$T'-T_0=\frac{I^2\rho_{Cu}t}{c_{Cu}d_{Cu}S_{Cu}^2}=\frac{c_{Pb}\cdot d_{Pb}\cdot S_{Pb}^2\rho_{Cu}}{c_{Cu}\cdot d_{Cu}\cdot S_{Cu}^2\rho_{Pb}}(T_1-T_0)=0{,}1°.$$

1.132. La încărcarea bateriei o parte din puterea generatorului este folosită pentru încărcarea propriu-zisă și o parte este disipată pe rezistența internă r a bateriei.

Puterea folosită pentru încărcarea bateriei este

$$P_1=EI \text{ unde } I=(U-E)/r$$

Rezultă: $P_1=(UE-E^2)/r$.

Puterea eliberată sub formă de căldură este

$$P_2 = I^2 r = (U - E)^2 / r.$$

Puterea totală debitată de generator va fi: $P = IU = P_1 + P_2$.

1.133. a) Din legea lui Ohm (fig. 1.133.R)

$$I = \frac{U - E_c}{R + r}, \quad \text{rezultă că} \quad R = \frac{U - E_c - I \cdot r}{I} = 1\ \Omega.$$

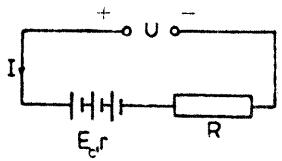


Fig. 1.133. R

b) $Q = I^2 r t = 4320$ J.

c) $W_{\text{chimic}} = UIt - I^2(r + R)t = I^2 E_c t = 48\,960$ J.

1.134. a) $Q = \frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2} t_3$,

de unde $t_3 = t_1 + t_2 = 45$ minute.

b) $Q = \frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2 = \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2} t_4$,

de unde $t_4 = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 10$ minute.

1.135. Condensatorul C acumulează energia $W = \frac{CU^2}{2}$ care se disipează în rezistențele R_1 și R_2 prin efect Joule, adică $W = I^2(R_1 + R_2)t$.

Egalînd cele două expresii ale lui W rezultă că

$$I^2 = \frac{CU^2}{2(R_1 + R_2)t}.$$

Căldura Q_1 degajată în rezistența R_1 va fi

$$Q_1 = I^2 R_1 t = \frac{CU^2 R_1}{2(R_1 + R_2)} = 62{,}5\ \text{mJ}.$$

1.136. Curentul printr-o lampă este $I_b = \frac{P}{U_b}$, iar prin circuit va fi $I = nI_b = \frac{nP}{U_b}$.

Scriind legea lui Ohm:

$$U - U_b = IR_{\text{fire}}, \text{ adică } U - U_b = \frac{nP}{U_b} \cdot \rho_{Al} \cdot \frac{l}{S},$$

de unde $n = \frac{SU_b(U - U_b)}{P\rho_{Al} l} = 13$; $P_c = nP = 1300$ W.

1.137. a) Considerăm că la bornele sursei se află rezistența R. Puterea furnizată de sursă va fi

$$P = RI^2, \text{ unde } I = \frac{E}{R + r}.$$

Puterea se scrie acum: $P = \frac{RE^2}{(R + r)^2}$ (1).

Relația (1) se mai scrie:

$$R^2 - 2\left(\frac{E^2}{2P} - r\right)R + r^2 = 0. \quad (2)$$

Ecuația (2) are soluțiile:

$$R_{1,2} = \left(\frac{E^2}{2P} - r\right) \pm \sqrt{\left(\frac{E^2}{2P} - r\right)^2 - r^2} \quad (3).$$

Observăm că sursa poate debita aceeași putere pentru două rezistențe diferite. Acestea sînt legate între ele prin relația $R_1 R_2 = r^2$ (așa cum se vede din ecuația (2)).

b) Dacă $R_1 = R_2 = r$ atunci relația (1) devine $P = E^2/4r$ unde P este puterea maximă furnizată de sursă, conform condiției de existență a rădăcinilor date de (3): $P \leqslant E^2/4r$.

1.138. Puterea debitată de sursă P_s este egală cu $P_s = P + P_p$, unde puterea pierdută $P_p = I^2 R$, iar $P_s = EI$.

Rezultă ecuația în I: $IE = P + I^2 R$

care are rădăcinile $I_{1,2} = \frac{E}{2R}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4RP}{E^2}}\right)$.

Înlocuind valorile numerice obținem $I_1 = 1021$ A și $I_2 = 21$ A, cărora le corespund valorile puterii pierdute

$$P_{p_1} = 500{,}4\ \text{kW} \text{ și } P_{p_2} = 211{,}7\ \text{W}.$$

În practică este convenabilă a doua rădăcină deoarece corespunde la o pierdere de putere mult mai mică.

1.139. Notăm cu P puterea ce trebuie transmisă pe linie și cu P' puterea pierdută pe linie.

Scriind legea lui Ohm:

$$U-U_b=IR_{fire}, \text{ adică } U-U_b=\frac{nP}{U_b}\cdot\rho_{Al}\cdot\frac{l}{S},$$

de unde $n=\frac{SU_b(U-U_b)}{P\rho_{Al}l}=13$; $P_c=nP=1300$ W.

1.137. a) Considerăm că la bornele sursei se află rezistența R. Puterea furnizată de sursă va fi

$$P=RI^2, \text{ unde } I=\frac{E}{R+r}.$$

Puterea se scrie acum: $P=\frac{RE^2}{(R+r)^2}$ (1).

Relația (1) se mai scrie:

$$R^2-2\left(\frac{E^2}{2P}-r\right)R+r^2=0. \quad (2)$$

Ecuația (2) are soluțiile:

$$R_{1,2}=\left(\frac{E^2}{2P}-r\right)\pm\sqrt{\left(\frac{E^2}{2P}-r\right)^2-r^2} \quad (3).$$

Observăm că sursa poate debita aceeași putere pentru două rezistențe diferite. Acestea sînt legate între ele prin relația $R_1R_2=r^2$ (așa cum se vede din ecuația (2)).

b) Dacă $R_1=R_2=r$ atunci relația (1) devine $P=E^2/4r$ unde P este puterea maximă furnizată de sursă, conform condiției de existență a rădăcinilor date de (3): $P\leqslant E^2/4r$.

1.138. Puterea debitată de sursă P_s este egală cu $P_s=P+P_p$, unde puterea pierdută $P_p=I^2R$, iar $P_s=EI$.

Rezultă ecuația în I: $IE=P+I^2R$

care are rădăcinile $I_{1,2}=\frac{E}{2R}\left(1\pm\sqrt{1-\frac{4RP}{E^2}}\right)$.

Înlocuind valorile numerice obținem $I_1=1021$ A și $I_2=21$ A, cărora le corespund valorile puterii pierdute

$$P_{p_1}=500{,}4 \text{ kW și } P_{p_2}=211{,}7 \text{ W}.$$

În practică este convenabilă a doua rădăcină deoarece corespunde o pierdere de putere mult mai mică.

1.139. Notăm cu P puterea ce trebuie transmisă pe linie și cu P' puterea pierdută pe linie.

Avem $P'=R\cdot I^2$ (1), unde $R=\rho\frac{2D}{S}$ și $P'=10\%P$ (2).

Intensitatea curentului se calculează din relația $I=\frac{P}{U}$, rezultînd

$$I=45{,}45 \text{ A}.$$

Egalînd (1) cu (2) se obține $\frac{P}{10}=RI^2$.

Înlocuind R rezultă: $d=I\sqrt{\frac{80\cdot d\cdot\rho}{P}}=38{,}3$ mm.

1.140.

$$P_1=\frac{U_0^2}{R_1} \text{ și } P_2=\frac{U_0^2}{R_2}$$

iar din legea lui Ohm, $I=\frac{U}{R_1+R_2}=\frac{UP_1P_2}{U_0^2(P_1+P_2)}=\frac{15}{22}$ A.

Astfel, $U_1=IR_1=\frac{UP_2}{P_1+P_2}=137{,}5$ V,

iar $U_2=IR_2=\frac{UP_1}{P_1+P_2}=82{,}5$ V.

$$P_1'=IU_1=93{,}75 \text{ W și } P_2'=IU_2=56{,}25 \text{ W}.$$

$$Q_1=P_1't=168\,750 \text{ J și } Q_2=P_2't=101\,250 \text{ J}.$$

1.141. Inițial, $P=\frac{U^2}{R}=\frac{U^2S}{\rho l}$, iar după reparare puterea absorbită de încălzitor va fi:

$$P_1=\frac{U^2}{R_1}=\frac{U^2S}{\rho' l_1}=\frac{Pl}{l_1}=\frac{5}{4}P=625 \text{ W}.$$

Deoarece $P_1>P$ există pericolul ca să se topească conductorul de nichelină.

1.142. În figura 1.142.R este reprezentată schema de legare a becurilor.

Conform schemei, $I_3=I_1+I_2$, adică $\frac{P_3}{U_b}=\frac{P_1}{U_b}+\frac{P_2}{U_b}$ și $U=2U_b=U_1+U_3$ ceea ce asigură funcționarea becurilor la parametrii normali.

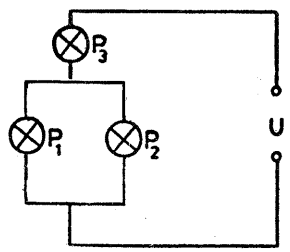


Fig. 1.142. R

Avem $P'=R\cdot I^2$ (1), unde $R=\rho\frac{2D}{S}$ și $P'=10\%P$ (2).

Intensitatea curentului se calculează din relația $I=\frac{P}{U}$, rezultînd

$$I=45{,}45 \text{ A}.$$

Egalînd (1) cu (2) se obține $\frac{P}{10}=RI^2$.

Înlocuind R rezultă: $d=I\sqrt{\frac{80\cdot d\cdot\rho}{P}}=38{,}3$ mm.

1.140.

$$P_1=\frac{U_0^2}{R_1} \text{ și } P_2=\frac{U_0^2}{R_2}$$

iar din legea lui Ohm, $I=\frac{U}{R_1+R_2}=\frac{UP_1P_2}{U_0^2(P_1+P_2)}=\frac{15}{22}$ A.

Astfel, $U_1=IR_1=\frac{UP_2}{P_1+P_2}=137{,}5$ V,

iar $U_2=IR_2=\frac{UP_1}{P_1+P_2}=82{,}5$ V.

$$P_1'=IU_1=93{,}75 \text{ W și } P_2'=IU_2=56{,}25 \text{ W}.$$

$$Q_1=P_1't=168\,750 \text{ J și } Q_2=P_2't=101\,250 \text{ J}.$$

1.141. Inițial, $P=\frac{U^2}{R}=\frac{U^2S}{\rho l}$, iar după reparare puterea absorbită de încălzitor va fi:

$$P_1=\frac{U^2}{R_1}=\frac{U^2S}{\rho' l_1}=\frac{Pl}{l_1}=\frac{5}{4}\ P=625 \text{ W}.$$

Deoarece $P_1>P$ există pericolul ca să se topească conductorul de nichelină.

1.142. În figura 1.142.R este reprezentată schema de legare a becurilor.

Conform schemei, $I_3=I_1+I_2$, adică $\frac{P_3}{U_b}=\frac{P_1}{U_b}+\frac{P_2}{U_b}$ și $U=2U_b=U_1+U_3$ ceea ce asigură funcționarea becurilor la parametrii normali.

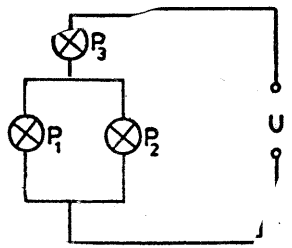


Fig. 1.142. R

1.143. Din legea conservării energiei,

$EI=P_{mec}+I^2(R+r)$, de unde $P_{mec}=IE-I(R+r)$.

Puterea electrică consumată de electromotor este

$$P_{electrică}=UI=(E-Ir)I.$$

Randamentul electromotorului este

$$\eta=\frac{P_{mec}}{P_{electrică}}=1-\frac{IR}{E-Ir}=0{,}9=90\%.$$

1.144. a) $I_1=\frac{U-E_c}{R_1}$ și $m=kI_1t=kt\frac{U-E_c}{R_1}=1{,}325$ kg.

b) $d=\frac{R_1S}{\rho}=10^{-2}$ m.

c) $I_2=I-I_1=I-\frac{U-E_c}{R_1}$; $P=nUI_2=nU\left(I-\frac{U-E_c}{R_1}\right)=150$ W.

1.145. Randamentul unui acumulator ce debitează pe rezistența R este:

$$\eta=\frac{RI^2}{I^2(R+r)}=\frac{R}{R+r},$$

unde r este rezistența sa internă.

Se poate deci scrie $\eta_1=\frac{R}{R+r_1}$; $\eta_2=\frac{R}{R+r_2}$.

r_1 și r_2 fiind rezistențele interne ale celor două acumulatoare.

Rezultă: $r_1=\frac{R(1-\eta_1)}{\eta_1}$; $r_2=\frac{R(1-\eta_2)}{\eta_2}$

și deci $\eta=\frac{R}{R+r_1+r_2}=\frac{\eta_1\eta_2}{\eta_1+\eta_2-\eta_1\eta_2}$.

1.146. Notînd cu E valoarea t.e.m. a sursei și cu $R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ valoarea rezistenței externe în cazul cînd comutatorul este închis condiția de egalitate a puterilor se scrie

$$\frac{E^2R_1}{(R_1+r)^2}=\frac{E^2R}{(R+r)^2}.$$

Se obține $r=\sqrt{R_1R}=6\ \Omega$.

1.147. Pentru circuitul din figura 1.147, legile lui Kirchhoff se scriu:

$$I_1+I_2-I=0,\quad I_1r_1+RI=E_1,\quad I_2r_2+RI=E_2.$$

Rezolvînd acest sistem se obține:

$$I_1=5{,}71\text{ A}\quad\text{și}\quad I_2=-2{,}14\text{ A}.$$

Semnul minus pentru I_2 arată că bateria E_2 se încarcă (primește putere din exterior).

Puterea debitată de E_1 va fi:

$$P_1=U_1I_1=(E_1-r_1I_1)I_1=40{,}82\text{ W}.$$

Puterea absorbită de E_2 este:

$$P_2=U_2I_2=15{,}27\text{ W}.$$

1.148. a) $P=I_1^2R=I_1^2\frac{\rho l}{S}$,

de unde $l=\frac{Pd^2}{4I_1^2\rho}=5{,}35$ m.

b) Cînd comutatorul K este închis rezistorul R_2 este scurtcircuitat, astfel că rezistența echivalentă a circuitului exterior va fi egală cu:

$$R_e'=\frac{R_1(R_A+R)}{R_1+R_A+R},\quad\text{unde}\quad R=\frac{P}{I_1^2}=9\ \Omega.$$

Astfel, $R_e'=2\ \Omega$.

c) Dacă comutatorul K este deschis rezistența echivalentă a circuitului exterior este egală cu:

$$R_e=\frac{(R_1+R_2)(R_A+R)}{R_1+R_2+R_A+R}=5\ \Omega.$$

Legea lui Ohm în cele două cazuri se scrie:

$$E=I(r+R_e;\quad E=I'(r+R_e')$$

unde

$$I=I_1+I_2=I_1+\frac{I_1(R+R_A)}{R_1+R_2}=I_1\cdot\frac{R_1+R_2+R+R_A}{R_1+R_2}=2\text{ A}$$

și

$$I'=I_1'+I_2'=I_1'+\frac{I_1'(R+R_A)}{R_1}=I_1'\frac{R+R_A+R_1}{R_1}=4\text{ A}.$$

Atunci, $r=\frac{IR_e-I'R_e'}{I'-I}=1\ \Omega$ și $E=\frac{II'(R_e-R_e')}{I'-I}=12$ V.

1.143. Din legea conservării energiei,

$EI=P_{mec}+I^2(R+r)$, de unde $P_{mec}=IE-I(R+r)$.

Puterea electrică consumată de electromotor este

$$P_{electrică}=UI=(E-Ir)I.$$

Randamentul electromotorului este

$$\eta=\frac{P_{mec}}{P_{electrică}}=1-\frac{IR}{E-Ir}=0{,}9=90\%.$$

1.144. a) $I_1=\frac{U-E_c}{R_1}$ și $m=kI_1t=kt\frac{U-E_c}{R_1}=1{,}325$ kg.

b) $d=\frac{R_1S}{\rho}=10^{-2}$ m.

c) $I_2=I-I_1=I-\frac{U-E_c}{R_1}$; $P=nUI_2=nU\left(I-\frac{U-E_c}{R_1}\right)=150$ W.

1.145. Randamentul unui acumulator ce debitează pe rezistența R este:

$$\eta=\frac{RI^2}{I^2(R+r)}=\frac{R}{R+r},$$

unde r este rezistența sa internă.

Se poate deci scrie $\eta_1=\frac{R}{R+r_1}$; $\eta_2=\frac{R}{R+r_2}$.

r_1 și r_2 fiind rezistențele interne ale celor două acumulatoare.

Rezultă: $r_1=\frac{R(1-\eta_1)}{\eta_1}$; $r_2=\frac{R(1-\eta_2)}{\eta_2}$

și deci $\eta=\frac{R}{R+r_1+r_2}=\frac{\eta_1\eta_2}{\eta_1+\eta_2-\eta_1\eta_2}$.

1.146. Notînd cu E valoarea t.e.m. a sursei și cu $R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ valoarea rezistenței externe în cazul cînd comutatorul este închis condiția de egalitate a puterilor se scrie

$$\frac{E^2R_1}{(R_1+r)^2}=\frac{E^2R}{(R+r)^2}.$$

Se obține $r=\sqrt{R_1R}=6\ \Omega$.

1.147. Pentru circuitul din figura 1.147, legile lui Kirchhoff se scriu:

$$I_1+I_2-I=0,\quad I_1r_1+RI=E_1,\quad I_2r_2+RI=E_2.$$

Rezolvînd acest sistem se obține:

$$I_1=5{,}71\text{ A}\quad\text{și}\quad I_2=-2{,}14\text{ A}.$$

Semnul minus pentru I_2 arată că bateria E_2 se încarcă (primește putere din exterior).

Puterea debitată de E_1 va fi:

$$P_1=U_1I_1=(E_1-r_1I_1)I_1=40{,}82\text{ W}.$$

Puterea absorbită de E_2 este:

$$P_2=U_2I_2=15{,}27\text{ W}.$$

1.148. a) $P=I_1^2R=I_1^2\dfrac{\rho l}{S}$,

de unde $l=\dfrac{Pd^2}{4I_1^2\rho}=5{,}35$ m.

b) Cînd comutatorul K este închis rezistorul R_2 este scurtcircuitat, astfel că rezistența echivalentă a circuitului exterior va fi egală cu:

$$R_e'=\frac{R_1(R_A+R)}{R_1+R_A+R},\quad\text{unde}\quad R=\frac{P}{I_1^2}=9\ \Omega.$$

Astfel, $R_e'=2\ \Omega$.

c) Dacă comutatorul K este deschis rezistența echivalentă a circuitului exterior este egală cu:

$$R_e=\frac{(R_1+R_2)(R_A+R)}{R_1+R_2+R_A+R}=5\ \Omega.$$

Legea lui Ohm în cele două cazuri se scrie:

$$E=I(r+R_e;\quad E=I'(r+R_e')$$

unde

$$I=I_1+I_2=I_1+\frac{I_1(R+R_A)}{R_1+R_2}=I_1\cdot\frac{R_1+R_2+R+R_A}{R_1+R_2}=2\text{ A}$$

și

$$I'=I_1'+I_2'=I_1'+\frac{I_1'(R+R_A)}{R_1}=I_1'\frac{R+R_A+R_1}{R_1}=4\text{ A}.$$

Atunci, $r=\dfrac{IR_e-I'R_e'}{I'-I}=1\ \Omega$ și $E=\dfrac{II'(R_e-R_e')}{I'-I}=12$ V.

1.149. Înainte de conectarea reșoului,

$$I_1=\frac{U}{R_1+R}=\sqrt{\frac{P_1}{R_1}},$$

sau $P_1R_1^2+(2P_1R-U^2)R_1+P_1R^2=0$,

de unde $R_1=\dfrac{U^2-2P_1R\pm\sqrt{(U^2-2P_1R)^2-4P_1^2R^2}}{2P_1}$.

Pentru R_1 rezultă valorile 478 Ω și 0,02 Ω (inacceptabil practic deoarece intensitatea curentului ar avea valoarea $I_1\simeq 11\,000$ A)

$$\text{și}\quad U_b=I_1R_1=\frac{UR_1}{R_1+R}=218{,}6\text{ V}.$$

După conectarea reșoului,

$$I_2=\frac{U}{R+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}}=\sqrt{\frac{P_1}{R_1}}+\sqrt{\frac{P_2}{R_2}},$$

de unde $R_2\cong 120\ \Omega$.

$$U_b=I_2\cdot\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{U}{R+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\cdot\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=213{,}3\text{ V}.$$

1.150. a) Curentul care trece prin rezistența R este:

$$I=\frac{E}{R+r}$$

unde r este rezistența internă a sursei. Curentul de scurtcircuit va fi

$$I_{sc}=\frac{E}{r}.$$

Din cele două relații rezultă: $E=\dfrac{I\cdot I_{sc}\cdot R}{I_{sc}-I}$.

b) Puterea furnizată rezistenței R este:

$$P=RI^2=\frac{E^2R}{(R+r)^2}\quad(1).$$

Conform problemei 1.137 puterea maximă este:

$$P_{max}=\frac{E^2}{4r}\quad(2).$$

Comparînd relațiile (1) și (2) rezultă $R=r$. Deci în cazul cînd rezistența externă este egală cu rezistența internă a sursei puterea furnizată în exterior este maximă și are valoarea

$$P_{max}=\frac{E^2}{4R}=\frac{I^2I_{sc}^2R}{4(I_{sc}-I)^2}.$$

1.151. a) Legile Kirchhoff aplicate circuitului se scriu:

$$r_1I_1+RI=E_1,\quad (r_2+r)I_2+RI=E_2,\quad I_1+I_2-I=0.$$

Rezolvînd sistemul se obține:

$$I_1=\frac{(r_2+r)E_1+R(E_1-E_2)}{(r_1+R)(r_2+r)+r_1R}=\frac{12r+(2R+12)}{(R+1{,}2)r+(2{,}2R+1{,}2)}.$$

Pentru ca I_1 să nu depindă de r este necesar ca

$$\frac{12}{R+1{,}2}=\frac{2R+12}{2{,}2R+1{,}2},$$

de unde $R=6\ \Omega$, soluția banală nefiind luată în considerare.

b) Dacă $r=0$, valoarea curentului prin R este

$$I=I_1+I_2=\frac{24}{2{,}2R+1{,}2}.$$

Puterea dezvoltată în R este

$$P=RI^2=\frac{576R}{(2{,}2R+1{,}2)^2}=16{,}66\ \text{W}.$$

Pe seama energiei dezvoltate prin efect Joule are loc variația energiei interne care duce la creșterea temperaturii rezistorului cu $\Delta\theta$. În urma creșterii temperaturii valoarea rezistenței crește cu $\Delta R=$ $=\alpha R\Delta\theta$. Deci $4\cdot10^{-3}R=\alpha R\Delta0$, de unde $\Delta\theta=\frac{4\cdot10^{-3}}{\alpha}=1$ grad.

La 0°C rezistența R este

$$R=\rho\frac{l}{S}\ \text{și}\ \frac{l}{S}=\frac{R}{\rho}=3\cdot10^8\text{m}^{-1}\ (1)$$

și din egalitatea $mC\Delta\theta=P\cdot t$ unde $m=Sld$

se obține $Sl=\frac{P\cdot t}{dc\Delta\theta}=2{,}33\cdot10^{-5}\ \text{m}^3$ (2).

Din (1) și (2) rezultă $l=83$ m și $S=0{,}28\ \text{mm}^2$.

1.149. Înainte de conectarea reșoului.

$$I_1=\frac{U}{R_1+R}=\sqrt{\frac{P_1}{R_1}},$$

sau $P_1R_1^2+(2P_1R-U^2)R_1+P_1R^2=0$,

de unde $R_1=\frac{U^2-2P_1R\pm\sqrt{(U^2-2P_1R)^2-4P_1^2R^2}}{2P_1}$.

Pentru R_1 rezultă valorile 478 Ω și 0,02 Ω (inacceptabil practic deoarece intensitatea curentului ar avea valoarea $I_1\simeq11\,000$ A)

și $U_b=I_1R_1=\frac{UR_1}{R_1+R}=218{,}6$ V.

După conectarea reșoului,

$$I_2=\frac{U}{R+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}=\sqrt{\frac{P_1}{R_1}}+\sqrt{\frac{P_2}{R_2}},$$

de unde $R_2\cong120\ \Omega$.

$$U_b=I_2\cdot\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{U}{R+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\cdot\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=213{,}3\ \text{V}.$$

1.150. a) Curentul care trece prin rezistența R este:

$$I=\frac{E}{R+r}$$

unde r este rezistența internă a sursei. Curentul de scurtcircuit va fi

$$I_{sc}=\frac{E}{r}.$$

Din cele două relații rezultă: $E=\frac{I\cdot I_{sc}\cdot R}{I_{sc}-I}$.

b) Puterea furnizată rezistenței R este:

$$P=RI^2=\frac{E^2R}{(R+r)^2}\ (1).$$

Conform problemei 1.137 puterea maximă este:

$$P_{max}=\frac{E^2}{4r}\ (2).$$

Comparînd relațiile (1) și (2) rezultă $R=r$. Deci în cazul cînd rezistența externă este egală cu rezistența internă a sursei puterea furnizată în exterior este maximă și are valoarea

$$P_{max}=\frac{E^2}{4R}=\frac{I^2I_{sc}^2R}{4(I_{sc}-I)^2}.$$

1.151. a) Legile Kirchhoff aplicate circuitului se scriu:

$$r_1I_1+RI=E_1,\quad (r_2+r)I_2+RI=E_2,\quad I_1+I_2-I=0.$$

Rezolvînd sistemul se obține:

$$I_1=\frac{(r_2+r)E_1+R(E_1-E_2)}{(r_1+R)(r_2+r)+r_1R}=\frac{12r+(2R+12)}{(R+1{,}2)r+(2{,}2R+1{,}2)}.$$

Pentru ca I_1 să nu depindă de r este necesar ca

$$\frac{12}{R+1{,}2}=\frac{2R+12}{2{,}2R+1{,}2},$$

de unde $R=6\ \Omega$, soluția banală nefiind luată în considerare.

b) Dacă $r=0$, valoarea curentului prin R este

$$I=I_1+I_2=\frac{24}{2{,}2R+1{,}2}.$$

Puterea dezvoltată în R este

$$P=RI^2=\frac{576R}{(2{,}2R+1{,}2)^2}=16{,}66\ \text{W}.$$

Pe seama energiei dezvoltate prin efect Joule are loc variația energiei interne care duce la creșterea temperaturii rezistorului cu $\Delta\theta$. În urma creșterii temperaturii valoarea rezistenței crește cu $\Delta R=$ $=\alpha R\Delta\theta$. Deci $4\cdot10^{-3}R=\alpha R\Delta\theta$, de unde $\Delta\theta=\frac{4\cdot10^{-3}}{\alpha}=1$ grad.

La 0°C rezistența R este

$$R=\rho\frac{l}{S}\ \text{și}\ \frac{l}{S}=\frac{R}{\rho}=3\cdot10^8\text{m}^{-1}\ (1)$$

și din egalitatea $mC\Delta\theta=P\cdot t$ unde $m=Sld$

se obține $Sl=\frac{P\cdot t}{dc\Delta\theta}=2{,}33\cdot10^{-5}\ \text{m}^3$ (2).

Din (1) și (2) rezultă $l=83$ m și $S=0{,}28\ \text{mm}^2$.

1.152. a) Scriind legea lui Ohm pentru întregul circuit:

$$U=I(R+R_1)=\sqrt{\frac{P}{R}}(R+R_1)$$

rezultă ecuația în R:

$$PR^2+R(2PR_1-U^2)+PR_1^2=0$$

care are rădăcini confundate dacă

$$U^2=4PR_1,\ \text{de unde}\ R_1=\frac{U^2}{4P}=121\ \Omega$$

b) $R=\frac{U^2-2PR_1}{2P}=121\ \Omega$ și $I=\sqrt{\frac{P}{R}}=\frac{10}{11}A=0{,}9$ A.

c) $$P_{abs}=IU=200\ \text{W}$$

1.153. $\eta=\frac{P_c}{P_g}$,

unde P_c este puterea consumatorului, adică

$$P_c=I^2R=\frac{U^2R}{(R+r)^2},$$

iar P_g puterea generatorului, adică

$$P_g=UI=\frac{U^2}{R+r}.$$

Atunci, $\eta=\frac{R}{r+R}$.

1.154. Dacă notăm prin r rezistența conductorilor de legătură, puterea eliberată de generator este egală cu

$$P=UI=\frac{U^2}{R+r}$$

iar puterea disipată prin efect Joule,

$$P_p=I^2r=\frac{U^2r}{(R+r)^2}.$$

Raportul puterilor disipate va fi

$$\frac{U_1^2(R_2+r)^2}{U_2^2(R_1+r)^2}=a.$$

Ținînd cont de condiția ca generatorul să elibereze aceeași putere în ambele cazuri, adică

$$\frac{U_1^2}{R_1+r}=\frac{U_2^2}{R_2+r},\ \text{rezultă că}\ \frac{U_2}{U_1}=\sqrt{a}.$$

1.155. a) Considerăm un inel de grosime dr situat la distanța r de axul discului, ca în figura 1.155.R. Rezistența unui astfel de inel este:

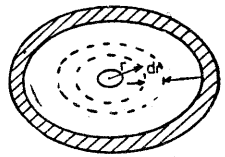


Fig. 1.155. R

$$dR=\rho\cdot\frac{l}{2\pi rh}=\rho\cdot\frac{dr}{2\pi rh}$$

iar rezistența întregului disc:

$$R=\int_{r_0}^{R_0}\frac{\rho dr}{2\pi rh}=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{R_0}{r_0}.$$

b) $$I=\frac{U}{R}=\frac{2\pi hU}{\rho\ln\frac{R_0}{r_0}}.$$

c) $$P=RI^2=\frac{2\pi hU^2}{\rho\ln\frac{R_0}{r_0}}.$$

d) $$\frac{R}{2}=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{r}{r_0}\ \text{sau}\ \frac{\ln\frac{R_0}{r_0}}{2}=\ln\frac{r}{r_0}$$

deci $r=\sqrt{R_0r_0}$.

1.156. Din legea Faraday rezultă

$$m_{Fe}=\frac{1}{F}\frac{A_{Fe}}{n_{Fe}}q\ \text{și}\ m_{Cu}=\frac{1}{F}\frac{A_{Cu}}{n_{Cu}}q.$$

După împărțirea celor două relații se obține

$$m_{Cu}=m_{Fe}\cdot\frac{A_{Cu}n_{Fe}}{A_{Fe}r_{Cu}}=171\ \text{g}.$$

1.157. Din legea de variație a curentului se vede că la momentul inițial $I_0=10$ A, iar după un timp de 200 secunde, $I=6$ A.

Utilizînd intensitatea medie:

$$I_m=\frac{I_0+I}{2}\ \text{din legea Faraday}\ m=kq=0{,}528\ \text{g}.$$

1.152. a) Scriind legea lui Ohm pentru întregul circuit:

$$U=I(R+R_1)=\sqrt{\frac{P}{R}}(R+R_1)$$

rezultă ecuația în R:

$$PR^2+R(2PR_1-U^2)+PR_1^2=0$$

care are rădăcini confundate dacă

$$U^2=4PR_1,\ \text{de unde}\ R_1=\frac{U^2}{4P}=121\ \Omega$$

b) $$R=\frac{U^2-2PR_1}{2P}=121\ \Omega\ \text{și}\ I=\sqrt{\frac{P}{R}}=\frac{10}{11}A=0{,}9\ \text{A}.$$

c) $$P_{abs}=IU=200\ \text{W}$$

1.153. $$\eta=\frac{P_c}{P_g},$$

unde P_c este puterea consumatorului, adică

$$P_c=I^2R=\frac{U^2R}{(R+r)^2},$$

iar P_g puterea generatorului, adică

$$P_g=UI=\frac{U^2}{R+r}.$$

Atunci, $$\eta=\frac{R}{r+R}.$$

1.154. Dacă notăm prin r rezistența conductorilor de legătură, puterea eliberată de generator este egală cu

$$P=UI=\frac{U^2}{R+r}$$

iar puterea disipată prin efect Joule,

$$P_p=I^2r=\frac{U^2r}{(R+r)^2}.$$

Raportul puterilor disipate va fi

$$\frac{U_1^2(R_2+r)^2}{U_2^2(R_1+r)^2}=a.$$

Ținînd cont de condiția ca generatorul să elibereze aceeași putere ambele cazuri, adică

$$\frac{U_1^2}{R_1+r}=\frac{U_2^2}{R_2+r},\ \text{rezultă că}\ \frac{U_2}{U_1}=\sqrt{a}.$$

1.155. a) Considerăm un inel de grosime situat la distanța r de axul discului, ca în gura 1.155.R. Rezistența unui astfel de inel te:

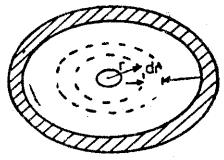


Fig. 1.155. R

$$dR=\rho\cdot\frac{l}{2\pi rh}=\rho\cdot\frac{dr}{2\pi rh}$$

r rezistența întregului disc:

$$R=\int_{r_0}^{R_0}\frac{\rho dr}{2\pi rh}=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{R_0}{r_0}.$$

b) $I=\dfrac{U}{R}=\dfrac{2\pi hU}{\rho\ln\dfrac{R_0}{r_0}}.$

c) $P=RI^2=\dfrac{2\pi hU^2}{\rho\ln\dfrac{R_0}{r_0}}.$

d) $\dfrac{R}{2}=\dfrac{\rho}{2\pi h}\ln\dfrac{r}{r_0}$ sau $\dfrac{\ln\dfrac{R_0}{r_0}}{2}=\ln\dfrac{r}{r_0}$

ci $r=\sqrt{R_0r_0}$.

1.156. Din legea Faraday rezultă

$$m_{Fe}=\frac{1}{F}\frac{A_{Fe}}{n_{Fe}}q\ \text{și}\ m_{Cu}=\frac{1}{F}\frac{A_{Cu}}{n_{Cu}}q.$$

După împărțirea celor două relații se obține

$$m_{Cu}=m_{Fe}\cdot\frac{A_{Cu}n_{Fe}}{A_{Fe}r_{Cu}}=171\ \text{g}.$$

1.157. Din legea de variație a curentului se vede că la momentul ție $I_0=10$ A, iar după un timp de 200 secunde, $I=6$ A.

Utilizînd intensitatea medie:

$I_m=\dfrac{I_0+I}{2}$ din legea Faraday $m=kq=0{,}528$ g.

1.158. Cînd electrozii nu sînt din argint se produce polarizarea lor, tensiunea de polarizare opunîndu-se aceleia de la borne. Curentul ce trece prin cuvă va fi

$$I=\frac{U-U_{pol}}{R}.$$

Dar masa depusă este: $m=kIt$,

încît rezultă: $U_{pol}=\dfrac{ktU-mR}{kt}=0{,}77$ V.

1.159. Pentru electroliza unei cantități dintr-o substanță este necesară energia: $W=UIt$, unde U este tensiunea la bornele cuvei, I curentul ce o străbate, iar t timpul cît durează procesul. Înlocuind curentul pe baza legii electrolizei se obține:

$$W=U\cdot\frac{n}{A}\cdot mF.$$

Deci tensiunea ce se aplică băii este:

$$U=W\cdot\frac{1}{F}\frac{A}{n}\cdot\frac{1}{m}.$$

În cazul problemei energia necesară descompunerii a doi moli de apă, caz în care se eliberează $m=4$ g hidrogen, este 572,66 kJ, deci:

$$U=1{,}47\ \text{V}.$$

1.160. Eficiența curentului indică procentul de substanță depusă din masa teoretică: $\eta=m/m_{teor}$ unde masa teoretică se obține din legea Faraday.

$\eta_1=\dfrac{m_1}{m_{1teor}}$, unde $m_{1teor}=kI_1t_1$ deci $m_1=\eta_1kj_1St_1$ și analog

$m_2=\eta_2kj_2St_2$.

Cantitatea de cupru separată este:

$$m=m_1+m_2=kS(\eta_1j_1t_1+\eta_2j_2t_2)=0{,}34\ \text{kg}.$$

1.161. Sarcina electrică necesară electrolizei este $q=m/k$; masa de oxigen este $m=\rho_0V_0$ unde: $V_0=\dfrac{VT_0}{T}$.

Deci: $q=\dfrac{VT_0\rho_0}{Tk\,3600}\simeq 22$ Ah.

1.158. Cînd electrozii nu sînt din argint se produce polarizarea lor, tensiunea de polarizare opunîndu-se aceleia de la borne. Curentul ce trece prin cuvă va fi

$$I=\frac{U-U_{pol}}{R}.$$

Dar masa depusă este: $m=kIt$,

încît rezultă: $U_{pol}=\frac{ktU-mR}{kt}=0{,}77$ V.

1.159. Pentru electroliza unei cantități dintr-o substanță este necesară energia: $W=UIt$, unde U este tensiunea la bornele cuvei, I curentul ce o străbate, iar t timpul cît durează procesul. Înlocuind curentul pe baza legii electrolizei se obține:

$$W=U\cdot\frac{n}{A}\cdot mF.$$

Deci tensiunea ce se aplică băii este:

$$U=W\cdot\frac{1}{F}\,\frac{A}{n}\cdot\frac{1}{m}.$$

În cazul problemei energia necesară descompunerii a doi moli de apă, caz în care se eliberează $m=4$ g hidrogen, este 572,66 kJ, deci:

$$U=1{,}47\text{ V}.$$

1.160. Eficiența curentului indică procentul de substanță depusă din masa teoretică: $\eta=m/m_{teor}$ unde masa teoretică se obține din legea Faraday.

$\eta_1=\frac{m_1}{m_{1teor}}$, unde $m_{1teor}=kI_1t_1$ deci $m_1=\eta_1kj_1St_1$ și analog

$m_2=\eta_2kj_2St_2$.

Cantitatea de cupru separată este:

$$m=m_1+m_2=kS(\eta_1j_1t_1+\eta_2j_2t_2)=0{,}34\text{ kg}.$$

1.161. Sarcina electrică necesară electrolizei este $q=m/k$; masa de oxigen este $m=\rho_0V_0$ unde: $V_0=\frac{VT_0}{T}$.

Deci: $q=\frac{VT_0\rho_0}{Tk\,3600}\simeq 22$ Ah.

Cîmpul magnetic al curentului electric. Inducția electromagnetică

1.162 a) Conform problemei 1.109 numărul de grupări în paralel al acumulatoarelor, astfel încît intensitatea curentului în circuitul exterior să fie maximă este

$$x=\sqrt{\frac{Nr}{R}}=3.$$

Se vor lega cîte patru acumulatoare în serie și trei serii în paralel.

Intensitatea curentului în circuitul exterior va fi:

$$I=\frac{4E}{R+\frac{4r}{3}}=6\text{ A}.$$

b) Inducția magnetică a cîmpului creat de bobină pe axa sa este

$B_1=\mu_0\frac{N_1I}{l}$ și din $\operatorname{tg}\alpha=\frac{B_2}{B_1}$, rezultă

$$B_2=\mu_0\frac{N_1I}{l}\operatorname{tg}\alpha=5{,}22\cdot10^{-3}\text{T}.$$

c) Curentul în circuitul exterior devine

$$I'=\frac{4E}{\frac{RR_1}{R+R_1}+\frac{4r}{3}}=9\text{ A}.$$

Tensiunea la bornele bateriei de acumulatoare va fi:

$$U=4E-I'\frac{4r}{3}=12\text{ V}$$

și curentul prin bobină are intensitatea

$$I_b'=\frac{U}{R}=3\text{A}.$$

Atunci, $\operatorname{tg}\beta=\frac{B_2}{B_1}=\frac{I}{I_b'}\operatorname{tg}\alpha=2\,\frac{\sqrt{3}}{3}$, adică $\beta=49°6'$.

1.163. Curentul ce străbate tubul poate fi considerat ca suma unor curenți liniari identici distribuiți pe suprafața tubului. În mod similar inducția cîmpului magnetic în orice punct al spațiului poate fi

Cîmpul magnetic al curentului electric. Inducția electromagnetică

1.162 a) Conform problemei 1.109 numărul de grupări în paralel al acumulatoarelor, astfel încît intensitatea curentului în circuitul exterior să fie maximă este

$$x=\sqrt{\frac{Nr}{R}}=3.$$

Se vor lega cîte patru acumulatoare în serie și trei serii în paralel.

Intensitatea curentului în circuitul exterior va fi:

$$I=\frac{4E}{R+\frac{4r}{3}}=6\text{ A}.$$

b) Inducția magnetică a cîmpului creat de bobină pe axa sa este

$$B_1=\mu_0\frac{N_1 I}{l}\text{ și din }\operatorname{tg}\alpha=\frac{B_2}{B_1},\text{ rezultă}$$

$$B_2=\mu_0\frac{N_1 I}{l}\operatorname{tg}\alpha=5{,}22\cdot10^{-3}\text{T}.$$

c) Curentul în circuitul exterior devine

$$I'=\frac{4E}{\frac{RR_1}{R+R_1}+\frac{4r}{3}}=9\text{ A}.$$

Tensiunea la bornele bateriei de acumulatoare va fi:

$$U=4E-I'\frac{4r}{3}=12\text{ V}$$

și curentul prin bobină are intensitatea

$$I_b'=\frac{U}{R}=3\text{A}.$$

Atunci, $\operatorname{tg}\beta=\frac{B_2}{B_1'}=\frac{I}{I_b'}\operatorname{tg}\alpha=2\frac{\sqrt{3}}{3}$, adică $\beta=49°6'$.

1.163. Curentul ce străbate tubul poate fi considerat ca suma unor curenți liniari identici distribuiți pe suprafața tubului. În mod similar inducția cîmpului magnetic în orice punct al spațiului poate fi considerată ca suma inducțiilor cîmpurilor create de curenții liniari. În figura 1.163.R este prezentată o secțiune transversală prin tub.

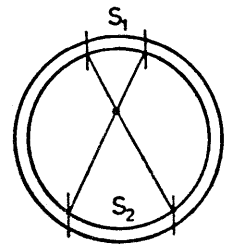


Fig. 1.163. R

Analizăm inducțiile produse de elementele S_1 și S_2 străbătute de curenții I_1 și I_2.

Este evident că $\frac{I_1}{I_2}=\frac{S_1}{S_2}=\frac{r_1}{r_2}$

unde r_1 reprezintă distanța de la arcul S_1 la punctul de intersecție al coardelor din figură, iar r_2 reprezintă distanța de la S_2 la același punct.

Însă $B_1=\mu_0\frac{I_1}{2\pi r_1}$ și $B_2=\mu_0\frac{I_2}{2\pi r_2}$, încît $\frac{B_1}{B_2}=\frac{I_1}{r_1}\cdot\frac{r_2}{I_2}=1$. Rezultă că:

$$B_1-B_2=0.$$

Deoarece este posibil ca pentru fiecare element de secțiune să se găsească un element pe tub care să compenseze inducția dată de el rezultă că inducția va fi nulă în orice punct din interiorul tubului.

1.164. Conform problemei 1.163 inducția magnetică într-un punct situat în dielectricul dintre cele două conductoare va fi dată de conductorul interior.

Deci: $B=\mu\frac{I}{2\pi r}$.

1.165. a) În centrul spirei va trebui ca inducția magnetică creată de curentul prin spiră să fie egală și de sens opus cu B_0,

deci $B_0=\frac{\mu_0 I}{\text{d}}$, unde $I=\frac{E}{R+r}=\frac{E}{\frac{\rho l}{S}+r}=\frac{E}{\frac{\rho\pi d}{S}+r}$ astfel că

$$S=\frac{B_0\pi d^2\rho}{\mu_0 E-B_0 dr}=0{,}226\cdot10^{-6}\text{ m}^2.$$

b) $Q=I^2Rt=I^2\left(\frac{E}{I}-r\right)t=(E-Ir)It=$

$$=\left(E-\frac{B_0 d}{\mu_0}r\right)\frac{\Gamma_0 d}{\mu_0}t=7\text{ J}.$$

1.166. După fiecare descărcare a condensatorului prin solenoid trece cantitatea de electricitate $q=CU$ unde C este capacitatea condensatorului.

Intensitatea medie a curentului ce trece prin solenoid este $I=nq$ unde n este numărul de descărcări pe secundă.

Inducția cîmpului magnetic din solenoid este

$$B=\frac{\mu_0\nu_r\varepsilon_e\varepsilon_r AUrN}{ld}=3{,}97\cdot10^{-10}\text{ T}.$$

1.167. Modulele vectorilor inducție magnetică a cîmpului creat în punctul A de cele trei laturi sînt egale și vectorii au același sens, astfel că

$$B=\frac{3\mu_0 I}{2\pi\cdot\frac{a}{2}},\text{ de unde }I=\frac{B\pi a}{3\mu_0}=21\text{ A}.$$

1.168. a) Notînd cu B_1 inducția magnetică creată de magnet, în absența curentului I, $\operatorname{tg}\alpha=B_1/B_0$,
iar în prezența curentului I, $\operatorname{tg}\beta=\frac{B_1+B}{B_0}$,
de unde $B=B_0(\operatorname{tg}\beta-\operatorname{tg}\alpha)=2{,}03\cdot10^{-5}$ T.

b) $B=\frac{\mu_0 I}{2r}$, de unde $I=\frac{2rB}{\mu_0}=3{,}23$ A.

1.169. Bobina se așează în poziția în care, $\operatorname{tg}\alpha=B/B_0$,
unde $B=\mu_0\frac{NI}{2r}$, iar $I=\frac{Q}{\tau}=\frac{CE}{\tau}$ și $t=n\tau$.

Astfel, $n=\frac{2rtB_0\operatorname{tg}\alpha}{\mu_0 NCE}=100$.

1.170. a) În figura 1.170 R sînt reprezentați vectorii inducție magnetică indusă de cei doi conductori.

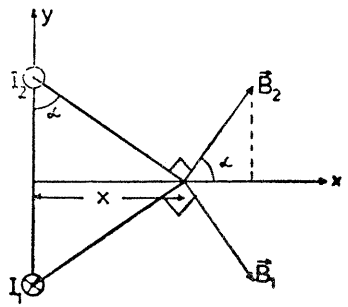


Fig. 1.170. R

Astfel, $B_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{a^2+a^2}}=B_2$

și $B=(B_1+B_2)\cos\alpha=$

$$=\frac{2\mu_0 I}{2\pi\sqrt{a^2+a^2}}\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2+a^2}}=\frac{\mu_0 Ia}{\pi(a^2+a^2)}.$$

Din condiția ca $\frac{dB}{dx}=0$ rezultă $x=0$, adică $B_{max}=\mu_0 I/\pi a$.

1.171. Conform figurii 1.171.R,

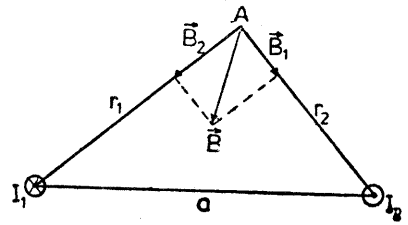


Fig. 1.171. R

considerată ca suma inducțiilor cîmpurilor create de curenții liniari. În figura 1.163.R este prezentată o secțiune transversală prin tub.

Analizăm inducțiile produse de elementele S_1 și S_2 străbătute de curenții I_1 și I_2.

Este evident că $\frac{I_1}{I_2}=\frac{S_1}{S_2}=\frac{r_1}{r_2}$

unde r_1 reprezintă distanța de la arcul S_1 la punctul de intersecție al coardelor din figură, iar r_2 reprezintă distanța de la S_2 la același punct.

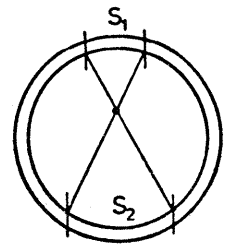


Fig. 1.163. R

Însă $B_1=\mu_0\frac{I_1}{2\pi r_1}$ și $B_2=\mu_0\frac{I_2}{2\pi r_2}$, încît $\frac{B_1}{B_2}=\frac{I_1}{r_1}\cdot\frac{r_2}{I_2}=1$. Rezultă că:

$$B_1-B_2=0.$$

Deoarece este posibil ca pentru fiecare element de secțiune să se găsească un element pe tub care să compenseze inducția dată de el rezultă că inducția va fi nulă în orice punct din interiorul tubului.

1.164. Conform problemei 1.163 inducția magnetică într-un punct situat în dielectricul dintre cele două conductoare va fi dată de conductorul interior.

Deci: $B=\mu\frac{I}{2\pi r}$.

1.165. a) În centrul spirei va trebui ca inducția magnetică creată de curentul prin spiră să fie egală și de sens opus cu B_0,

deci $B_0=\frac{\mu_0 I}{d}$, unde $I=\frac{E}{R+r}=\frac{E}{\frac{\rho l}{S}+r}=\frac{E}{\frac{\rho\pi d}{S}+r}$ astfel că

$$S=\frac{B_0\pi d^2\rho}{\mu_0 E-B_0 dr}=0{,}226\cdot10^{-6}\text{ m}^2.$$

b) $Q=I^2Rt=I^2\left(\frac{E}{I}-r\right)t=(E-Ir)It=$

$$=\left(E-\frac{B_0 d}{\mu_0}r\right)\frac{\Gamma_0 d}{\mu_0}t=7\text{ J}.$$

1.166. După fiecare descărcare a condensatorului prin solenoid trece cantitatea de electricitate $q=CU$ unde C este capacitatea condensatorului.

Intensitatea medie a curentului ce trece prin solenoid este $I=nq$ unde n este numărul de descărcări pe secundă.

Inducția cîmpului magnetic din solenoid este

$$B=\frac{\mu_0\nu_r\varepsilon_e\varepsilon_r AUrN}{ld}=3{,}97\cdot10^{-10}\text{ T}.$$

1.167. Modulele vectorilor inducție magnetică a cîmpului creat în punctul A de cele trei laturi sînt egale și vectorii au același sens, astfel că

$$B=\frac{3\mu_0 I}{2\pi\cdot\frac{a}{2}},\text{ de unde }I=\frac{B\pi a}{3\mu_0}=21\text{ A}.$$

1.168. a) Notînd cu B_1 inducția magnetică creată de magnet, în absența curentului I, $\operatorname{tg}\alpha=B_1/B_0$,
iar în prezența curentului I, $\operatorname{tg}\beta=\frac{B_1+B}{B_0}$,
de unde $B=B_0(\operatorname{tg}\beta-\operatorname{tg}\alpha)=2{,}03\cdot10^{-5}$ T.

b) $B=\frac{\mu_0 I}{2r}$, de unde $I=\frac{2rB}{\mu_0}=3{,}23$ A.

1.169. Bobina se așează în poziția în care, $\operatorname{tg}\alpha=B/B_0$,
unde $B=\mu_0\frac{NI}{2r}$, iar $I=\frac{Q}{\tau}=\frac{CE}{\tau}$ și $t=n\tau$.

Astfel, $n=\frac{2rtB_0\operatorname{tg}\alpha}{\mu_0 NCE}=100$.

1.170. a) În figura 1.170 R sînt reprezentați vectorii inducție magnetică indusă de cei doi conductori.

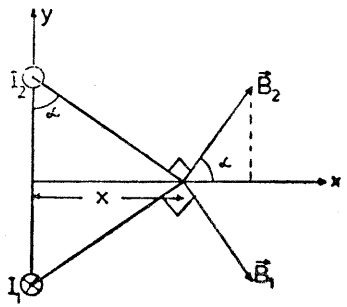


Fig. 1.170. R

Astfel, $B_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{a^2+a^2}}=B_2$

și $B=(B_1+B_2)\cos\alpha=$

$$=\frac{2\mu_0 I}{2\pi\sqrt{a^2+a^2}}\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2+a^2}}=\frac{\mu_0 Ia}{\pi(a^2+a^2)}.$$

Din condiția ca $\frac{dB}{dx}=0$ rezultă $x=0$, adică $B_{max}=\mu_0 I/\pi a$.

1.171. Conform figurii 1.171.R,

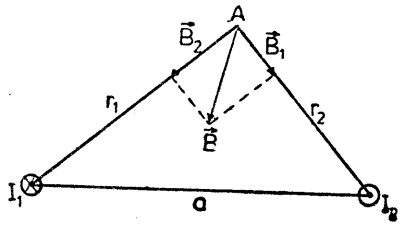


Fig. 1.171. R

$$B=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=\frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2}+\frac{I_2^2}{r_2^2}}=188\cdot10^{-7}\text{ T}$$

și $H=\frac{B}{\mu_0}=15$ A/m.

1.172. Pentru punctul O (fig. 1.172.R)

$$B_1=\mu_0\frac{I_1}{2\pi\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}l}=10^{-5}\text{T};\quad B_2=\mu_0\frac{I_2}{\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi l}=$$

$$=5\cdot10^{-6}\text{T};$$

$$B_3=\mu_0\frac{I_3}{\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi l}=5\cdot10^{-6}\text{T}.$$

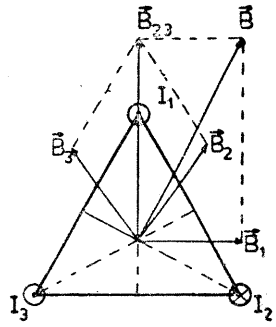


Fig. 1.172. R

Rezultanta vectorilor B_2 și B_3 este

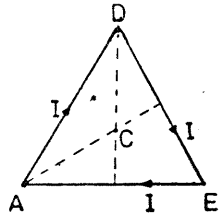
$$B_{23}=\sqrt{B_2^2+B_3^2+2B_2B_3\cos 60°},$$

adică $B_{23}=8{,}65\cdot10^{-6}$T.

$$B=\sqrt{B_1^2+B_{23}^2}=1{,}32\cdot10^{-5}\text{T}.$$

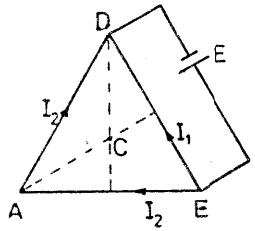
1.173. a) În punctul C inducția magnetică rezultantă este suma inducțiilor cîmpurilor determinate de cele trei laturi. Cei trei vectori au același sens, adică intră în planul hîrtiei, pentru sensul curentului considerat (fig. 1.173.a.R). Deci, $B_C=3\frac{\mu_0 I}{r}$, unde $r=\frac{a}{2}\operatorname{tg}30°=\frac{a}{2\sqrt{3}}$ și $B_C=6\sqrt{3}\cdot\frac{\mu_0 I}{a}$.

b) În acest caz (fig. 1.173.b.R) $I_1=2I_2$, deoarece rezistența conductorului EAD este dublă față de rezistența conductorului DE.



a

Fig. 1.173 a. R



b

Fig. 1.173 b. R

Astfel, $B_C = B_{AE} + B_{AD} - B_{DE} = 2\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = 0$.

1.174. Vezi figura 1.174.R.

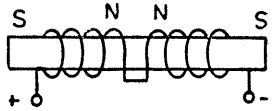


Fig. 1.174. R

1.175. Considerăm conductorul aşezat în ngul axei Ox ca în figura 1.175.R. Fie dx n element de lungime aflat la distanţa x de ijlocul O al conductorului AB.

Inducţia magnetică elementară creată e elementul de curent dx în punc- l P este, conform legii Biot-Savart,

$$dB = \frac{\mu I}{4\pi}\frac{dx \sin\beta}{l^2}.$$

În triunghiul MOP, $x = a \operatorname{tg}\alpha$, eci

$$dx = \frac{a}{\cos^2\alpha}d\alpha \text{ şi } r = \frac{a}{\cos\alpha}.$$

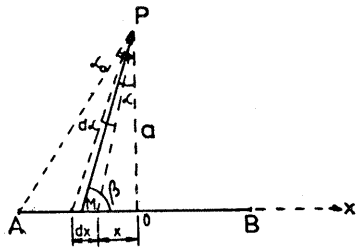


Fig. 1.175. R

ezultă că $dB = \frac{\mu I}{4\pi a}\sin\beta d\alpha = \frac{\mu I}{4\pi a}\cos\alpha d\alpha$.

ntegrînd expresia de mai sus între $-\alpha_0$ şi α_0 se obţine:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi a}\sin\alpha_0$$

ar $\sin\alpha_0 = \frac{l}{\sqrt{a^2+l^2}}$, încît rezultă:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi a}\frac{l}{\sqrt{a^2+l^2}}.$$

Se observă că dacă avem un conductor infinit lung, deci $l \to \infty$ se bţine·

$$B = \frac{\mu I}{2\pi a}.$$

1.176. Procedînd ca în problema 1.175 se obţine

$$B = \frac{\mu I}{4\pi a}(\sin\alpha + \sin\beta)$$

nde a reprezintă distanţa de la conductor la punctul P.

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2}} = 188\cdot10^{-7}\text{ T}$$

şi $H = \frac{B}{\mu_0} = 15$ A/m.

1.172. Pentru punctul O (fig. 1.172.R)

$$B_1 = \mu_0\frac{I_1}{2\pi\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}l} = 10^{-5}\text{T};\quad B_2 = \mu_0\frac{I_2}{\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi l} = 5\cdot10^{-6}\text{T};$$

$$B_3 = \mu_0\frac{I_3}{\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi l} = 5\cdot10^{-6}\text{T}.$$

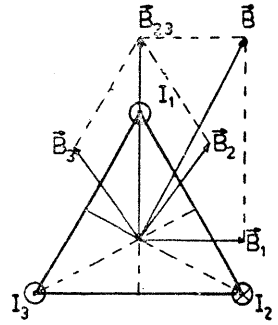


Fig. 1.172. R

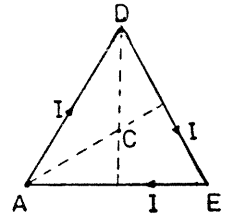
Rezultanta vectorilor B_2 şi B_3 este

$B_{23} = \sqrt{B_2^2 + B_3^2 + 2B_2B_3\cos 60°}$, adică $B_{23} = 8{,}65\cdot10^{-6}$T.

$B = \sqrt{B_1^2 + B_{23}^2} = 1{,}32\cdot10^{-5}$T.

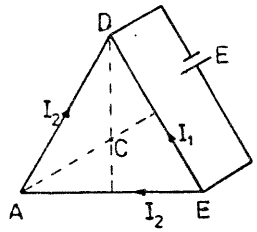
1.173. a) În punctul C inducţia magnetică rezultantă este suma inducţiilor cîmpurilor determinate de cele trei laturi. Cei trei vectori au acelaşi sens, adică intră în planul hîrtiei, pentru sensul curentului considerat (fig. 1.173.a.R). Deci, $B_C = 3\frac{\mu_0 I}{r}$, unde $r = \frac{a}{2}\operatorname{tg}30° = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ şi $B_C = 6\sqrt{3}\cdot\frac{\mu_0 I}{a}$.

b) În acest caz (fig. 1.173.b.R) $I_1 = 2I_2$, deoarece rezistenţa conductorului EAD este dublă faţă de rezistenţa conductorului DE.



a

Fig. 1.173 a. R



b

Fig. 1.173 b. R

Astfel, $B_C = B_{AE} + B_{AD} - B_{DE} = 2\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = 0$.

1.174. Vezi figura 1.174.R.

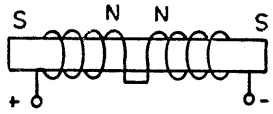


Fig. 1.174. R

1.175. Considerăm conductorul așezat în lungul axei Ox ca în figura 1.175.R. Fie dx un element de lungime aflat la distanța x de mijlocul O al conductorului AB.

Inducția magnetică elementară creată de elementul de curent dx în punctul P este, conform legii Biot-Savart,

$$dB = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{dx \sin\beta}{r^2}.$$

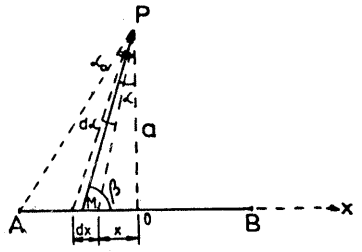


Fig. 1.175. R

În triunghiul MOP, $x = a \operatorname{tg}\alpha$, deci

$$dx = \frac{a}{\cos^2\alpha} d\alpha \text{ și } r = \frac{a}{\cos\alpha}.$$

Rezultă că $dB = \frac{\mu I}{4\pi a} \sin\beta d\alpha = \frac{\mu I}{4\pi a} \cos\alpha d\alpha$.

Integrînd expresia de mai sus între $-\alpha_0$ și α_0 se obține:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi a} \sin\alpha_0$$

Dar $\sin\alpha_0 = \frac{l}{\sqrt{a^2+l^2}}$, încît rezultă:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi a} \frac{l}{\sqrt{a^2+l^2}}.$$

Se observă că dacă avem un conductor infinit lung, deci $l \to \infty$ se obține:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi a}.$$

1.176. Procedînd ca în problema 1.175 se obține

$$B = \frac{\mu I}{4\pi a} (\sin\alpha + \sin\beta)$$

unde a reprezintă distanța de la conductor la punctul P.

1.177. Se consideră un element de lungime dl aflat la distanța r față de punctul P (fig. 1.177.R). Conform legii Biot-Savarat inducția elementară generată de acest element pareurs de curentul I în punctul P va fi

$$dB = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I dl \sin\beta}{r^2}.$$

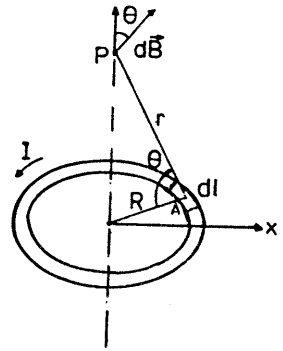


Fig. 1.177. R

Unghiul β este unghiul făcut de AP cu dl, deci $\beta = \pi/2$. Rezultă:

$$dB = \frac{\mu}{4\pi r^2} I dl.$$

Se observă că proiecțiile lui dB într-un plan perpendicular pe OP se anulează pentru elemente dl diametral opuse. Inducția magnetică rezultantă se găsește în lungul axei perpendiculare pe centrul spirei și este:

$$dB_z = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \cos 0 = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \frac{R}{r}.$$

Integrînd pe toată lungimea spirei și ținînd seama că

$$r = \sqrt{a^2+R^2} \text{ rezultă, } B_z = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(a^2+R^2)^{3/2}}.$$

În centrul spirei $a=0$ și deci $B = \mu_0 I/2R$.

1.178. a) Vom presupune că firul este bobinat spiră lîngă spiră uniform, încît numărul de spire este constant pe toată lungimea solenoidului, iar numărul de spire pe unitatea de lungime $n = \frac{N}{l}$.

Prin înfășurare curentul circulă helicoidal dar spirele fiind înfășurate una lîngă alta se poate asimila solenoidul cu un număr de spire parcurse de curent. Vom calcula inducția magnetică în punctul P de pe axa solenoidului. Vom considera mai întîi contribuția spirei străbătută de curent, cuprinsă între razele ce fac cu axa unghiurile 0 și $0+d0$. Lungimea acestui segment de solenoid este, așa cum se vede în figura 1.178.R., $rd\theta/\sin\theta$. Așadar, acest segment de solenoid este echivalent cu o spiră străbătută de un curent de intensitate:

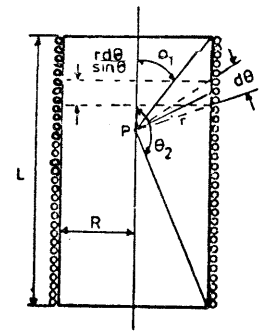


Fig. 1.178. R

$$i=\frac{In\,r\,d\theta}{\sin\theta}.$$

Deoarece $r=\frac{R}{\sin\theta}$, contribuția acestei spire la inducția magnetică pe axă este

$$dB=\frac{\mu_0 R^2}{2r^2}\,i=\frac{\mu_0 In}{2}\sin\theta\,d\theta.$$

Integrînd această relație între unghiurile θ_1 și θ_2 se obține:

$$B=\frac{\mu_0 In}{2}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)\quad(1).$$

b) În expresia (1) se înlocuiește $\theta_1=0$ și $\theta_2=\pi$, încît: $B=\mu_0 In=\mu_0 I\frac{N}{l}$.

1.179. Fluxul magnetic printr-un element de arie situat la distanța x de firul conductor și de grosime dx este $d\Phi=BdA=\mu_0\mu_r\frac{I}{2\pi x}h\,dx$. Fluxul ce străbate întreaga secțiune transversală este deci:

$$\Phi=\int_{r_1}^{r_2}d\Phi=\frac{\mu_0\mu_r Ih}{2}\ln\frac{r_2}{r_1}=1{,}8\cdot10^{-5}\text{ Wb}.$$

1.180. $mg=BIl$, de unde $I=\frac{mg}{Bl}=0{,}4\ A$.

1.181. Condiția de mișcare uniformă se scrie:

$$BId=\mu mg,\text{ de unde }B=\frac{\mu mg}{Id}=0{,}2\text{ T}.$$

1.182. a) Inducția magnetică este nulă în punctele în care inducția magnetică creată a curentului electric din conductor este egală și de sens contrar cu inducția B, adică

$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, de unde $r=\frac{\mu_0 I}{2\pi B}=5\cdot10^{-2}$ m.

Locul geometric este o dreaptă paralelă cu direcția conductorului aflată la distanța $r=5\cdot10^{-2}$m.

b) $F=BIl=5\cdot10^{-3}N$.

1.183. În figura 1.183.R este prezentată acțiunea cîmpului magnetic produs de un conductor asupra celuilalt conductor.

Inducțiile magnetice de aceeași mărime $B_1=B_2$ din punctele A și B creează forțe egale și de sens contrar care tind să alinieze conductorul parcurs de I_2 paralel cu celălalt conductor.

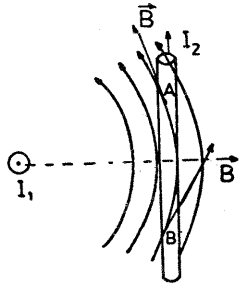


Fig. 1.183. R

1.177. Se consideră un element de lungime dl aflat la distanța r față de punctul P (fig. 1.177.R). Conform legii Biot-Savarat inducția elementară generată de acest element pareurs de curentul I în punctul P va fi

$$dB=\frac{\mu}{4\pi}\frac{Idl\sin\beta}{r^2}.$$

Unghiul β este unghiul făcut de AP cu dl, deci $\beta=\pi/2$. Rezultă:

$$dB=\frac{\mu}{4\pi r^2}Idl.$$

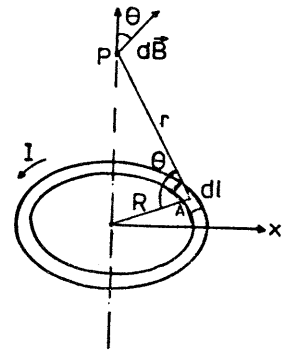


Fig. 1.177. R

Se observă că proiecțiile lui dB într-un plan perpendicular pe OP se anulează pentru elemente dl diametral opuse. Inducția magnetică rezultantă se găsește în lungul axei perpendiculare pe centrul spirei și este:

$$dB_z=\frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}\cos\theta=\frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}\frac{R}{r}.$$

Integrînd pe toată lungimea spirei și ținînd seama că

$r=\sqrt{a^2+R^2}$ rezultă, $B_z=\frac{\mu_0 R^2 I}{2(a^2+R^2)^{3/2}}$.

În centrul spirei $a=0$ și deci $B=\mu_0 I/2R$.

1.178. a) Vom presupune că firul este bobinat spiră lîngă spiră uniform, încît numărul de spire este constant pe toată lungimea solenoidului, iar numărul de spire pe unitatea de lungime $n=\frac{N}{l}$.

Prin înfășurare curentul circulă helicoidal dar spirele fiind înfășurate una lîngă alta se poate asimila solenoidului cu un număr de spire parcurse de curent. Vom calcula inducția magnetică în punctul P de pe axa solenoidului. Vom considera mai întîi contribuția spirei străbătută de curent, cuprinsă între razele ce fac cu axa unghiurile θ și $\theta+d\theta$. Lungimea acestui segment de solenoid este, așa cum se vede în figura 1.178.R., $rd\theta/\sin\theta$. Așadar, acest segment de solenoid este echivalent cu o spiră străbătută de un curent de intensitate:

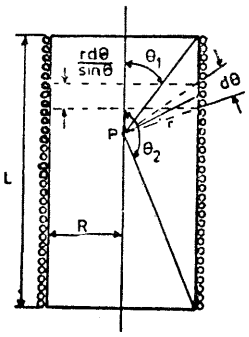


Fig. 1.178. R

$$i=\frac{Inrd\,\theta}{\sin\theta}.$$

Deoarece $r=\frac{R}{\sin\theta}$, contribuția acestei spire la inducția magnetică pe axă este

$$dB=\frac{\mu_0 R^2}{2r^2}\,i=\frac{\mu_0 In}{2}\sin\theta d\theta.$$

Integrînd această relație între unghiurile θ_1 și θ_2 se obține:

$$B=\frac{\mu_0 In}{2}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)\quad(1).$$

b) În expresia (1) se înlocuiește $\theta_1=0$ și $\theta_2=\pi$, încît: $B=\mu_0 In=\mu_0 I\frac{N}{l}$.

1.179. Fluxul magnetic printr-un element de arie situat la distanța x de firul conductor și de grosime dx este $d\Phi=BdA=\mu_0\mu_r\frac{I}{2\pi x}h\,dx$. Fluxul ce străbate întreaga secțiune transversală este deci:

$$\Phi=\int_{r_1}^{r_2}d\Phi=\frac{\mu_0\mu_r Ih}{2}\ln\frac{r_2}{r_1}=1{,}8\cdot10^{-5}\text{ Wb}.$$

1.180. $mg=BIl$, de unde $I=\frac{mg}{Bl}=0{,}4\ A$.

1.181. Condiția de mișcare uniformă se scrie:

$$BId=\mu mg,\text{ de unde }B=\frac{\mu mg}{Id}=0{,}2\text{ T}.$$

1.182. a) Inducția magnetică este nulă în punctele în care inducția magnetică creată a curentului electric din conductor este egală și de sens contrar cu inducția B, adică

$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, de unde $r=\frac{\mu_0 I}{2\pi B}=5\cdot10^{-2}$ m.

Locul geometric este o dreaptă paralelă cu direcția conductorului aflată la distanța $r=5\cdot10^{-2}$m.

b) $F=BIl=5\cdot10^{-3}N$.

1.183. În figura 1.183.R este prezentată acțiunea cîmpului magnetic produs de un conductor asupra celuilalt conductor.

Inducțiile magnetice de aceeași mărime $B_1=B_2$ din punctele A și B creează forțe egale și de sens contrar care tind să alinieze conductorul parcurs de I_2 paralel cu celălalt conductor.

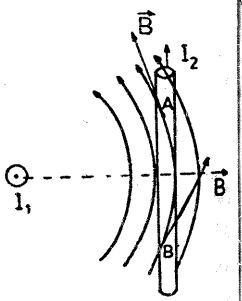


Fig. 1.183. R

După ce conductoarele devin paralele ele se vor atrage.

1.184. La închiderea întrerupătorului curentul care străbate resortul va da naștere unor forțe de atracție între spirele acestuia. În felul acesta resortul se comprimă, iar capătul său inferior va părăsi mercurul. Circuitul se întrerupe iar forța de atracție dintre spire dispare, ceea ce duce la destinderea resortului și deci la reapariția curentului. Resortul va executa o mișcare oscilatorie periodică.

1.185. În decursul trecerii impulsului electric acționează asupra barei forța electromagnetică.

$$F=BIl$$

care imprimă barei viteza v după timpul τ;

$$v=a\tau=\frac{F}{m}\tau=\frac{BIl}{m}\tau.$$

Din legea conservării energiei:

$$2\cdot\frac{kx^2}{2}=m\frac{v^2}{2}\text{ sau }kx^2=\frac{B^2I^2l^2}{2m}\tau^2\text{ de unde }x=\frac{BIl\tau}{\sqrt{2km}}.$$

1.186. a) Conform rezultatului problemei 1.170 inducția magnetică creată de curenții I_1 și I_3 în punctul în care se află I_3 este

$$B=\frac{\mu_0 Ia}{\pi(x^2+a^2)}\text{ și }F=BI_3l,$$

$$\text{iar }\frac{F}{l}=\frac{\mu_0 I^2a}{\pi(x^2+a^2)}=1{,}92\cdot10^{-4}\frac{N}{m}.$$

Forța este îndreptată în jos.

b) Forța are același modul, dar este îndreptată în sus.

1.187. Asupra fiecărei porțiuni de conductor acționează o forță electromagnetică (fig. 1.187.R). La momentul inițial forța electromagnetică acționează doar asupra laturii de jos. Rotația cadrului se datorește momentului forței față de punctul 0.

În poziția de echilibru,

$$Fa\cos\alpha_1-mg\,a\sin\alpha_1-2\,mg\,\frac{a}{2}\sin\alpha_1=0\quad(1),$$

sau $BI_1a^2\cos\alpha^1-2\,mg\,a\sin\alpha_1=0,\quad(2)$

unde a este latura pătratului.

Din (2) rezultă $\operatorname{tg}\alpha_1=\frac{BI_1a}{2\,mg}$ (3).

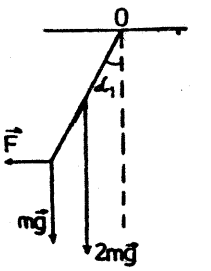


Fig. 1.187. R

Analog, $\operatorname{tg}\alpha_2=\frac{BI_2a}{2mg}$ (4).

Din (3) și (4), $I_2=I_1\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1}=3I_1=3$ A.

1.188. a) $F_{AB}=F_{CD}=BIb=0{,}16$ N.

$$F_{BC}=F_{AD}=BIa\sin\alpha=0{,}03\text{ N}.$$

Rotația în jurul axei Oy o produce momentul forței ce acționează perpendicular pe CD. Forțele ce acționează asupra laturilor BC și AD deformează cadrul.

$$\mathcal{M}=F_{CD}a=96\cdot10^{-4}\text{N}\cdot\text{m}.$$

b) F_{AB} și F_{CD} rămîn aceleași, iar

$$F_{BC}=F_{AD}=BIa\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=3\sqrt{3}\cdot10^{-2}\text{ N}.$$

$$\mathcal{M}=F_{CD}a=96\cdot10^{-4}\text{N}\cdot\text{m}.$$

c) Momentul rămîne același:

$$\mathcal{M}=\frac{a}{2}(F_{CD}+F_{AD})=F_{CD}a=96\cdot10^{-4}\text{ N}\cdot\text{m}.$$

1.189. Forța de interacție dintre conductori este

$$F=\mu_0\frac{I_1I_2l}{2\pi x};\quad \mathcal{L}=\int_d^{ed}\mu_0\frac{I_1I_2l}{2\pi x}\,dx=\frac{\mu_0}{2\pi}I_1I_2\,l\ln x\Big|_d^{ed}$$

Deci $\frac{\mathcal{L}}{l}=\frac{\mu_0}{2\pi}I_1I_2\simeq4\cdot10^{-7}\frac{\text{H}}{\text{m}}$.

1.190. Curentul I_1 creează într-un punct P (fig. 1.190.R) situat la distanța r de conductorul pe care îl străbate inducția B_1 de mărime (vezi problema 1.175)

$$B_1=\frac{\mu I_1}{4\pi r}[\cos\alpha_1+\cos\alpha_2]=\frac{\mu I_1}{4\pi r}\left[\frac{x}{\sqrt{l^2+x^2}}+\right.$$

$$\left.+\frac{l-x}{\sqrt{r^2+(l-x)^2}}\right].$$

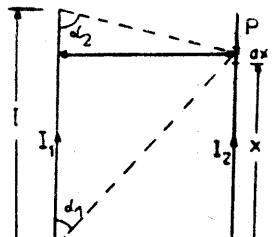


Fig. 1.190. R

Forța elementară dF_{12} cu care inducția B acționează asupra unui element dx al conductorului este $dF_{12}=BI_2\,dx$, iar forța totală de interacțiune se obține efectuînd integrarea pe toată lungimea conductorului parcurs de curentul I_2, deci:

$$F=\int_0^l dF_{12}=\frac{\mu I_1I_2}{4\pi r}\left[\int_0^l\frac{x\,dx}{\sqrt{r^2+x^2}}+\int_0^l\frac{l-x}{\sqrt{r^2+(l-x)^2}}\,dx\right]=\frac{\mu I_1I_2l}{2\pi a}\left[\sqrt{1+\frac{r^2}{l^2}}-\frac{r}{l}\right].$$

În cazul cînd conductoarele sînt infinit de lungi forța devine

$$F=\frac{\mu I_1I_2l}{2\pi r}.$$

1.191.

$$\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1=-BS=-B\frac{\pi d^2}{4},$$

$$Q=i\Delta t=\frac{e}{R}\Delta t=-\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\cdot\Delta t=\frac{1}{R}B\frac{\pi d^2}{4}=39{,}25\,\mu\text{C}.$$

1.192. În ambele cazuri echilibrul este realizat în momentul cînd forțele exercitate de cîmpul magnetic asupra curentului indus în inel sînt nule sau dacă nu există curent indus. Astfel, dacă planul inelului este paralel cu liniile de cîmp, curentul indus este zero, iar în cazul cînd planul inelului este strict perpendicular la liniile de cîmp momentul forțelor este nul.

În concordanță cu legea lui Lenz la creșterea inducției prima poziție va fi stabilă iar cea de-a doua instabilă. Cînd inducția cîmpului magnetic descrește prima poziție va fi instabilă și a doua stabilă.

1.193. a) Datorită rotației, electronii sînt aruncați spre marginea discului ceea ce conduce la apariția unei diferențe de potențial:

$$eU=\frac{m_ev^2}{2}\quad\text{cu}\quad v=\omega r=2\pi nr,$$

de unde $U=\frac{2\pi^2n^2r^2m_e}{e}=1{,}95\cdot10^{-9}$ V.

b) $U=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\pi nBr^2=-32{,}7\cdot10^{-3}$ V.

1.194. a) $e=-\frac{d\Phi}{dt}=-N\pi r^2\frac{dB}{dt}=-N\pi r^2(10^{-2}+6\cdot10^{-4}t^2)=$

$$=-25{,}12\cdot10^{-3}(1+6\cdot10^{-2}t^2)\quad(\text{V}).$$

b) $I=\frac{e}{R}=0{,}352\cdot10^{-3}$ A.

1.195. $\Phi=BS=\mu_0nIS$ și $e=-\frac{d\Phi}{dt}=\mu_0nS\frac{dI}{dt}=50{,}26\,\mu$V.

1.196. Legea de mișcare a barei se scrie

$$y=A\sin(\omega t+\varphi),\ \text{unde}\ \omega=\sqrt{k/m}=50\ \text{rad/s},$$

iar φ rezultă din condiția inițială ca la $t=0$, $y=A$, adică $\varphi=\frac{\pi}{2}$.

Viteza barei la momentul t va fi

$$v=\omega A\cos(\omega t+\varphi),$$

și diferența de potențial de la capetele barei:

$$U=-Blv=-Ba\omega A\cos(\omega t+\varphi)=-0{,}05\cos\left(50t+\frac{\pi}{2}\right)\ (\text{V}).$$

1.197. La momentul de timp cînd bara AB se află la distanța $x=vt$ de punctul O, aria triunghiului OAB este

$$S=\frac{AB\cdot x}{2}=x^2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=v^2t^2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}.$$

și $e=-\frac{d\Phi}{dt}=-B\frac{dS}{dt}=-2v^2Bt\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$,

iar $I=\frac{e}{R}=-\frac{2v^2Bt\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{r(AB+2OA)}$, cu $OA=\frac{x}{\cos\frac{\alpha}{2}}$.

Astfel, $I=-\frac{Bv\sin\frac{\alpha}{2}}{r\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)}=-0{,}2\ A.$

1.198. $I=\frac{e}{R}$ unde $e=Blv=Bv\,2a\sin\alpha$, unde am notat prin a raza semicercului, iar

$$R=R_0(2a\sin\alpha+2\alpha\ a).$$

Astfel, $I=\frac{Bv\sin\alpha}{R_0(\sin\alpha+\alpha)}=2\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha+\alpha}$ (A).

1.199. Tensiunea electromotoare indusă în contur este

$$e=\left|\frac{d\Phi}{dt}\right|=\frac{Br^2\omega}{2}\ (1),$$

iar intensitatea curentului indus va fi:

$$I=\frac{e}{R}=\frac{Br^2\omega}{2R}\ (2).$$

La o rotație completă a conturului în acesta se degajă căldura

$$Q=I^2RT=I^2R\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi B^2r^4\omega}{2R}\simeq5\cdot10^{-4}\ \text{J}.$$

1.200. a) Bara se deplasează pe cele două șine sub acțiunea a trei forțe: componenta tangențială a greutății proprii $-mg\sin\alpha$, forța electromagnetică datorată curentului generat în circuit de sursa E, forța electromagnetică obținută prin mișcarea conductorului l în cîmp magnetic. Utilizînd regula mîinii stîngi se observă că forța datorată prezenței lui E în circuit și componenta tangențială a greutății conductorului au același sens. Ele au valorile:

$$F_1=mg\sin\alpha\ \text{și}\ F_2=B\cos\alpha Il=B\frac{E}{R}l\cos\alpha.$$

Tensiunea indusă în circuit datorită mișcării conductorului are valoarea $e=Blv\cos\alpha$ și generează un curent $I=\frac{Blv\cos\alpha}{R}$ care dă naștere unei forțe electromagnetice opusă mișcării

$$-F_3=B\frac{Blv\cos\alpha}{R}\cdot l.$$

Viteza maximă se atinge cînd $F_1+F_2=F_3$

sau: $mg\sin\alpha+\frac{BlE\cos\alpha}{R}=\frac{B^2l^2v_m\cos\alpha}{R}$

de unde rezultă: $v_m=6{,}3$ m/s.

b) $E\cdot\frac{E-Blv\cos\alpha}{R}+(mg\sin\alpha)\cdot v=\frac{(E-Blv\cos\alpha)^2}{R}$.

1.201. La un moment t de timp conductorul are viteza v și deci tensiunea electromotoare indusă va fi $e=Blv$. Curentul care circulă prin conductor are valoarea $I=\frac{Blv}{R}$.

Datorită acțiunii cîmpului magnetic apare o forță electromagnetică ce se opune căderii conductorului:

$$F_{em}=\frac{B^2l^2v}{R}.$$

La momentul t se poate scrie legea a doua a dinamicii

$$ma=mg-F_{em}.$$

Deoarece viteza conductorului crește rezultă că accelerația sa scade pînă în momentul cînd $mg=F_{em}$.

Din acest moment conductorul va avea o mişcare uniformă cu viteza $v=\frac{mgR}{B^2l^2}=1$ m/s.

1.202. Datorită deplasării barei în cîmpul magnetic la capetele ei apare tensiunea $e=Blv$, unde v este viteza barei în momentul respectiv. Ca rezultat, prin circuit trece curentul de inducţie I, care încarcă condensatorul. După timpul Δt sarcina de pe armăturile condensatorului variază cu

$$\Delta q=I\Delta t=C\Delta U=CBl\Delta v, \text{ sau } I=CBl\frac{\Delta v}{\Delta t}=CBla,$$

unde a este acceleraţia barei.

Conform legii lui Newton, $ma=F-BIl=F-CB^2l^2a$,

de unde $a=\frac{F}{m+CB^2l^2}$.

După timpul τ sarcina de pe condensator este

$$q=I\tau=\frac{CBlF\tau}{m+CB^2l^2}=4\cdot10^{-6}\text{ C}.$$

1.203. Prin deplasarea conductorului se induce în circuit o tensiune electromotoare

$$e=-Blv$$

de sens opus cu tensiunea sursei exterioare. Conform legii lui Ohm:

$$I_1=\frac{E+e}{R+r} \text{ şi } I_2=\frac{E}{R+r},$$

de unde $I_1=\frac{E-Blv}{R+r}=4$ A şi $I_2=8$ A.

1.204. În punctele de cotă z, inducţia magnetică are expresia $B_2=B_0+kz$, iar în punctele de cotă $(z+a)$, expresia $B_1=B_0+k(z+a)$ (fig. 1.204.R).

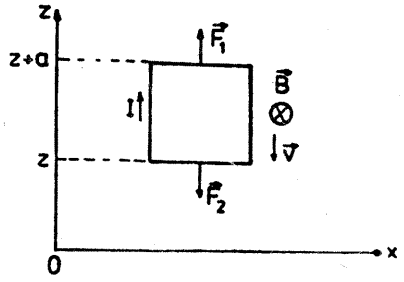


Fig. 1.204. R

Prin căderea laturii superioare se induce tensiunea electromotoare

$$e_1=B_1av=[B_0+k(z+a)]av$$

iar în latura inferioară tensiunea electromotoare

$$e_2=B_2av=(B_0+kz)av.$$

Legea lui Ohm pentru întregul cadru se scrie:

$$I=\frac{e_1-e_2}{R}=\frac{ka^2v}{R}.$$

Atunci $F_1=B_1Ia=[B_0+k(z+a)]\frac{ka^3v}{R}$

şi $F_2=B_2Ia=(B_0+kz)\frac{ka^3v}{R}$

Viteza limită se obţine pentru $F_1=F_2+mg$

adică $[B_0+k(z+a)]\frac{ka^3v}{R}=(B_0+kz)\frac{ka^3v}{R}+mg$,

de unde $v=\frac{mgR}{k^2a^4}$.

1.205. a) $e=-\frac{d\Phi}{dt}=-B\frac{dS}{dt}$,

unde $S=\frac{OA\cdot CA}{2}=\frac{OA^2\text{tg}\,\alpha}{2}=\frac{v^2t^2\,\text{tg}\,\alpha}{2}$ (fig. 1.205.R).

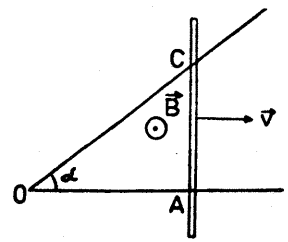


Fig. 1.205. R

Astfel, $e=-Bv^2t\,\text{tg}\,\alpha=-2t$ (V).

Dar, $I=\frac{e}{R}$,

unde $R=r(OA+AC+CO)=r\cdot OA\left(1+\text{tg}\,\alpha+\frac{1}{\cos\alpha}\right)=vtr\left(1+\text{tg}\,\alpha+\frac{1}{\cos\alpha}\right)$

şi $I=\frac{Bv}{r\left(1+\text{tg}\,\alpha+\frac{1}{\cos\alpha}\right)}=7{,}387$ A.

b) $e=-Blv=-\frac{\mu_0I_1}{2\pi vt}\cdot vt\,\text{tg}\,\alpha\cdot v=-\frac{\mu_0I_1v}{2\pi}\,\text{tg}\,\alpha=-8\cdot10^{-7}$ V.

1.206. a) Acceleraţia barei pe distanţa l_0 este

$$a=\frac{m_2}{m_1+m_2}g=6{,}66\text{ m/s}^2$$

şi viteza după parcurgerea spaţiului l_0, $v=\sqrt{2a\,l_0}=2$ m/s.

În regiunea cu cîmp magnetic, mişcarea fiind uniformă:

$$m_2g-B\frac{E}{R}d=B\frac{e}{R}d$$

unde $e=Bdv$ reprezintă tensiunea electromotoare indusă în bară.

Deci: $E=\left(m_2g+\frac{B^2d^2v}{R}\right)\cdot\frac{R}{Bd}$ (1); $E_1=19$ V.

b) $t=t_1+t_2=\frac{v}{a}+\frac{l_1}{v}=0{,}5$ s.

c) $P_{\text{mecanic}}=Q_{\text{joule}}-P_{\text{absorbită}}$; $I=\frac{E+Bdv}{R}$

$$m_2gv=\frac{(E+Bdv)^2}{R}-E\,\frac{E+Bdv}{R}.$$

1.207. a) Bara atinge viteza limită (mișcare staționară) atunci cînd tensiunea electromotoare indusă în ea compensează tensiunea sursei de curent continuu, deci

$$Blv=E \text{ sau } v=\frac{E}{Bl}.$$

b) În fiecare moment prin bară trece curentul

$$I=\frac{E-Blv}{R}.$$

Dar $F=BIl=ma$ sau

$$m\,\frac{dv}{dt}=\frac{E-Blv}{R}\,Bl \quad (1).$$

Știind că la $t=0$ avem $v=0$ prin integrarea relației (1) se obține:

$$v=\frac{E}{Bl}\left(1-e^{-\frac{B^2l^2t}{mR}}\right) \quad (2).$$

c) În acest caz ecuația de mișcare are forma:

$$m\,\frac{dv}{dt}=\frac{E-Blv}{R}\,Bl-F \quad (3).$$

Mișcarea barei devine uniformă dacă $\frac{dv}{dt}=0$ $(v=\text{ct})$.

Din (3) se obține $v=\frac{E}{Bl}-\frac{FR}{(Bl)^2}$.

1.208. Conform legii lui Faraday, tensiunea indusă în inel este

$$e=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-k\pi r^2.$$

Tensiunea de inducție este numeric egală cu lucrul realizat de cîmpul electric cînd o singură sarcină pozitivă efectuează o rotație, deci $e=2\pi rE$ unde E reprezintă intensitatea cîmpului electric.

Deci, $E=\frac{e}{2\pi r}$.

Mărimea intensității cîmpului electric este deci $E=kr/2$.

Acest cîmp electric este produs de cîmpul magnetic variabil în timp (și nu de sarcini electrice).

1.209. În figura 1.209.R se prezintă sensul inducției magnetice și cel al tensiunii induse pentru $k>0$. Datorită rezistențelor diferite pentru cele două jumătăți de inel este posibilă o separare a sarcinilor și deci apariția cîmpului electrostatic.

Tensiunea de inducție este (vezi problema 1.208), $e=k\pi r^2$.

Curentul prin inelul conductor este dat de legea lui Ohm

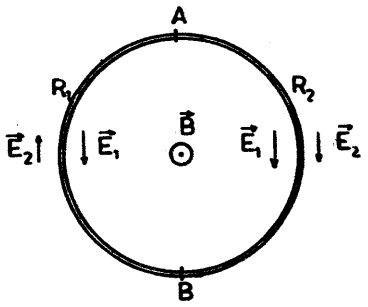


Fig. 1.209. R

$$I=\frac{e}{R_1+R_2}=\frac{k\pi r^2}{R_1+R_2}$$

Notăm cu V_A și V_B potențialele cîmpului electrostatic în punctele A și B.

Pe baza legii lui Ohm, pentru cele două jumătăți de cerc se poate scrie:

$$V_A-V_B+\frac{1}{2}\,e=IR_2 \quad \text{și} \quad V_B-V_A+\frac{1}{2}\,e=IR_1.$$

Înlocuind pe e în una din cele două relații se obține:

$$V_A-V_B=k\pi r^2\,\frac{R_2-R_1}{2(R_2+R_1)}.$$

Cîmpul electrostatic este deci:

$$E_1=\frac{V_A-V_B}{\pi r}=kr\,\frac{R_2-R_1}{2(R_2+R_1)}.$$

Sensul acestui cîmp este reprezentat în figura 1.209.R.

Se observă că în cazul cînd $R_1=R_2$ cîmpul electric se anulează.

Un cîmp electric poate fi creat de sarcini electrice (cîmp electrostatic) sau de un cîmp magnetic variabil.

Intensitatea cîmpului electric creat de cîmpul magnetic variabil este (vezi problema 1.208) $E_2=kr/2$.

1.210. a) Considerînd unghiul făcut de bară cu axa orizontală ce trece prin O și intersectează inelul ωt, rezultă că forța electromagnetică trebuie să egaleze componenta $mg\cos\omega t$ a greutății:

$$BIa=mg\cos\omega t,\quad \text{deci}\quad I=\left(\frac{mg}{Ba}\right)\cos\omega t.$$

b) Sursa de tensiune electromotoare trebuie să egaleze căderea de tensiune pe bara însumată cu cea din circuitul exterior. Căderea de tensiune pe bară este:

$$e_1=\int_0^a Bv\,\mathrm{d}r=\frac{1}{2}B\omega a^2,$$

Tensiunea pe circuitul exterior al barei este

$$e_2=RI=R\frac{mg}{Ba}\cos\omega t.$$

Deci $E=\frac{1}{2}B\omega a^2+R\frac{mg}{Ba}\cos\omega t.$

1.211. Forțele ce acționează asupra laturilor BC și AD nu efectuează lucru mecanic ele fiind orientate în lungul axei OO'. Forțele ce acționează pe AB și CD sînt constante, formează un unghi drept cu direcția cîmpului și cu valoarea $F=BIa$. Lucrul mecanic efectuat de una din cele două forțe este $W_0=BIab$ unde b este deplasarea laturii AB sau CD pe direcția forței.

Rezultă că lucrul total va fi: $W=2W_0=2BIab$.

1.212. În conductorul BC apare o tensiune de inducție care nu este constantă, dată de

$$e=\frac{\mathrm{d}(BS)}{\mathrm{d}t}\quad\text{unde}\quad B=B_0+kt\quad\text{și}\quad S=S_0+lvt.$$

Rezultă deci $e=k(S_0+lvt)+vl(B_0+kt)$

și $I=\frac{kS_0+2klvt+vlB_0}{R}$.

1.213.

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

B fiind inducția într-un punct situat la distanța r. Printr-un element de lățime $\mathrm{d}r$ situat la distanța r de conductor fluxul va fi:

$$\mathrm{d}\Phi=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}a\,\mathrm{d}r$$

și fluxul prin cadru: $\Phi=\int_x^{x+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}a\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Ia}{2}\ln\frac{x+b}{x}$,

Conform legii lui Faraday: $e=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 Iabv}{2\pi x(x+b)}$

și deci $I=\frac{\mu_0 Iabv}{2\pi x(x+b)R}$.

b) Sensul se determină cu regula mîinii drepte.

1.214. În timpul mișcării conductorului, fluxul magnetic variabil care străbate suprafața delimitată de circuit duce la apariția unei tensiuni electromotoare: $e=-Blv$.

Asupra conductorului se exercită forța electromagnetică opusă vitezei, de forma: $F=BIl=-B^2l^2v/R$.

Această forță duce la încetinirea mișcării cu accelerația dată de legea a doua a dinamicii $ma=F=-\frac{B^2l^2v}{R}$.

Dar $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ și $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$

deci $m\cdot\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{B^2l^2}{R}\cdot\frac{\Delta x}{\Delta t}$, sau $m\Delta v=-\frac{B^2l^2}{R}\Delta x$

unde $\Delta v=v_f-v_0=-v_0$ și $\Delta x=x$.

Rezultă $x=\frac{mRv_0}{B^2d^2}$.

1.215. $e=\frac{d\Phi}{dt}=\frac{S\,\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$ și $q=CE=CS\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=10^{-7}$ C.

1.216. Inițial, tensiunea electromotoare indusă în contur, este

$$E_1=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-S\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=-a_0a^2.$$

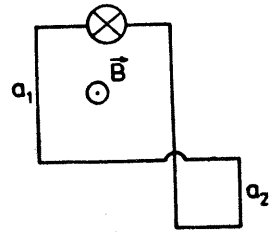


Fig. 1.216 a. R

Dacă se construiesc două pătrate ca în figura 1.216.a.R tensiunile electromotoare induse în cele două pătrate sînt de sens contrar:

$$E_2=E_{21}-E_{22}=-a_0a_1^2+a_0a_2^2,$$

unde $a_1+a_2=a$ și $k=\frac{a_1}{a_2}$, adică $a_1=\frac{k}{1+k}a$

și $a_2=\frac{a}{1+k}$. Atunci, $E_2=-a_0a^2\frac{1-k^2}{(1+k)^2}$, astfel, că: $\frac{E_2}{E_1}=\frac{1-k^2}{(1+k)^2}$.

În cazul legării din figura 1.216.b.R, tensiunile electromotoare sînt de același sens și

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{1+k^2}{(1+k)^2}=\frac{I_2}{I_1}.$$

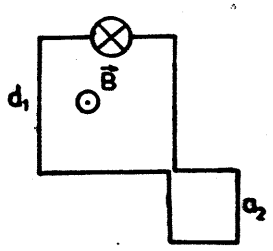


Fig. 1.216 b. R

1.217. Fluxul magnetic prin suprafața închisă de semicercul de rază r este $\Phi=BS\cos\alpha=\frac{B}{2}\pi r^2\cos\omega t$,

iar tensiunea electromotoare de inducție va fi

$$e=-\frac{d\Phi}{dt}=\frac{1}{2}B\omega\pi r^2\sin\omega t=e_{max}\sin\omega t,$$

unde $e_{max}=\frac{1}{2}B\omega\pi r^2$.

Pentru curent, $i_{max}=\frac{e_{max}}{R}=\frac{B\omega\pi r^2}{2R}$.

1.218. Diferența de potențial între capetele barei este tensiunea electromotoare care apare în bara ce se deplasează în cîmp magnetic. Dar: $e=Blv$ unde

$$v=at=\frac{mg-\mu Mg}{m+M}\cdot t.$$

Deci $e=\frac{Blg\cdot(m-\mu M)}{m+M}\cdot t$.

1.219. Tija începe să se deplaseze pe bare în momentul în care forța electromagnetică egalează forța de frecare, adică $IlB=\mu mg$, unde curentul I ce trece prin circuit este

$$I=\frac{e}{R}=\frac{Blv}{R}=\frac{Atlh}{RT}=\frac{Alh}{R}$$

Deci, $\frac{Al^2h}{R}At=\mu mg$, de unde $t=\frac{\mu mgR}{hl^2A^2}=0{,}05$ s.

1.220. a) În conductor apare o tensiune electromotoare cu valoarea: $e=Blv$. Această tensiune duce la apariția unei sarcini Q pe plăcile condensatorului, unde

$$Q=eC=BlvC.$$

În circuit va apare un curent dat de relația

$$I=\frac{dQ}{dt}=BlC\frac{dv}{dt}=BlCa.$$

Curentul I produce o forță electromagnetică $F_{em}=BIl$ care se opune mișcării conductorului. Forța F împreună cu forța electromagnetică determină accelerația conductorului. Din legea a doua a dinamicii: $ma=F-F_{em}$.

Înlocuind expresia lui F_{em} se obține:

$$a=\frac{F}{m+B^2l^2C}=1\ \text{m/s}^2.$$

b) Energia mecanică se transformă în energie cinetică a conductorului și energie electrostatică înmagazinată în condensator.

$$\frac{Fv}{2}=\frac{mv^2}{2}+\frac{Q^2}{2C}.$$

1.221. Asupra barei acționează forța electromagnetică $F=BIl$, orientată vertical în sus, unde

$$I=\frac{dq}{dt}=C\frac{de}{dt}\ \text{și}\ e=-Blv\sin\alpha.$$

Deci $I=CBl\frac{de}{dt}\sin\alpha=CBla\sin\alpha$

și $$F=CB^2l^2a\sin\alpha.$$

Legea de mișcare a barei se scrie: $mg\sin\alpha-F\sin\alpha=ma$

de unde $a=\frac{mg\sin\alpha}{m+B^2C^2\sin^2\alpha}=4{,}99\ \text{m/s}^2$.

1.222. a) Tensiunea indusă prin deplasarea conductorului este $e=Blv=0{,}6$ V.

Curentul în conductorul care se deplasează este

$$I=\frac{e}{R+r}=\frac{e}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+r}=0{,}2\ \text{A}.$$

Curenții în rezistoarele R_1 și R_2 sînt:

$$I_1=\frac{e-rI}{R_1}=0{,}13\ \text{A}\ \text{și}\ I_2=\frac{e-rI}{R_2}=0{,}07\ \text{A}.$$

b) Puterea mecanică necesară deplasării barei este

$$P=Fv=BIlv=0{,}12\ \text{W}.$$

1.223. În circuitul $ABCD$ tensiunea electromotoare indusă are expresia:

$$e_1=-\frac{d\Phi_1}{dt}=-\frac{d}{dt}(Ata^2)=-Aa^2$$

iar în circuitul $CDFE$, $e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(At\frac{a^2}{2}\right) = -\frac{Aa^2}{2}$.

În figura 1.223.R este reprezentat circuitul echivalent.

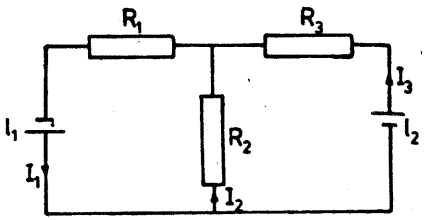


Fig. 1.223.R

Scriind legile lui Kirchhoff:

$$I_1 = I_2 + I_3, \quad e_1 = I_1R_1 + I_2R_2,$$
$$e_2 = I_3R_3 - I_2R_2,$$

unde $R_1 = 3aR_0$; $R_2 = aR_0$ și $R_3 = 2aR_0$,

rezultă $I_1 = \frac{7}{22}\cdot\frac{Aa}{R_0}$, $I_2 = \frac{Aa}{22R_0}$ și $I_3 = \frac{3aA}{11R_0}$.

1.224. a) Considerăm într-o anumită poziție a conductorului AB, la distanța r $(a<r<b)$ de conductorul prin care circulă curentul I_0, o suprafață elementară, de formă dreptunghiulară cu o latură $l = vt$ și cealaltă dr.

Fluxul de inducție magnetică prin această suprafață va fi $d\Phi = BdS = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\cdot vt\cdot dr$.

Fluxul de inducție magnetică prin suprafața închisă de conturul $ABCD$ la momentul de timp t va fi egal cu:

$$\Phi = \int_a^b \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\, vt\, dr = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\cdot vt \ln\frac{b}{a}.$$

Tensiunea electromotoare indusă în conturul $ABCD$ va fi:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi}\ln\frac{b}{a},$$

iar intensitatea curentului,

$$I = \frac{e}{R} = -\frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi R}\ln\frac{b}{a}.$$

b) Considerăm la distanța $r(a<r<b)$ de curentul I_0 un element dr din conductorul AB. Forța electromagnetică elementară ce acționează asupra conductorului de lungime dr este

$$dF = BIdr = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\cdot\frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi R}\ln\frac{b}{a}dr$$

iar forța F ce va acționa asupra conductorului AB va fi:

$$F = \int_a^b dF = \left(\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\right)^2\frac{v}{R}.$$

c) $P = Fv = \left(\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\right)^2\frac{v^2}{R} = \left(\frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi R}\ln\frac{b}{a}\right)^2 R = I^2R.$

1.225. a) $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = 4\cdot10^{-7}\frac{I}{r}$ (T).

b) Considerăm la distanța r $(b\leqslant r\leqslant a+b)$ de conductorul AB un dreptunghi de lățime dr și lungime a, având latura de lungime a paralelă cu conductorul AB. Fluxul magnetic prin acest dreptunghi va fi

$$d\Phi = BdS = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, a\, dr.$$

Fluxul magnetic total prin cadru este dat de

$$\Phi = \int_b^{a+b} d\Phi = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi}\int_b^{a+b}\frac{dr}{r} = \frac{\mu Ia}{2\pi}\ln\frac{a+b}{b}.$$

Astfel, $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 a}{2\pi}\frac{dI}{dt}\cdot\ln\frac{a+b}{b} = 8{,}18\cdot10^{-8}$ V.

1.226. a) Pe baza legii conservării energiei se poate spune că energia cinetică a corpului (corespunzînd momentului cînd bara atinge poziția OO') este egală cu suma dintre energia W degajată prin efect Joule-Lentz în conductoarele OM și OM' și lucrul mecanic efectuat contra forțelor elastice opuse de resort pe distanța $OM = a$. Deci:

$$W = \frac{mv_1^2}{2} - \mathcal{L} = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{ka^2}{2} = 40{,}5 \text{ J}.$$

b) Forța totală (electromagnetică plus elastică) ce determină încetinirea barei pe porțiunea OM se calculează pe baza legii a doua a dinamicii:

$$F_t = ma_t = -m\left(\frac{\pi}{2t'}\right)^2 AO\sin\frac{\pi t}{2t'} = -m\left(\frac{\pi}{2t'}\right)^2\cdot MO.$$

Rezultă că forța totală este de forma unei forțe elastice de constantă: $k_{echiv} = m(\pi/2t')^2$.

Putem considera că mișcarea corpului se efectuează în prezența unui resort cu constanta k_{echiv}, dar în absența cîmpului magnetic. Pe baza legii de conservare a energiei avem:

$$\frac{mv_1^2}{2}=\frac{k_{echiv}a^2}{2}=m\left(\frac{\pi}{2t'}\right)^2\frac{a^2}{2} \text{ de unde rezultă: } t'=\frac{\pi a}{2v_1}=0{,}25 \text{ s.}$$

c) Forța electromagnetică F_{em} este egală cu diferența dintre forța totală F_t și forța elastică:

$$F_{em}=-(k_{echiv}-k)AO$$

Se observă imediat că $(F_{em})_{max}=-(k_{echiv}-k)a$.

Lucrul mecanic efectuat de această forță în mișcarea barei între OO' și MM' (egal cu energia disipată prin efect Joule-Lentz) este:

$$L=F_{medie}\cdot a=\frac{|F_{max}|}{2}\cdot a=W.$$

Rezultă: $F_{max}=\frac{2W}{a}$.

Dar $F_{max}=BlI_{max}$, deci: $I_{max}=I_{AA'}=\frac{2W}{Bla}=50{,}8$ A.

d) Forța electromagnetică ce acționează asupra barei situată în poziția NN' este:

$$F_{em}=BI_Nl=Bl\frac{eN}{2R_{AN}}=\frac{B^2l^2}{2}\frac{v_N}{R_{AN}}=(k_{echiv}-k)ON.$$

Dar: $ON=a\sin\frac{\pi}{2t'}t$, deci:

$$v_N=a\frac{\pi}{2t'}\cos\frac{\pi}{2t'}t=\frac{\pi}{2t'}\sqrt{a^2-ON^2}.$$

Rezultă: $R_{AN}=\frac{B^2l^2}{2(k_{echiv}-k)}\cdot\sqrt{\frac{a^2}{ON^2}-1}\cong\left(10^{-3}\sqrt{\frac{a^2}{OM^2}-1}\right)$.

e) La revenire forța electromagnetică (echivalentă cu o forță elastică fictivă, de constantă $(k_{echiv}-k)$) are sensul opus forței elastice adevărate încît resortul fictiv total va avea constanta:

$$k-(k_{echiv}-k)=2k-k_{echiv}.$$

Din legea conservării energiei

$$\frac{mv_2^2}{2}=\frac{(2k-k_{echiv})}{2}a^2$$

de unde $v_2=\sqrt{\frac{2k-k_{echiv}}{m}}a\cong\sqrt{50}=7{,}07$ m/s.

Cantitatea de căldură eliberată prin efect Joule-Lentz este

$$Q=\frac{W}{2}(v_1^2-v_2^2)=79{,}5 \text{ J.}$$

f) Pentru ca bara să revină spre OO' este necesar ca forța elastică să fie mai mare decît cea electromagnetică

$$k\geqslant\frac{k_{echiv}}{2}=\frac{m}{2}\left(\frac{\pi}{2t'}\right)^2.$$

1.227. $e=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=IR$, de unde $q=I\Delta t=\frac{\Delta\Phi}{R}$

și $\Delta\Phi=L\cdot\Delta I=\mu_0\frac{N_1NS}{l}\Delta I$.

Deci, $q=\mu_0\frac{N_1NS}{Rl}\Delta I=10^{-5}$ C.

1.228. $e=-\frac{N\Delta\Phi}{\Delta t}=-128$ V, $N\Delta\Phi=L\Delta I=\frac{F\mu N^2S}{l}\cdot\Delta I$,

de unde $l=\frac{\mu N\pi r^2\cdot\Delta I}{\Delta\Phi}=0{,}416$ m.

1.229. a) Din $R=\frac{\rho l}{S}$ rezultă diametrul conductorului

$$d=\sqrt{\frac{4\rho l}{\pi R}}=1{,}25\cdot10^{-4} \text{ m.}$$

Scriind că $l_1=Nd$ rezultă $N=\frac{l_1}{d}=4\cdot10^3$ spire.

b) $B=\frac{\mu_0NI}{l_1}=\frac{\mu_0I}{d}=0{,}1\cdot10^{-2}$ T.

c) $L=\mu_0\frac{N^2S}{l_1}=\mu_0\frac{\pi r^2N^2}{l_1}$ și $l=2N\pi r$,

astfel că $L=\frac{\mu_0l^2}{4\pi l_1}=0{,}312$ H.

1.230. Fluxul generat de cele N spire ale solenoidului va fi:

$$\Phi=\frac{\mu_0N^2AI}{l}$$

unde l este lungimea solenoidului, A — aria unei spire, iar I este intensitatea curentului ce străbate înfășurarea.

Pentru a păstra curentul constant este necesar ca la capetele înfășurării să se aplice o diferență de potențial egală și de sens contrar cu tensiunea autoindusă

$$e=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Dar: $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=I\frac{\Delta L}{\Delta t}=\mu_0 N^2 A\frac{1}{\Delta t}\left[\frac{1}{l_0+vt}-\frac{1}{l_0+v(t+\Delta t)}\right]$.

Pentru $\Delta t\to 0$ se obține $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{\mu_0 IN^2 Av}{(l_0+vt)^2}$.

Observație. Același rezultat se obține dacă se consideră $e=-\frac{d\Phi}{dt}$.

Considerînd că lungimea solenoidului s-a dublat după timpul t_1 rezultă $l_0+vt_1=2l_0$, deci $t_1=l_0/v$
și schimbarea diferenței de potențial va fi

$$U=\frac{d\Phi}{dt}=I\frac{\mu_0 N^2\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)v}{4l_0^2}=4\cdot 10^{-3}\text{ V}.$$

1.231. În cele două cazuri tensiunea de autoinducție este:

$$e_1=-L_1\frac{\Delta I}{\Delta t_1}\text{ și }e_2=-L_2\frac{\Delta I}{t_2}$$

sau $$|e_1\Delta t_1|=L_1\Delta I;\ |e_2\Delta t_2|=L_2\Delta I.$$

Dar se poate scrie: $e_1\Delta t_1=q_1R_1$ și $e_2\Delta t_2=q_2R_2$,

unde q_1 și q_2 sînt cantitățile de electricitate ce trec prin galvanometru în cele două cazuri.

Sarcina electrică ce trece prin galvanometru este: $q=nq_0$ unde n este numărul de diviziuni indicate, iar q_0, sarcina corespunzătoare unei diviziuni. Deci:

$$\frac{L_2}{L_1}=\frac{n_2R_2}{n_1R_1}=2{,}1.$$

1.232. În urma variației fluxului magnetic în bobină apare o tensiune indusă

$$e_{ind}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

În urma variației curentului din bobină apare o tensiune de autoinducție opusă celei induse:

$$e_a=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Deci $e_{ind}-e_a=IR$ sau $\frac{-\Delta\Phi+L\Delta I}{R}=I\Delta t=\Delta q$.

1.233. Diferența de potențial între punctele A și B se scrie pentru fiecare ramură astfel:

$$U_{AB}=L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t}+I_1R,\ U_{AB}=L_2\frac{\Delta I_2}{\Delta t}+I_2R.$$

Deci: $R=\frac{L_2\frac{\Delta I_2}{\Delta t}-L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t}}{I_1-I_2}=0.$

1.234. După închiderea întrerupătorului K_2 tensiunea pe cele două bobine este aceeași. Neglijînd rezistența ohmică a bobinelor, egalitatea tensiunilor se scrie:

$$L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t}=L_2\frac{\Delta I_2}{\Delta t}\ (1),\text{ sau }L_1I_1-L_2I_2=\text{constant}.$$

Dar, în momentul conectării întrerupătorului K_2 curentul prin L_1 fiind I_0, conform teoremei de conservare a fluxului magnetic, $L_1I_1-L_2I_2=L_1I_0$ (2).

În plus, $I_1+I_2=\frac{E}{r}$(3).

Din (2) și (3),

$$I_1=\frac{(rL_1I_0-L_2E)}{r}(L_1+L_2)\text{ și }I_2=\frac{(EL_1-rL_1I_0)}{r}(L_1+L_2).$$

1.235. Inducția magnetică a solenoidului va fi: $B=\mu_0 N_1 I/l$.

Momentul care se exercită asupra bobinei aflată în cîmpul magnetic cu inducția B este dat de relația: $M=N_2ISB\sin\alpha$ unde α este unghiul făcut de vectorul inducție cu normala la suprafața spirelor bobinei.

Deci $M=\mu_0 N_1N_2I^2S/l$.

Balanța este în echilibru dacă momentele față de O sînt egale, deci:

$$\mu_0\frac{N_1N_2I^2S}{l}=mgL\text{ și }I=\sqrt{\frac{mgLl}{\mu_0N_1N_2S}}=54{,}6\cdot 10^{-3}\text{A}.$$

1.236. Momentul mecanic care acționează asupra unei spire parcurse de curent aflată într-un cîmp magnetic este: $M=mB\sin\alpha$ unde $m=IS$ este momentul magnetic al spirei parcursă de curent.

Momentul mecanic maxim se obține pentru $\alpha=\pi/2$, deci: $B=M_{max}/\pi r^2I=1{,}04\cdot 10^{-4}$ T.

1.237. a) Capacitatea condensatorului va fi

$$C=\varepsilon_0\frac{\pi r_0^2}{d}.$$

Pentru circuitul format se poate scrie

$$R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0$$

de unde rezultă: $q=q_0\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$.

b) $i=-\frac{dq}{dt}=\frac{q_0}{RC}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$; $B=\frac{\mu_0 i}{2\pi r}=\frac{\mu_0 q_0}{2\pi rRC}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$.

Mişcarea particulelor încărcate electric în cîmpuri electrice şi magnetice

1.238. a) $\Phi=BS=B\pi r^2$.

Din condiţia de mişcare pe cerc $mv^2/r=evB$ rezultă $B=mv/er$ iar $\Phi=\pi mvr/e=2{,}14\cdot10^{-7}$ T.

b) $I=e/T$, unde $T=2\pi r/v$ şi

$$I=ev/2\pi=2{,}1\cdot10^{-12}\text{ A}.$$

1.239. $v\leqslant eBl/m$.

1.240. Curentul echivalent cu electronul în mişcare este $I=ev/2\pi r$ unde viteza electronului este $v=eBr/m$. Rezultă $I=e^2B/2\pi m$.

1.241. Căzînd pe ţinta legată la pămînt fiecare proton transmite acesteia energia sa cinetică. În unitatea de timp cad $N=I/e$ protoni. Căldura primită de ţintă în unitatea de timp va fi

$$P=\frac{Q}{t}=N\frac{mv^2}{2}=\frac{I}{e}\cdot\frac{mv^2}{2}.$$

Viteza protonilor se poate calcula din relaţia:

$$mv^2/r=evB,\text{ sau }v=eBr/m.$$

Atunci: $P=\frac{B^2Ir^2}{2}\cdot\frac{e}{m}=2$ W.

1.242. Condiţia de mişcare pe cerc se scrie

$$mv^2/R=evB\ (1),$$

iar conservarea energiei în cîmp electric se scrie:

$$mv^2/2=eU\ (2).$$

Din (1) şi (2) rezultă: $\frac{e}{m}=\frac{2U}{B^2R^2}=1{,}76\cdot10^{11}$ C/kg.

1.243. În cîmpul electric al tunului electronul capătă energia cinetică $mv^2/2=eU$.

În cîmpul magnetic forţa Lorentz imprimă electronului acceleraţia $a=\frac{eBv\sin\alpha}{m}=B\sin\alpha\sqrt{2U\left(\frac{e}{m}\right)^3}=1{,}5\cdot10^{18}$ m/s^2.

1.244. Din relaţia $\frac{m(v\sin\alpha)^2}{R}=ev\sin\alpha\cdot B$ rezultă:

$v\sin\alpha=eBR/m\ (1)$,

dar $2\pi R=v\sin\alpha\cdot T$ deci $v=2\pi R/T\sin\alpha=6\cdot10^3$ ms^{-1}.

Introducînd viteza în (1) rezultă $B=6\cdot10^{-7}$ T.

Pasul spiralei este $h=v\cos\alpha\cdot T=0{,}18$ m.

1.245. În domeniul cu cîmp magnetic mişcarea particulei are loc pe un cerc, deci este îndeplinită condiţia $mv^2/R=qvB$, unde R este raza cercului, iar qvB forţa Lorentz. Din figura 1.245 se observă că:

$$R=\frac{h}{\sin\varphi},\text{ astfel că }v=\frac{q}{m}\frac{Bh}{\sin\varphi}=10^6\text{ m/s}.$$

1.246. În figura 1.246.R este prezentată traiectoria fasciculului de electroni în cîmpul magnetic.

Se vede că în cîmp magnetic electronul efectuează o mişcare circulară, centrul cercului fiind în punctul O aflat pe dreapta perpendiculară pe $\vec{v}_0$ la intrarea în cîmp. Se vede că:

$$(R-d)^2=R^2-l^2,\text{ unde }R=mv/eB,$$

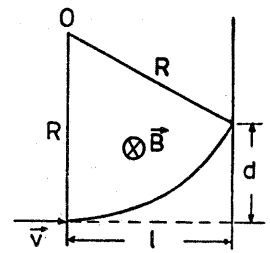


Fig. 1.246. R

iar $v=\sqrt{2eU/m}=3{,}5\cdot10^7$ m/s, deci: $R=0{,}199$ m.

Rezultă: $d=0{,}027$ m.

1.247. Inducţia în solenoid este: $B=\mu_0 NI/l$

unde I este curentul ce străbate spirele solenoidului.

Pasul elicei urmată de electron este $s=2\pi mv\cos\theta/Bl$ şi este maxim atunci cînd I este minim.

Egalînd pasul cu lungimea solenoidului se obține:

$$I=\frac{2\pi\cos\theta}{\mu_0 N}\left(\frac{2U}{e/m}\right)^{1/2}=0{,}375\text{ A}.$$

1.248. Electronul efectuează o mișcare elicoidală adică o mișcare circulară în planul perpendicular pe direcția lui B cu viteza $v_1=v\sin\alpha$ și o mișcare uniformă de-a lungul lui B cu viteza $v_2=v\cos\alpha$.

Condiția de mișcare pe cerc se scrie: $mv^2\sin^2\alpha/R=eBv\sin\alpha$, de unde raza mișcării R și perioada de rotație T se scriu:

$$R=mv\sin\alpha/eB \text{ și } T=2\pi R/v\sin\alpha=2\pi m/eB.$$

Timpul de parcurgere al distanței $L=$AC este $\tau=L/v\cos\alpha$.

Pentru ca electronul să treacă prin punctul C trebuie ca: $\tau=nT$, unde n este un număr întreg.

Atunci, $L/v\cos\alpha=n\,2\pi m/eB$ de unde

$$B=\frac{2\pi mv\cos\alpha}{eL}\cdot n.$$

1.249. Pentru ca fasciculul de electroni să fie focalizat într-un punct situat la distanța l este necesar ca pasul elicei urmate de electroni să fie egal cu l. Conform problemei 1.248 inducția este dată de relația

$$B=2\pi mv\cos\alpha/el$$

unde α este unghiul făcut de direcția fasciculului cu cea a lui B. Acest unghi fiind foarte mic rezultă că

$$B=2\pi mv/el=2\pi\sqrt{2mU/el^2}.$$

1.250. Condiția de mișcare pe cerc în cîmp magnetic se scrie:

$$qvB=\frac{mv^2}{r}\quad(1),$$

iar viteza ionilor rezultă din conservarea energiei: $\frac{1}{2}mv^2=qU$ (2).

Din (1) și (2), pentru cele două tipuri de ioni rezultă:

$$r_1=\frac{m_1v_1}{Bq}=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um_1}{q}}\quad(3)$$

$$\text{și } r_2=\frac{m_2v_2}{Bq}=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um_2}{q}}\quad(4),$$

de unde $\Delta r=r_2-r_1=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U}{q}}(\sqrt{m_2}-\sqrt{m_1})=3\cdot10^{-3}$ m.

1.251. Din selector ies doar ionii nedeviați de cîmpurile electric și magnetic, pentru care $qE=qvB$, de unde $v=E/B$.

În cîmpul de inducție B', $qvB'=mv^2/r$ de unde $r=mv/qB'=mE/qBB'$.

Dar, $l=2r=2mE/qBB'$, de unde masa unui ion este dată de $m=qlBB'/2E$, iar masa atomică $A=mN_A=qlBB'N_A/2E$.

În cazul numeric considerat, $A_1=4(^4\text{He})$ și $A_2=3(^3\text{He})$, deci ionii sînt izotopi ai heliului.

1.252. $m_2=\left(\frac{R_2^2}{R_1}\right)m_1=27$ u.a.m.

1.253. În cîmpul magnetic de inducție B particulele descriu cercuri cu razele

$R_1=mv_1/qB$ și $R_2=mv_2/qB$ (1)

(fig. 1.253.R). Vitezele unghiulare ale particulelor sînt egale:

$\omega=v_1/R_1=v_2/R_2=qB/m$ (2).

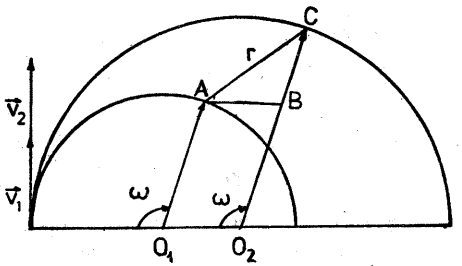


Fig. 1.253. R

Notăm cu A punctul de pe cercul de rază R_1 în care a ajuns prima particulă la momentul t și cu C punctul de pe cercul de rază R_2 în care a ajuns a doua particulă la același moment de timp t. Calculăm dependența de timpul t a distanței. Deoarece $O_1A=O_2B$ și $AB=O_1O_2$, iar $\sphericalangle ABC=\omega t$, rezultă

$$r=AC=2AB\sin\frac{\omega t}{2},\text{ unde } AB=BC=R_2-R_1.$$

Deci, $r(t)=2(R_2-R_1)\sin\frac{qB}{2m}t$ și, din (1), $r(t)=\frac{2m}{qB}(v_2-v_1)\sin\frac{qB}{2m}t$.

1.254. a) Condiția de mișcare pe cerc este

$$\frac{mv_0^2}{a}=\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0a^2}+qv_0B_0,\text{ de unde } B_0=\frac{mv_0}{qa}-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0a^2v_0}.$$

b) Dacă $B\neq B_0$ mișcarea nu mai este uniformă și din teorema conservării energiei,

$$\frac{m}{2}(v^2-v_0^2)=L_{electrostatic}+L_{magnetic},$$

unde $L_{electrotastic}=\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{a}\right)$,

cu r distanța de la sarcina q la origine în momentul cînd viteza are valoarea v și $L_{magnetic}=0$, deoarece forța Lorentz este perpendiculară pe vectorul de poziție în fiecare punct.

Deci, $v^2=v_0^2+\frac{2Qq}{4\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{a}\right)$.

1.255 Acțiunea forței Lorentz duce la deplasarea electronilor spre marginea benzii astfel încît cele două margini ale benzii vor fi încărcate cu sarcini de semne contrare. Aceste sarcini generează un cîmp electrostatic de intensitate E perpendicular pe direcția curentului.

Electronii se vor mișca pînă cînd forța Lorentz va fi egalată de forța ce acționează asupra electronilor din partea cîmpului electric, deci $eE=evB$.

Rezultă $E=vB$.

Diferența de potențial va fi

$U_{AB}=Ea=Bva$, dar cum $I=nevS=\rho\frac{N_A}{A}\cdot evS$,

se obține $U_{AB}=BaIA/\rho N_A eS$.

1.256. În prezența cîmpului electric cele două forțe magnetică și electrică sînt egale și de sens opus:
$evB=eU/d$ de unde $v=U/Bd$.

În lipsa cîmpului electric mișcarea electronilor are loc pe un cerc:
$evB=mv^2/r$,
de unde sarcina specifică $e/m=v/Br=U/B^2rd=1{,}76\cdot10^{11}$ C/kg
și masa electronului este $m=\frac{1{,}6\cdot10^{-19}}{1{,}76\cdot10^{11}}=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

1.257. Forța Lorentz care acționează în zona cu $\vec{B}$ este $\vec{F}=e\vec{v}\times\vec{B}$. Pentru ca $F\neq0$ trebuie ca $\vec{v}\perp\vec{B}$. Calculăm componenta vitezei electronului la ieșirea din condensator perpendiculară pe $\vec{B}$, deci paralelă cu $\vec{E}$:
$v=at$, unde $a=eE/m$ și $t=l/v_0$.
Deci $v=eEl/mv_0$.
Din condiția de mișcare pe cerc, $\frac{mv^2}{R}=evB$,
rezultă $R=mv/eB=El/v_0B=5\cdot10^{-3}$ m.

1.258. Asupra fiecărei sarcini electrice acționează o forță $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$. Astfel,
— în A: $F_A=-qvB$, paralelă cu Oy.
— în B: $F_B=qvB$, paralelă cu Oz;
— în C: $F_C=0$, deoarece $\vec{v}\perp\vec{B}$;
— în D: $F_D=-qvB/\sqrt{2}$, paralelă cu Oz;
— în E: $F_E=-qvB$, paralelă cu bisectoarea unghiului yOz;
— în F: $F_F=-qvB/\sqrt{3}$, paralelă cu bisectoarea unghiului yOz.

1.259. Particula va căpăta o mișcare uniform accelerată în lungul liniilor de cîmp electric, cu accelerația $a=eE/m$.

În timpul Δt ea trebuie să atingă viteza v pentru ca energia să se dubleze deci

$$\Delta t=v/a \quad (1)$$

unde $$v=eBR/m \quad (2).$$

Introducînd (2) în (1) rezultă

$$t=RB/E=20\cdot10^{-6}\text{s}.$$

1.260. Lichidul în mișcare este alcătuit din sarcini ce formează dipoli electrici așa cum se vede în figura 1.260.R. Asupra sarcinilor dipolului acționează forțe Lorentz de sens opus. Are loc astfel polarizarea dielectricului care duce la crearea unor sarcini egale dar de semn contrar pe cele două armături. Aceste sarcini dau naștere unui cîmp electric E. Forța ce acționează asupra sarcinii pozitive va fi: $F=q(vB-E)$.

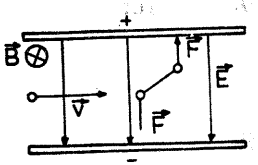


Fig. 1.260.R

În absența dielectricului, forța F_0, care acționează asupra sarcinii q ce se deplasează cu viteza v va fi de ε ori mai mică decît forța F. Dar în lipsa dielectricului

$E=0$ și $F_0=qVB$, deci $F=F_0/\varepsilon$ sau $q(vB-E)=qvB/\varepsilon$.

Rezultă: $E=\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}vB$.

Diferența de potențial va fi: $U=Ed=\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}vBd$.

1.261. Variația forței de apăsare a inelului pe planul orizontal se datorește forței exercitate de cîmpul magnetic asupra sarcinii electrice a inelului. Pentru a calcula această forță considerăm două segmente din inel aflate a capetele aceluiași diametru (fig. 1.261.R) A și C. Deoarece punctul O este centrul momentan de rotație al inelului, vitezele momentane ale punctelor A și C sînt egale, astfel că

$$v_A=\frac{v}{R}|OA|=\frac{v}{R}\cdot2R\cos\frac{\alpha}{2}=$$
$$=2v\cos\frac{\alpha}{2}$$

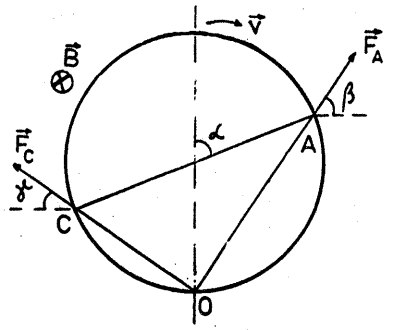


Fig. 1.261.R

și $v_C=\frac{v}{R}\,|OC|=2v\sin\frac{\alpha}{2}$,

unde R este raza inelului. Vectorii $\vec{v}_A$ și $\vec{v}_B$ sînt perpendiculari pe segmentele OA și respectiv OC. Considerăm că sarcina electrică a fiecărui segment de inel este egală cu Δq și este punctuală. Atunci, forța cu care acționează cîmpul magnetic asupra acestor sarcini electrice este:

$$F_A=\Delta q\cdot B\cdot 2v\cos\frac{\alpha}{2};\quad F_C=\Delta qB\cdot 2v\sin\frac{\alpha}{2}.$$

Vectorii $\vec{F}_A$ și $\vec{F}_C$ sînt orientați de-a lungul segmentelor OA și OC și formează cu orizontala unghiurile,

$$\beta=\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}$$

și

$$\gamma=\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi-\alpha}{2}\right)=\frac{\alpha}{2}.$$

Proiecția orizontală a rezultantei forțelor $\vec{F}_A$ și $\vec{F}_C$ este

$$F_x=\Delta q\,2Bv\left(\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}\right)=0,$$

iar proiecția verticală,

$$F_y=\Delta q\cdot 2Bv\left(\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)=\Delta q\cdot 2Bv.$$

Pentru a afla forța verticală totală adunăm forțele ce acționează asupra tuturor segmentelor de inel, din jumătate de inel, adică

$$F_y=\sum_i F_{yi}=2vB\sum_i \Delta q_i=vqB.$$

Forța de apăsare normală pe planul orizontal va fi $N=mg-qvB=mg/2$, de unde $v=mg/2qB$.

Curent alternativ

1.262. Prin mișcarea cadrului în cîmp magnetic la bornele acestuia apare o t.e.m. dată de relația:

$$e=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d}{dt}(BNS\cos\omega t)=BNS\,\omega\sin\omega t.$$

Valoarea eficace a acestei tensiuni este $E=BNS\,\omega/\sqrt{2}$ (1) .

Prin becul care funcționează în condiții normale trece curentul $I=1$ A. Tensiunea ce trebuie aplicată circuitului format din bec și bobină este

$$U=\sqrt{(U_{R_L}+U_b)^2+U_L^2}\ (2)\ \text{unde}\ U_{R_L}=RI\ \text{și}\ U_L=\omega LI.$$

Egalînd tensiunile date de relațiile (1) și (2) se obține: $\omega=220$ rad/s sau $\nu=35{,}03$ Hz.

1.263. Din $\operatorname{tg}\varphi=X_L/R=\omega L/R$, rezultă $L=R\operatorname{tg}\varphi/\omega=0{,}01837$ H.

1.264. a) Rezistența bobinei este $R=U_0/I_0=10$. Curentul prin circuitul serie este:

$$I=U/\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}\ (1),$$

iar factorul de calitate:

$$Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\quad (2).$$

Din relațiile (1) și (2) se obține:

$$L=6{,}36\cdot 10^{-3}\ \text{H}\ \text{și}\ C=3{,}18\cdot 10^{-6}\ \text{F}.$$

b) $$U_{C_0}=QU=524{,}4\ \text{V}.$$

1.265. a) $e=-d\Phi/dt=BNS\,\omega\sin\omega t=100\sin 200\,\pi t$.

b) $\operatorname{tg}\varphi=\omega L/R=6{,}28$ de unde $\varphi\simeq 80°$.

c) $$Z=\sqrt{R^2+L^2\omega^2}\ \text{și}\ I=\frac{e}{Z},$$

unde $e=E_{max}/\sqrt{2}=BNS\,\omega/\sqrt{2}=71$ V și deci $I=1{,}1$ A.

d) $$C=1/L\omega^2=25\ \mu\text{F}.$$

1.266. $R=\sqrt{P/I^2}=40\ \Omega$, $Z=\sqrt{R^2+X_L^2}=47{,}16$.

1.267. Conform figurii 1.267.R

a) $\sin\varphi=U_C/U_L=1/2$, $\varphi=\pi/6$.

b) $\varphi=0$.

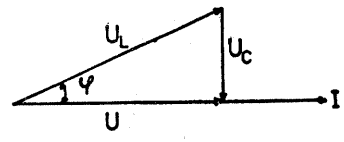


Fig. 1.267.R

1.268. În ambele situații curentul prin bec va crește deci și strălucirea crește.

1.269. Fenomenul de rezonanță a tensiunilor.

1.270. a) Vezi figura 1.270.R.

b) $U_{AB}=\sqrt{(U_{R_1}+U_{R_2})^2+(U_{L_1}-U_C+U_{L_2})^2}$

c) $\cos\varphi=(U_{R_1}+U_{R_2})/\sqrt{(U_{R_1}+U_{R_2})^2+(U_{L_1}-U_C+U_{L_2})^2}$.

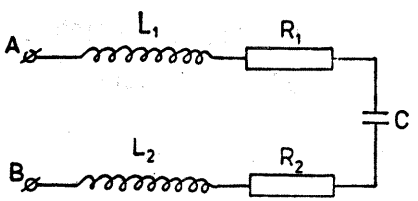


Fig. 1.270. R

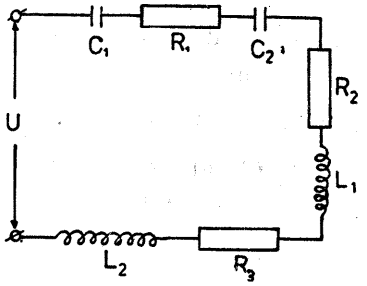


Fig. 1.271. R

1.271. a) Vezi figura 1.271.R.

b) $I=U/\sqrt{(R_1+R_2+R_3)^2+(X_{L_1}+X_{L_2}-X_{C1}-X_{C2})^2}$.

c) $\operatorname{tg}\varphi=\dfrac{U_4\sin\varphi_2+U_6-U_1-U_3\sin\varphi_1}{U_2+U_3\cos\varphi_1+U_4\cos\varphi_2+U_5}$.

1.272. Indicația voltmetrului este maximă la rezonanță cînd $I=U/R=10$ A și $U_{L_0}=I\omega L=998{,}5$ V.

1.273. a) $S=UI$ de unde $I=0{,}5$ A

dar $I=U/\sqrt{R^2+X_L^2}$ și $\cos\varphi=R/\sqrt{R^2+X_L^2}$

de unde $R=264\ \Omega$ și $X_L=352\ \Omega$.

Pentru a realiza $\cos\varphi=1$ este necesar ca: $X_L=X_C=1/\omega C$.

Deci $C=1/\omega X_L=56{,}8\ \mu$F.

b) $P=UI=183{,}3$ W.

1.274. $i=I\sqrt{2}\sin(\omega t-\varphi)$, unde

$$I=\frac{U}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}=20\text{ A},\quad \varphi=\operatorname{arc\,tg}\frac{L\omega}{R}=\operatorname{arc\,tg}\frac{4}{3}=53°.$$

Astfel, $i=20\sqrt{2}\sin(100\,\pi t-53°)$

$u_R=U_R\sqrt{2}\sin(100\,\pi t-53°)$, unde $U_R=IR=60$ V,

deci $u_R=60\sqrt{2}\sin(100\,\pi t-53°)$;

$u_L=U_L\sqrt{2}\sin\left(100\,\pi t-53°+\frac{\pi}{2}\right)$ unde $U_L=IL\omega=80$ V.

Deci $u_L=80\sqrt{2}\sin(100\,\pi t+37°)$.

1.275.

$$u=\sqrt{2}\left[25\sin\left(100\,\pi t+\frac{\pi}{6}\right)-10\sin 100\,\pi t+15\cos 100\,\pi t\right]=$$

$$=\sqrt{2}\left[\left(\frac{25\sqrt{3}}{2}-10\right)\sin 100\,\pi t+\left(\frac{25}{2}+15\right)\cos 100\,\pi t\right]$$

Notăm cu $A\cos\varphi=(25\sqrt{3}-20)/2$ și $A\sin\varphi=55/2$

astfel că $\operatorname{tg}\varphi=11/(5\sqrt{3}-4)=2{,}36$, adică $\varphi=67°$, iar $A=30$.

Rezultă că, $u=30\sqrt{2}\sin(100\,\pi t+67°)$,

de unde $U=30$ V si $\varphi=67°$.

1.276. a) $\nu=1/2\pi\sqrt{LC}=1590$ Hz.

b) La rezonanță,

$U=U_{max}/\sqrt{2}=I_{max}\cdot R/\sqrt{2}$, unde $U_C=I_{max}\cdot X_C$,

$$\text{deci}\quad U=\frac{RU_C}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{C}{L}}=12{,}4\text{ V}.$$

1.277. a) Diagrama fazorială a tensiunilor din circuit este reprezentată în figura 1.277.R.

$$U^2=U_b^2+U_c^2+2U_bU_c\cos\varphi_0$$

de unde rezultă $\varphi_0=120°$ și deci $\varphi=\varphi_0-\frac{\pi}{2}=30°$;

$U_b\cos\varphi=U\cos\varphi'$, se obține $\varphi'=73°$.

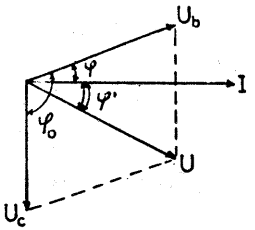


Fig. 1.277. R

b) $\nu_0=1/2\pi\sqrt{LC}$ și $U_{C_0}=I/\omega_0 C$.

Din cele două relații rezultă $C\simeq 10^{-5}$ F și $L=0{,}1$ H.

Circuitul are și rezistență (a bobinei) dată de $R=U/I=10$ A.

c) Frecvența ν de la punctul a) se află cunoscînd defazajul dintre curent și tensiune

$\operatorname{tg}\varphi=\omega L/R$ de unde se obține $\nu=9{,}2$ Hz.

1.278. a) La rezonanță $U_R=U$, deci $P=UI$ și $I=5$ A.

Rezistența bobinei va fi $R=\frac{U}{I}=1\ \Omega$

Reactanțele sînt $X_L=X_C=U_{C_0}/I=100\ \Omega$.

b) $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$ unde $Z=\sqrt{R^2+\left(2X_L-\frac{X_C}{2}\right)^2}\simeq 150\ \Omega$ deci

$\cos\varphi=0{,}0066$.

1.279. Din $U_L=IL\omega$ și $U_R=IR$,

rezultă $L=U_LR/\omega U_R=1/5\pi=63{,}66$ mH.

Din relația $U^2=U_R^2+(U_L-U_C)^2$ se obține

$$\pm R\sqrt{U^2-U_R^2}=U_R\left(L\omega-\frac{1}{C_{1,2}\omega}\right),$$

de unde $C_1=5{,}7\ \mu$F și $C_2=40\ \mu$F.

1.280. a) $I_1=\frac{U}{R}$; $I_2=U/\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$,

de unde $L=\frac{U}{\omega}\sqrt{\frac{1}{I_2^2}-\frac{1}{I_1^2}}=12{,}7$ mΩ.

b) $P=UI\cos\varphi$,

unde $I=U\Big/\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{C\omega}\right)^2}=2{,}4$ A, iar $\cos\varphi=R/Z=0{,}6$.

Astfel,

$$P=17{,}3\ \text{W}.$$

1.281. Puterea disipată pe bobină va fi:

$$P_b=U_1I\cos\varphi_1=U_1I\frac{R}{Z_1}=I^2R,$$

dar $U_1=I\sqrt{R^2+X_L^2}$; $U_2=IR_a$

și $U=I\sqrt{(R+R_a)^2+X_L^2}$,

de unde, eliminînd pe X_L^2, rezultă

$P=I^2R=(U^2-U_1^2-U_2^2)/2R_a$ și deci $R_a=100\ \Omega$.

1.282. În figura 1.282.R este reprezentată diagrama fazorială. Observăm că:

$\cos(\varphi-\varphi_1)=(U^2+U_1^2-U_2^2)/2UU_1=0{,}8$

de unde $\varphi_1=18{,}15°$;

$\cos(\varphi_2-\varphi)=(U^2+U_2^2-U_1^2)/2UU_2=$
$=0{,}9$, de unde $\varphi_2=80{,}84°$.

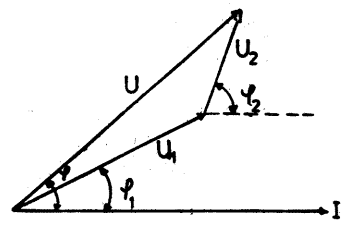


Fig. 1.282. R

Dar, $R_1=Z_1\cos\varphi_1=\frac{U_1}{I}\cos\varphi_1=70\ \Omega$;

$$R_2=Z_2\cos\varphi_2=\frac{U_2}{I}\cos\varphi_2=17\ \Omega;$$

$L_1=Z_1\sin\varphi_1=25\ \Omega$ și $L_1=10$ mH; $L_2=Z_2\sin\varphi_2=98\ \Omega$ și $L_2=37{,}9$ mH.

1.283. Puterea activă este egală cu puterea reactivă dacă $\sin\varphi=\cos\varphi$, adică $\varphi=\pm\pi/4$.

Atunci, $\operatorname{tg}\varphi=\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}=\pm 1$,

$$\omega_1L-\frac{1}{\omega_1C}=R \quad \text{și} \quad \omega_2L-\frac{1}{\omega_2C}=R,$$

$$\nu_1=\frac{\omega_1}{2\pi}=\frac{R}{4\pi L}\left(1+\sqrt{1+\frac{4L}{R^2C}}\right)=796\ \text{Hz}$$

și $\nu_2=\frac{\omega_2}{2\pi}=\frac{R}{4\pi L}\left(-1+\sqrt{1+\frac{4L}{R^2C}}\right)=398$ Hz.

Pentru ν_1 ($>\nu_{rez}$) circuitul este inductiv, iar pentru ν_2 ($<\nu_{rez}$) circuitul este capacitiv, unde $\nu_{rez}=1/2\pi\sqrt{LC}=562{,}7$ Hz.

1.284. Din $U_C=I/C\omega$ rezultă $C=I/U_C\omega=132{,}6$ nF.

Scriind că $UI\sin\varphi=\frac{1}{2}UI$ rezultă

$$\sin\varphi=\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}=\frac{1}{2},$$

iar $U=I\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}$.

Astfel, $R^2=3\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2$ și $R=\frac{U\sqrt{3}}{2I}=1{,}73\ \text{k}\Omega$.

Dar $\pm R=\sqrt{3}\left(L_{1,2}\omega-\frac{1}{C\omega}\right)$, de unde $L_1=0{,}445$ H și $L_2=1{,}08$ H.

1.285. Din $P=UI\cos\varphi$, rezultă $I=P/U\cos\varphi$,

iar $R=Z\cos\varphi=\frac{U}{I}\cos\varphi=U^2\cos^2\varphi/P=197{,}63\ \Omega$.

Din $X_L-X_C=\pm R\ \text{tg}\ \varphi=\pm\frac{U^2}{P}\cos^2\varphi\ \text{tg}\ \varphi$,

unde $X_C=P_r/I^2=P_rU^2\cos^2\varphi/P^2$,

rezultă $L_{1,2}=\frac{U^2\cos^2\varphi}{P\omega}\left(\frac{P_r}{P}\pm\text{tg}\ \varphi\right)$; $L_1=0{,}42$ H și $L_2=1{,}67$ H.

1.286. a) Pentru un m oarecare capacitatea echivalentă a condensatorilor este egală cu $\frac{C}{m}$, iar impedanța circuitului este

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{m}{\omega C}\right)^2}$$

Valoarea eficace a curentului prin circuit este

$$I=\frac{U_0}{\sqrt{2}\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{m}{\omega C}\right)^2}}.$$

Puterea medie disipată în R este

$$P=I^2R=\frac{U_0^2R}{2\left[R^2+\left(\omega L-\frac{m}{\omega C}\right)^2\right]}.$$

b) Din condiția de maxim a puterii $\frac{dP}{dm}=0$ rezultă valoarea $m=\omega^2LC$, care în condițiile numerice ale problemei are valoarea $m=2$.

1.287. a) La bornele rezistenței R se atinge o valoare maximă pentru tensiune în cazul rezonanței, deci

$$C_1=1/\omega_1^2L \text{ și } C_2=1/\omega_2^2L \text{ unde}$$

$$C_1=\varepsilon_0A/d\ ,\quad C_2=\varepsilon_0A/(d+\Delta d).$$

Rezultă că $C_1/C_2=(\nu_2/\nu_1)^2$ sau $(d+\Delta d)/d=(\nu_2/\nu_1)^2$

de unde se obține: $d=1{,}8$ mm.

b) $$C_1=\frac{\varepsilon_0A}{d}\cdot\frac{\nu_2^2-\nu_1^2}{\nu_1^2}=204{,}6\cdot10^{-12}\ \text{F}$$

$$C_2=(\nu_1/\nu_2)^2C_1=100{,}2\cdot10^{-12}\ \text{F}.$$

c) În cazul rezonanței valoarea tensiunii pe rezistența R este: $U_1=RU/(R+R_b)$ (1) unde R_b este rezistența bobinei.

În cazul cînd nu avem rezonanță, la frecvența ν_2 tensiunea pe R este

$$U_2=R_1\frac{U}{\sqrt{(R+R_b)^2+\left(\omega_1L-\frac{1}{\omega_1C_2}\right)^2}}\quad(2).$$

Prin ridicare la pătrat și împărțirea relațiilor (1) și (2) se obține: $R_1+R_b=54\ \Omega$ și deci $R_b=44\ \Omega$.

d) $$Q_1=\frac{1}{R+R_b}\sqrt{\frac{L}{C_1}}=409{,}3,\ Q_2=585.$$

1.288. a) Într-un circuit serie intensitatea efectivă a curentului are valoarea maximă la rezonanță, adică,

$$L=\frac{1}{4\pi^2\nu_0^2C}=L_1+L_2=\frac{\mu_0N^2S}{2l}+\frac{\mu_0\mu_rN^2S}{2l},$$

de unde, $\mu_r=\frac{2l}{4\pi^2\nu_0^2C\mu_0N^2S}-1=13.$

b) Pentru intensitatea curentului se poate scrie că

$I_0=I_{0\ max}/n$, adică $n\cdot\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(L'2\pi\nu_0-\frac{1}{C\cdot2\pi\nu_0}\right)^2}}=\frac{U}{R}$,

de unde $R=\frac{2\pi\nu_0L'-\frac{1}{C\cdot2\pi\nu_0}}{\sqrt{n^2-1}}$, cu $L'=\frac{\mu_0\mu_rN^2S}{l}$.

Rezultă $R=8{,}64\ \Omega$.

Condiția pentru putere se scrie:

$$\frac{1}{2}\frac{U^2}{R}=\frac{U^2R}{R^2+(X_L-X_C)^2},\text{ sau } X_L-X_C=\pm R,$$

adică $2\pi\nu_1 L-\frac{1}{2\pi\nu_1 C}=R$ și $2\pi\nu_2 L-\frac{1}{2\pi\nu_2 C}=-R$,

unde $L=\frac{\mu_0 N^2 S}{2l}(1+\mu_r)$.

Rezultă $\nu_1=\frac{1}{2\pi}\left(\sqrt{\frac{1}{LC}+\frac{R^2}{4L^2}}+\frac{R}{2L}\right)=10{,}911$ kHz

și $\nu_2=\frac{1}{2\pi}\left(\sqrt{\frac{1}{LC}+\frac{R^2}{4L^2}}-\frac{R}{2L}\right)=9{,}165$ kHz.

c) $Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{\nu_0}{\nu_1-\nu_2}=5{,}7.$

1.289. $I_R=\frac{U}{R}=0{,}1$ A; $I_C=\sqrt{I^2-I_R^2}=0{,}173$ A.

$$C=\frac{I_C}{\omega U}=27\ \mu\text{F}.$$

1.290. a) Puterea este maximă pe rezistența R în cazul rezonanței $I_L=I_C$, de unde

$$C=1/\omega^2 L=2{,}5\ \mu\text{F}.$$

b) $P=P_{max}/2$ sau $I_R^2=I^2-(I_L-I_C)^2=I^2/2$.

Deci $I_R=\pm(I_L-I_C)$ sau $\frac{U}{R}=\pm U\left(\frac{1}{L\omega}-\omega C\right)$

de unde se obține: $C_{1,2}=\frac{1}{\omega^2 L}\pm\frac{1}{\omega R}$.

Deci: $C_1=4{,}09\ \mu$F și $C_2=0{,}91\ \mu$F.

1.291.

a) $m=\frac{1}{F}\frac{A}{n}\langle I_2\rangle t\Rightarrow\langle I_2\rangle=mFn/At=20$ A,

$$I_{2\ max}=\frac{\pi}{2}\langle I_2\rangle=31{,}4\text{ A}.$$

b) $u=U_{max}\sin\omega t=R_2 I_{2\ max}\sin\omega t$
sau $u=50\pi\sin(100\pi t)$.

c) $I_{1\ max}=U_{max}/Z_1=22{,}4$ A.

d) Diagrama fazorială este prezentată în figura 1.291.R

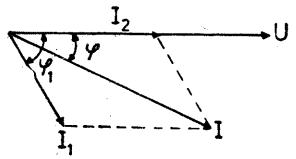


Fig. 1.291. R

$$tg\ \varphi=I_1\sin\varphi_1/(I_2+I_1\cos\varphi_1)$$

unde $\text{tg}\ \varphi_1=L_1\omega/R_1$; $\varphi_1=\text{arc tg}\ 2{,}09$.

1.292. a) $U_{max}=I_{max}\Big/\sqrt{\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2+\frac{1}{R^2}}$.

Fluxul magnetic prin bobină este

$$\Phi=\frac{U_{max}}{\omega}\cos(\omega t+\varphi).$$

Deci fluxul maxim este:

$$\Phi_{max}=U_{max}/\omega=I_{max}\Big/\omega\sqrt{\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2+\frac{1}{R^2}}=I_{max}\Big/C\sqrt{\left(\omega^2-\frac{1}{LC}\right)^2+\frac{\omega^2}{R^2C^2}}.$$

Se mai poate scrie

$$\Phi_{max}=I_{max}\Big/C\sqrt{\left(\omega^2-\frac{1}{LC}+\frac{1}{2R^2C^2}\right)^2+\frac{1}{R^2LC^3}-\frac{1}{4R^4C^4}}.$$

Pulsația pentru care fluxul Φ_{max} are o valoare maximă este obținută prin anularea parantezei de sub radical deci:

$$\omega_{max}=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{1}{2R^2C^2}}=\frac{10^5}{\sqrt{2}}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Frecvența corespunzătoare este: $\nu_{max}=11{,}25\cdot10^5$ Hz.

Valoarea maximă a lui Φ_{max} va fi

$$\Phi_{max}=\frac{RI_{max}}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{1}{2R^2C^2}}}=4\cdot10^{-5}\text{ Wb}.$$

b) Tensiunea la bornele circuitului este maximă pentru frecvența $\nu'=1/2\pi\sqrt{LC}=10^5/2\pi$ Hz.

Valoarea maximă a tensiunii este $U_{max}=I_0R$.

Avem $I_0R/\sqrt{2}=I_0\Big/\sqrt{\left(C\omega-\frac{1}{\omega L}\right)^2+\frac{1}{R^2}}$ sau $\omega C-\frac{1}{\omega L}=\pm\frac{1}{R}$.

Această ecuație se mai scrie $\omega^2LC\pm\frac{L}{R}\omega-1=0$.

De unde $\omega_{1,2}=\frac{\pm\frac{R}{L}\pm\sqrt{\frac{L^2}{R^2}+4LC}}{2LC}$.

Cum frecvența nu poate fi negativă, rezultă că:

$$\nu_{12}=\frac{\pm\frac{L}{R}+\sqrt{\frac{L^2}{R^2}+4LC}}{4\pi LC}.$$

Se obține astfel: $\frac{\nu'}{\nu_1-\nu_2}=R\sqrt{\frac{C}{L}}=1.$

1.293. Pentru un circuit derivație, conform diagramei fazoriale din figura 1.293.R,

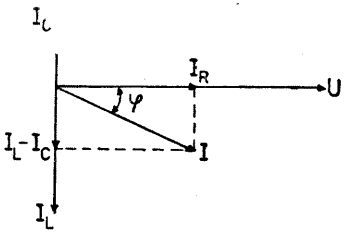


Fig. 1.293.R

$$\sin\varphi=\frac{I_L-I_C}{I}=\frac{\frac{1}{X_L}-\frac{1}{X_C}}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\frac{1}{X_L}-\frac{1}{X_C}\right)^2}},$$

iar $\cos\varphi=\dfrac{\frac{1}{R}}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\frac{1}{X_L}-\frac{1}{X_C}\right)^2}}$,

astfel că $\frac{P}{P_r}=\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$ duce la $\frac{X_LX_C}{R(X_C-X_L)}=\frac{3}{4}$

adică $R/X_L=\frac{8}{3}$.

1.294. Factorul de putere egal cu 0,9 poate fi obținut pentru două valori ale capacității, corespunzătoare lui $\varphi>0$ și respectiv $\varphi<0$.

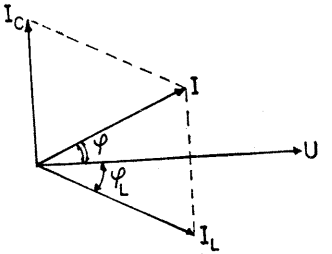


Fig. 1.294.R

Conform diagramei fazoriale (fig. 1.294. R)

$I\cos\varphi=I_L\cos\varphi_L$; $\pm I\sin\varphi=I_C-I_L\sin\varphi_L$,

de unde $I_C=I_L(\operatorname{tg}\varphi\cos\varphi_L\pm\sin\varphi_L)$.

Dar, $I_C=UC\omega$; $I_L=U/\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$,

$\sin\varphi_L=\omega L/\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$; $\cos\varphi_L=R/\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$, $\operatorname{tg}\varphi=\sqrt{1-\cos^2\varphi}/\cos\varphi$.

Atunci, $C_{1,2}\omega=\dfrac{R\cdot\frac{\sqrt{1-\cos^2\varphi}}{\cos\varphi}\pm\omega L}{R^2+L^2\omega^2}$

de unde $C_1=314{,}14\ \mu F$ și $C_2=68\ \mu F$.

1.295.

a) $I_L=\frac{U}{L\omega}$; $I=U\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\frac{1}{L\omega}-C_1\omega\right)^2}$,

unde $I_L=I$, deci $\frac{1}{L^2\omega^2}=\frac{1}{R^2}+\left(\frac{1}{L\omega}-C_1\omega\right)^2$.

Dar, $\omega=1/\sqrt{LC_2}$, astfel că $L=C_1(2C_2-C_1)R^2/C_2=7{,}48$ H.

b) $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC_2}}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{1}{C_1(2C_2-C_1)}}=36{,}54$ rad/s

și $\nu=\omega/2\pi=5{,}815$ Hz.

c) $U=I_L\omega L=82$ V.

1.296. Conform diagramei fazoriale din figura 1.296.R,

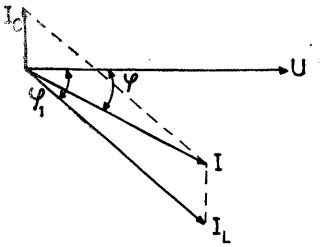


Fig. 1.296.R

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{I_C-I_L\sin\varphi_1}{I_L\cos\varphi_1},$$

unde $I_C=U/X_C=UC\omega$, $I_L=U/\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$;

$\sin\varphi_1=L\omega/\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$

și $\cos\varphi_1=R/\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$.

Atunci, $\operatorname{tg}\varphi=\dfrac{C\omega(R^2+L^2\omega^2)-L\omega}{R}$.

Pentru ca intensitatea curentului să fie în fază cu tensiunea trebuie ca $\varphi=0$, adică

$$C\omega(R^2+L^2\omega^2)-L\omega=0,$$

de unde $C=L/(R^2+L^2\omega^2)$.

1.297. Pentru ca intensitatea curentului să nu se modifice prin închiderea întrerupătorului K trebuie ca $I=I_L$.

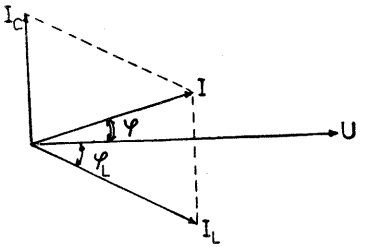


Fig. 1.297.R

Conform diagramei din figura 1.297.R, dacă $I=I_L$, trebuie ca $\varphi=\varphi_L$, iar

$I_C=I\sin\varphi+I_L\sin\varphi_L=2I_L\sin\varphi_L$,

sau $UC\omega=2\ \frac{U}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}\cdot\frac{L\omega}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}$,

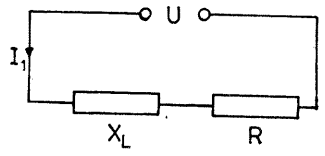
de unde $C=2L/(R^2+L^2\omega^2)=101{,}9\ \mu F$.

1.298. Impedanța capacitivă are valoarea

$$X_C=1/2\,\pi\nu C=3\cdot10^3\ \Omega.$$

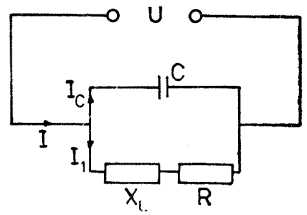
Observăm că $R\gg X_C$, așa că putem aproxima că $U_R\cong U/2=110$ V. Atunci, $P=U_R^2/R\cong0{,}12$ W.

1.299. a) În lipsa condensatorului schema electrică este cea din figura 1.299.a, în prezența condensatorului cea din figura 1.299.b.R, iar diagramele fazoriale corespunzătoare sînt reprezentate în figurile 1.299.c., d.R.



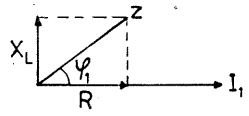
a

Fig. 1.299 a.R



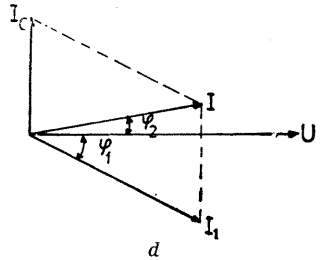
b

Fig. 1.299 b.R



c

Fig. 1.299 c.R



d

Fig. 1.299 d.R

Astfel, $\operatorname{tg}\varphi_1=X_L/R$ și $\pm\operatorname{tg}\varphi_2=\dfrac{\frac{U}{X_C}-I_1\sin\varphi_1}{I_1\cos\varphi_1}$

unde $I_1=\dfrac{U}{\sqrt{R^2+X_C^2}}=\dfrac{U\cos\varphi_1}{R}$.

Deci $\pm\operatorname{tg}\varphi_2=\dfrac{\frac{U}{X_C}-\frac{U\cos\varphi_1}{R}\sin\varphi_1}{\frac{U}{R}\cos^2\varphi_1}$

de unde

$$C=\frac{\cos^2\varphi_1}{R\omega}(\operatorname{tg}\varphi_1\pm\operatorname{tg}\varphi_2).$$

Dar $P=UI\cos\varphi_1=\dfrac{U^2}{R}\cos^2\varphi_1$, astfel că $C=\dfrac{P}{U^2\omega}(\operatorname{tg}\varphi_1\pm\operatorname{tg}\varphi_2)$ deci $C_1=603\ \mu F$ și $C_2=168{,}8\ \mu F$.

b) $\Delta I=I_1-I$ unde $I\cos\varphi_2=I_1\cos\varphi_1$, astfel că $\Delta I=I_1\left(1-\dfrac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2}\right)$.

Dar $I_1=\dfrac{U\cos\varphi_1}{R}=\dfrac{P}{U\cos\varphi_1}$ și $\Delta I=\dfrac{P}{U}\left(\dfrac{1}{\cos\varphi_1}-\dfrac{1}{\cos\varphi_2}\right)=8{,}33$ A.

1.300. a) În figura 1.300.R este reprezentată diagrama fazorială pe care se prezintă defazajul dintre curent și tensiune pentru receptor. I_1 reprezintă curentul prin receptor. În figură se observă că pentru a obține un factor de putere mai mare (un defazaj mai mic) trebuie montat în paralel un condensator. Dacă se notează cu I_C curentul absorbit de condensator atunci curentul total va fi I. În cele două cazuri puterea activă este aceeași, deci: $P=UI_1\cos\varphi=UI\cos\varphi_1$ (1).

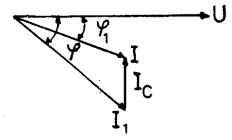


Fig. 1.300. R

Din diagramă se vede că:

$$I_C=I_1\sin\varphi-I_1\cos\varphi\operatorname{tg}\varphi_1\ (2).$$

Înlocuind I_1 din (1) în relația (2) se obține:

$$I_C=\frac{P}{U}(\operatorname{tg}\varphi-\operatorname{tg}\varphi_1).$$

Dar cum $I_C=\dfrac{U}{X_C}=U\omega C$ rezultă

$$C=\frac{P}{\omega U^2}(\operatorname{tg}\varphi-\operatorname{tg}\varphi_1)=3{,}8\ \mu F.$$

b) Raportul pierderilor pe linie este

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{r_1I_1^2}{r_1I^2}=\left(\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi}\right)^2=1{,}77.$$

Se observă că în cel de-al doilea caz pierderile pe linie sînt mai mici.

1.301. a) Curentul prin ramura AC este

$$I_1=\frac{U}{Z_1}=\frac{U}{\sqrt{(R_1+R_2)^2+(X_{L_2}-X_{C_1})^2}}=$$

$$=0{,}97\text{ A}.$$

$$U_{AB}=I_1\sqrt{R_1^2+\left(\frac{1}{\omega C_1}\right)^2}=154{,}7\text{ V};$$

$$U_{BC}=I_1\sqrt{R_2^2+\omega^2L_2^2}=11{,}90\text{ V}.$$

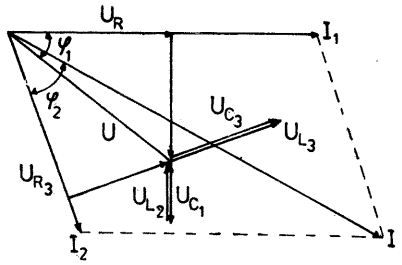


Fig. 1.301. R

b) Vezi figura 1.301.R.

1.302. a) Diagrama fazorială în acest caz este reprezentată în figura 1.302.R.

Se observă că defazajul dintre curent și tensiune în lipsa condensatorului trebuie anulat prin montarea acestuia.

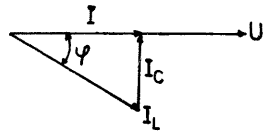


Fig. 1:302. R

Deci: $\sin\varphi=\frac{X_L}{Z_1}=\frac{\omega L}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$ (1)

și $\sin\varphi=\frac{Z_1}{X_C}=\omega C\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$ (2).

Din relațiile (1) și (2) rezultă

$$C=\frac{L}{R^2+\omega^2L^2}=940{,}9\ \mu\text{F}.$$

b) $I_1=\frac{U}{Z_1}=21{,}35$ A; $I_2=\omega CU=129{,}8$ A.

1.303. a) Curenții din cele două ramuri ale circuitului sînt:

$I_1=U/Z_1=U/\sqrt{R_1^2+X_L^2}=19{,}6$ A și $I_2=U/Z_2=U/\sqrt{R_2^2+X_C^2}=31{,}1$ A.

Puterea activă este $P_a=R_1I_1^2+R_2I_2^2=8680{,}7$ W

iar puterea reactivă $P_r=X_LI_1^2-X_CI_2^2=-2615{,}43$ VAR.

b) Curentul total se obține din însumarea fazorială a celor doi curenți. Defazajele dintre cei doi curenți și tensiunea la borne sînt

$$\operatorname{tg}\varphi_1=X_L/R_1=1/\sqrt{3}\text{ adică }\varphi_1=30^\circ$$

și $\operatorname{tg}\varphi_2=-X_L/R_2=-1$, adică $\varphi_2=-45^\circ$,

încît $I=\sqrt{I_1^2+I_2^2+2I_1I_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)}=40{,}82$ A.

Pierderile de putere pe linie sînt: $P=2R_CI^2=3332{,}54$ W.

1.304. a) $Z_1=\sqrt{R_1^2+\omega^2L^2}=10\ \Omega$

$$I_1=U/Z_1=6\text{ A};\quad Z_2=\sqrt{R_2^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}=111{,}8\ \Omega$$

$I_2=U/Z_2=0{,}54$ A, $\cos\varphi_1=R/X_L=0{,}8$; $\cos\varphi_2=\frac{R}{X_L}=0{,}44$.

b) $I=\sqrt{I_1^2+I_2^2+2I_1I_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)}=6{,}14$ A.

c) $P=R_1I_1^2+R_2I_2^2=302{,}6$ W

$$P_r=X_LI_1^2-X_CI_2^2=183{,}6\text{ VAR}.$$

1.305. a) $U=148$ V.

b) Vezi figura 1.305.R.

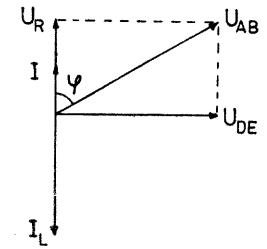


Fig. 1.305. R

1.306. În circuitul RC serie,

$$\cos\varphi_s=\frac{U_R}{U}=IR\Big/I\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}=RC/\sqrt{R^2C^2\omega^2+1},$$

iar la circuitul RC paralel,

$$\cos\varphi_p=\frac{I_R}{I}=\frac{U/R}{U\sqrt{\frac{1}{R^2}+C^2\omega^2}}=\frac{1}{\sqrt{R^2C^2\omega^2+1}}.$$

Din cele două relații,

$$\cos\varphi_p=\sqrt{1-\cos^2\varphi_s}=\sin\varphi_s=0{,}8.$$

1.307. Pentru ca aceste circuite să fie echivalente este necesar ca ele să aibă aceeași impedanță și același defazaj între intensitatea curentului și tensiune:

$$Z_1=Z_2\text{ și }\operatorname{tg}\varphi_1=\operatorname{tg}\varphi_2$$

sau $R_s^2+\frac{1}{\omega^2C_s^2}=\frac{1}{\frac{1}{R_p^2}+\omega^2C_p^2}$ (1); $\omega R_sC_s=\omega C_pR_p$ (2).

Ținînd seama de (2) și (1) se obține:

$$R_p=R_s\left(1+\frac{1}{\omega^2R_s^2C_s^2}\right)\text{ și }C_p=C_s\,\frac{1}{1+\omega^2C_s^2R_s^2}.$$

1.308. Circuitul se comportă rezistiv cînd I este în fază cu U, adică (vezi fig. 1.308.R).

$U_L = U_R \sin \varphi_R$ sau

$$IX_L = \frac{IRX_C}{\sqrt{R^2+X_C^2}} \cdot \frac{X_C}{\sqrt{R^2+X_C^2}},$$

adică $$L\omega_1 = \frac{R}{\omega_1^2 C\left(R^2+\frac{1}{\omega_1^2 C^2}\right)}$$

de unde $\omega_1^2 = \frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2C^2}$.

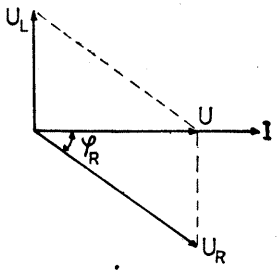


Fig. 1.308.R

1.309. a) Conform diagramei fazoriale din figura 1.309.R

$$I_C = I_L \sin \varphi_L; \quad I = I_L \cos \varphi_L$$

adică $$\frac{U}{X_C} = \frac{U}{\sqrt{R^2+X_C^2}} \cdot \frac{X_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$$ și

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2+X_L^2}} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2+X_L^2}}.$$

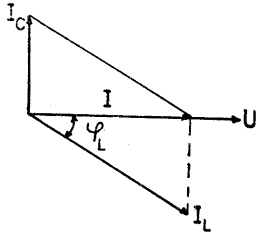


Fig. 1.309.R

de unde $\frac{1}{X_C} = \omega C = \sqrt{\frac{I}{UR} - \frac{I^2}{U^2}}$ și $X_L = L\omega = \sqrt{\frac{R(U-IR)}{I}}$.

Prin împărțire rezultă: $C = \frac{LI}{UR} = 50\ \mu F$.

b) $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{L}\sqrt{\frac{R(U-IR)}{I}} = 137{,}83$ Hz.

1.310. Conform diagramei fazoriale din figura 1.310.R,

$$I = \sqrt{I_1^2+I_2^2+2I_1I_2 \cos \varphi_1},$$

unde $I_1 = U/\sqrt{R_1^2+L^2\omega^2}$, $I_2 = U/R_2$

și $\cos \varphi_1 = R_1/\sqrt{R_1^2+L^2\omega^2}$.

Astfel, $I = 45{,}7$ A.

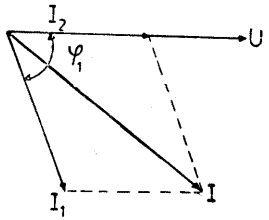


Fig. 1.310.R

1.311. Conform diagramei fazoriale reprezentată în figura 1.311.R,

$U_L = U_R \sin \varphi_1$, unde $U_L = I_L X_L = U_R \sqrt{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{X_C^2}} \cdot X_L$,

iar $\sin \varphi_1 = R/\sqrt{R^2+X_C^2}$.

Astfel, $R = \sqrt{\frac{L}{C(1-\omega^2 L_C)}} = 63{,}66\ \Omega$.

1.312. a) În figura 1.312.a.R.,

$U_1 = I_1 R$, $U_2 = I_1 \omega L$,

$$I_2 = \frac{1}{R}\sqrt{U_1^2+U_2^2} = \frac{I_1}{R}\sqrt{R^2+\omega^2L^2}.$$

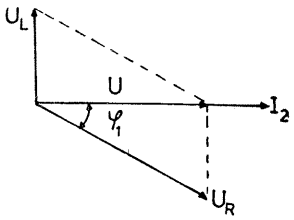
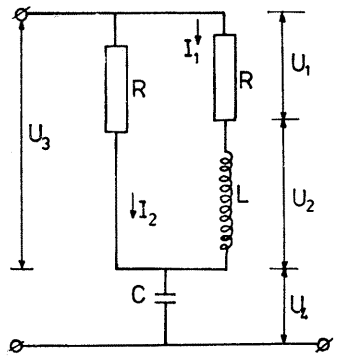


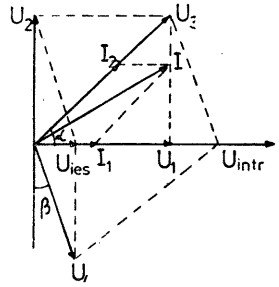
Fig. 1.311.R

Din diagrama reprezentată în figura 1.312.b.R, pentru ca tensiunea de ieșire să fie în fază cu tensiunea de intrare este necesar ca:



a

Fig. 1.312 a.R



b

Fig. 1.312 b.R

$U_4 \cos \beta = U_2$, $U_4 \sin \beta = U_{ieș.}$,

$U_{intr.} = U_1 + U_{ieș.}$,

iar $$\frac{I_1}{\omega C} + \frac{I_2}{\omega C} \cos \alpha = U_2 = I_1 \omega L;$$

$$\cos \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}},$$

de unde, $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2}{LC}} = 5{,}6 \cdot 10^3$ Hz.

b) $\frac{U_{ieș.}}{U_{intr.}} = \frac{L}{R^2C+L} = 0{,}138$.

1.313. Notînd cu $Z_1 = \sqrt{R_a^2+\omega^2L^2}$, $Z_2 = R$,

$$Z_3=R,\quad Z_4=\frac{R_b}{\sqrt{1+R_b^2\omega^2C^2}},$$

circuitul echivalent este cel din figura 1.313.R.

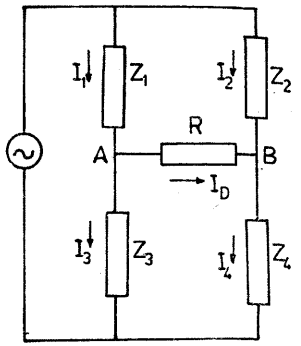


Fig. 1.313.R

Legea a II-a a lui Kirchhoff în două din ochiurile de rețea se scrie:

$$I_1Z_1+I_DR_D-I_2Z_2=0,\ (1)$$

$$I_3Z_3-I_4Z_4-I_DR_D=0\ (2),$$

iar în nodurile A și B, prima lege a lui Kirchhoff are expresia:

$$I_D=I_1-I_3=I_4-I_2\ (3).$$

În condițiile de echilibrare a punții $I_D=0$, adică $I_1=I_3$ și $I_2=I_4$, iar din (1) și (2), $Z_1Z_4=Z_2Z_3$, sau

$$R_b\sqrt{R_a^2+\omega^2L^2}\,/\sqrt{1+R_b^2\omega^2C^2}=R^2,\ \text{de unde}\ L=R^2C.$$

1.314. a) Impedanța circuitului RC este egală cu

$$Z_1=R/\sqrt{1+R^2\omega^2C^2},$$

iar a circuitului RL, $Z_2=RL/\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$.

În circuitul RC diferența de fază φ_1 între curent și tensiune este dată de

$$\sin\varphi_1=R\omega C/\sqrt{1+R^2\omega^2C^2},$$

iar în circuitul RL, de $\sin\varphi_2=R/\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$.

Impedanța totală a circuitului va fi

$$Z=\sqrt{Z_1^2+Z_2^2+2Z_1Z_2\cos(\varphi_1+\varphi_2)}$$

$$Z=R\sqrt{\frac{R^2(1-LC\omega^2)^2+4L^2\omega^2}{(1+R^2\omega^2C^2)(R^2+L^2\omega^2)}},$$

care, pentru $C=\frac{L}{R^2}$ are valoarea $Z=R$, deci curentul din circuit nu depinde de frecvență.

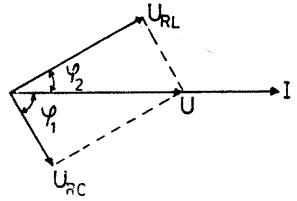


Fig. 1.314. R

b) $\sin\varphi_1=R\omega C/\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}=$

$=\omega L/\sqrt{R^2+\omega^2L^2}=\cos\varphi_2$

c) $\varphi_1=\frac{\pi}{2}-\varphi_2$, conform rezultatului b), deci

$\varphi_0=\varphi_1+\varphi_2=\pi/2$ (fig. 1.314.R)

$\varphi=0$.

1.315. Notăm cu $Z_1=\sqrt{R_1^2+X_L^2}$ și cu $Z_2=R_2X_C/\sqrt{R_2^2+X_C^2}$.

Atunci, $Z=\sqrt{Z_1^2+Z_2^2+2Z_1Z_2\cos(\varphi_1+\varphi_2)}$ (fig. 1.315.R), unde

$$\cos\varphi_1=R_1/\sqrt{R_1^2+X_L^2}$$

și $\cos\varphi_2=X_C/\sqrt{R_2^2+X_C^2}$.

Din calcule rezultă $\cos\varphi_1=\sqrt{2}/2$; $\cos\varphi_2=\sqrt{2}/2$.

Atunci, $\cos(\varphi_1+\varphi_2)=0$ și

$$Z=\sqrt{Z_1^2+Z_2^2}=2\ \Omega.$$

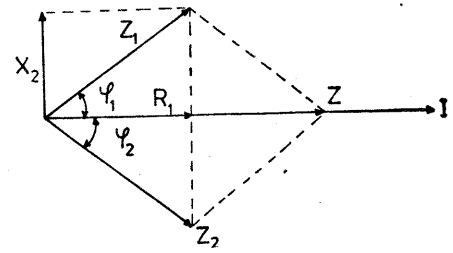


Fig. 1.315. R

Deci, $I=U/Z=1$ A.

1.316. Condiția ca ampermetrul să nu fie străbătut de curent atunci cînd circuitul este alimentat în c.c. este:

$$R_1=R_2\frac{R_3}{R_4}=450\ \Omega.$$

În cazul cînd circuitul se alimentează cu tensiune alternativă este necesar ca potențialele punctelor A și B să fie egale, deci:

$$L_1\frac{dI_1}{dt}+R_1I_1=L_2\frac{dI_2}{dt}+R_2I_2\ (1)\ \text{și}\ R_3I_1=R_4I_2\ (2).$$

Din (2) rezultă $I_2=\frac{R_3}{R_4}I_1$

și se introduce în (1):

$$L_1\frac{dI_1}{dt}+R_1I_1=L_2\frac{R_2}{R_4}\frac{dI_1}{dt}+R_2\frac{R_3}{R_4}I_1;\ L_1\frac{dI_1}{dt}=L_2\frac{R_3}{R_4}\frac{dI_1}{dt}.$$

Cum $\frac{dI_1}{dt}\neq0$ rezultă $L_1=L_2\frac{R_3}{R_4}=4500$ H.

1.317. Dacă se lucrează cu mărimi fazoriale se obține: (fig. 1.317.a.R)

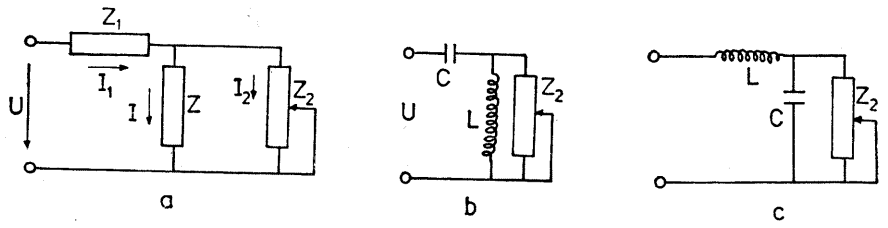


Fig. 1.317. R

$$I_1=\frac{U}{Z_1+\frac{ZZ_2}{Z+Z_2}};\quad I_2=I_1\frac{Z}{Z+Z_2}=\frac{UZ}{ZZ_1+Z_2(Z+Z_1)}.$$

Pentru ca I_2 să nu depindă de Z_2 trebuie ca $Z=-Z_1$ ceea ce este echivalent cu $R+R_1=0$, simultan cu $X+X_1=0$, unde

$$Z=\sqrt{R^2+X^2}\ \text{și}\ Z_1=\sqrt{R_1^2+X_1^2}.$$

Relația $R+R_1=0$ este posibilă doar dacă $R=R_1=0$, iar din $X+X_1=0$ rezultă că cele două reactanțe sînt una inductivă și cealaltă capacitivă și egale ca în figurile 1.317.b.R și 1.317.c.R.

1.318. a) Pentru a asigura condițiile de rezonanț ă ale tensiunilor trebuie ca reactanța X să fie egală cu reactanța echivalentă a circuitului R.L.C. și să introducă un defazaj de semn opus.

Astfel, conform diagramei fazoriale, reprezentată în figura 1.318.a.R,

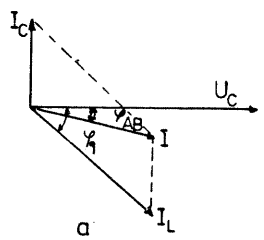


Fig. 1.318 a. R

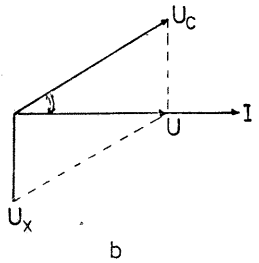


Fig. 1.318 b. R

$$I\sin\varphi_{AB}=I_L\sin\varphi_L-I_C$$

iar din diagrama fazorială, reprezentată în figura 1.318.b.R,

$$U_X=U_C\sin\varphi_{AB}.$$

Din cele două relații rezultă că:

$$\frac{U_C}{Z_{AB}}\sin\varphi_{AB}=\frac{U_C}{\sqrt{R^2+X_L^2}}\cdot\frac{U_1}{\sqrt{R^2+X_L^2}}-\frac{U_C}{X_C}$$

și $X=Z_{AB}\sin\varphi_{AB}$, de unde $X=Z_{AB}^2\cdot\frac{X_LX_C-R^2-X_L^2}{X_C(R^2+X_L^2)}$.

Din $\frac{1}{Z_{AB}^2}=\frac{1}{X_C^2}+\frac{1}{R^2+X_L^2}+\frac{2}{X_C\sqrt{R^2+X_L^2}}=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\varphi_1\right)=$

$$=\frac{R^2+X_L^2+X_C^2-2X_LX_C}{X_L^2(R^2+X_L^2)}.$$

Deci, $X=\frac{X_C(X_LX_C-R^2-X_L^2)}{R^2+X_L^2+X_C^2-2X_1X_C}=164\ \Omega.$

Reactanța circuitului AB fiind inductivă rezultă că X trebuie să aibă caracter capacitiv.

b) $U=I\sqrt{Z_{AB}^2-X^2}=\frac{I_C\cos\varphi_L}{\sin(\varphi_L-\varphi_{AB})}\sqrt{Z_{AB}^2-X^2}=14$ V.

1.319. a) Tensiunea la bornele condensatorului este aceeași cu cea de la bornele rezistorului R, deci defazajul între curentul prin R și tensiunea de pe R este nul;

b) Condensatorul și rezistorul R fiind legați în paralel defazajul dintre curenți este egal cu $\pi/2$;

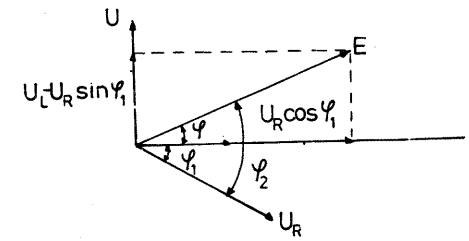


Fig. 1.319. R

c) Conform diagramei din figura 1.319.R.

Elemente neliniare de circuit

1.320. a) $I=U\left(\frac{1}{r_0+\alpha U}+\frac{1}{R}\right)$.

b) $I=\frac{1}{2R\alpha}\left[(\alpha U+R+r_0)\pm\sqrt{(\alpha U+R+r_0)^2-4R\alpha U}\right]$.

1.321.

$$K=\frac{I_a}{U_a^{3/2}}=0{,}6\cdot10^{-4}\frac{\text{A}}{\text{V}^{3/2}}$$

1.322. În cazul (a) curentul prin circuit este nul, iar în cazul (c) este maxim.

1.323. a) $E_a=U_a+I_aR_s$. Din figura 1.323, $U_a=11$ V pentru $I_a=110$ mA. Astfel, $E_a=22$ V.

b) $P_d=I_aU_a=1{,}21$ W.

1.324. Ecuația dreptei caracteristice se scrie

$$I=\operatorname{tg}\alpha\, U_a \text{ (1), unde } \operatorname{tg}\alpha=4 \text{ mA/V}.$$

Din legea a II-a a lui Kirchhoff,

$$E=U_a+R_sI, \text{ de unde } I=\frac{E}{R_s}-\frac{U_a}{R_s}, \text{ sau } I=5-0{,}5\,U_a \text{ (mA) (2)}.$$

Punctul de funcționare al diodei se obține prin intersecția dreptelor date de ecuațiile (1) și (2):

$$I=4{,}44 \text{ mA} \quad \text{și} \quad U_a=1{,}11 \text{ V}.$$

1.325. $I=0$ pentru $U\leqslant E_1$;

$I=k(V-E_1)=0{,}12(V-1)$ pentru $E_1\leqslant V\leqslant E_2$;

$I=k(V-E_1)+k(V-E_2)=0{,}12(V-1)+0{,}2(V-3)$

pentru $E_1\leqslant V\leqslant E_2$;

$I=k(V-E_1)+k(V-E_2)+k(V-E_3)=0{,}12(V-1)+0{,}12(V-3)+0{,}12(V-5)$

pentru $E_3\leqslant V$.

1.326. Conform legii conservării energiei, $P_{diode}+P_R=P_E$ (1), unde $P_R=I_0^2R$ este puterea consumată în rezistorul R_0, iar $P_E=EI_0$ este puterea eliberată de baterie.

Din legea lui Ohm,

$I_0=(E-U)/R$ (2) și $I_0=I_1+I_2$, (3)

unde U este tensiunea ce cade pe diode, iar I_1 și I_2 sînt curenții din diode. Dar,

$$I_1=a_1U+b_1U^2 \text{ (4) și } I_2=a_2U+b_2U^2 \text{ (5)}.$$

Astfel, din (2) — (5), $(a_1+a_2)U+(b_1+b_2)U^2=(E-U)/R$ (6) de unde

$$U=\frac{-(a_1+a_2)(R+1)+\sqrt{(a_1+a_2)(R+1)^2-4E(b_1+b_2)R}}{2(b_1+b_2)R}=35{,}8 \text{ V}.$$

Atunci $I_0=16{,}42$ mA și $P_{diode}=I_0(E-I_0R)=0{,}587$ W.

1.327. Curba 1 pentru $U_g>0$; 2 pentru $U_g=0$ și 3 pentru $U_g<0$.

1.328. a) Viteza electronilor va fi cuprinsă între valorile

$$v_1=\sqrt{2eU_1/m} \text{ și } v_2=\sqrt{2eU_2/m},$$

unde $U_1=56$ V și $U_2=60$ V, adică $v_1=4{,}435\cdot10^6$ m/s și $v_2=4{,}591\cdot10^6$ m/s.

b) Viteza cu care electronii ajung la placă rămîne aceeași deoarece, în ambele cazuri electronii parcurg aceeași diferență de potențial.

1.329.

a) $\mu=-\left(\frac{\Delta U_a}{\Delta U_g}\right)_{I_a=\text{const.}}=100$; $S=\left(\frac{\Delta I_a}{\Delta U_g}\right)_{U_a=\text{ct.}}=2$ mA/V;

$$R_i=\frac{\mu}{S}=50 \text{ k}\Omega.$$

b) $E_A=U_A+I_aR_s=300$ V; $u_a=E_a-R_si_{aa}=300-50\cdot10^3\,i_a$

$$\text{și } i_a-I_a=(u_g-U_g)\frac{\mu}{(R_i+R_s)};$$

La $U_g=1$ V corespunde $I_a=1$ mA și $V_a=200$ V.

Caracteristica dinamică este o dreaptă care intersectează axa I_a în punctul $I_a=3$ mA și axa U_g în $U_g=-3$ V.

1.330. a) Scriind ecuația triodei,

$$U_a=\mu\Delta U_g+R_i\Delta I_a,$$

în cazul considerat, adică

$$U_{a_1}-U_a=SR_i(U_g-U_{g_1})+R_i(I_{a_1}-I_a),$$

rezultă $U_{a_1}=330$ V.

b) Din definiția lui S, pentru $I_a=0$ (blocaj):

$$U_{g\,blocaj}=U_{g_1}-\frac{I_{a_1}}{S}=-12 \text{ V}.$$

1.331 a) Rezistența internă a triodei este $R_i=\mu/S=4{,}583\cdot10^3\ \Omega$. Din legea lui Ohm, $U_a=I_a(R_i+R_s)$, rezultă

$$R_s=\frac{U_a}{I_a}-R_i=5{,}417 \text{ k}\Omega.$$

b) Impedanța $Z=U_a/I_a=10$ kΩ, unde $Z^2=R_i^2+X_L^2$,

adică $L=\frac{1}{2\pi\nu}\sqrt{Z^2-R_i^2}=1{,}41$ H.

c) În primul caz, $P=I_a^2R_i=1{,}03$ W, iar în al doilea caz,

$$P=UI_a\cos\varphi=I^2\,R_i\,R_i/Z=0{,}47 \text{ W}.$$

1.332. Valoarea maximă a tensiunii alternative pe una din diode este $U'_{max}=U_{max}/2=300$ V unde U'_{max} este valoarea maximă a tensiunii la bornele secundarului.

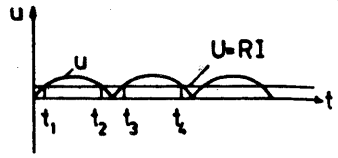


Fig. 1.332. R

Deoarece curentul prin rezistența de sarcină este constant rezultă că tensiunea la bornele condensatorului este constantă și are valoarea $U=RI=150$ V.

Dubla diodă conduce în cazul cînd $|u'|>U$ unde $u'=U'_{max}\sin\omega t$.

Rezolvînd ecuația $U'_{max}\sin\omega t=U$ se obțin punctele de intersecție dintre cele două curbe, care sînt prezentate în figura 1.332.R. Acestea sînt:

$$\omega t=\pi/6;\ 5\pi/6;\ 7\pi/6;\ 1\pi/6\ \cdots\ (s)$$

Momentele de timp vor fi

$$t=1/600,\ 5/600,\ 7/600,\ 11/600\ \cdots$$

În figura 1.332.R se vede că într-o perioadă timpul în care dioda nu conduce este $t=t_1+(t_3-t_2)+(T-t_4)$
unde: $T=20\cdot10^{-3}$ s. Se obține: $t=6{,}66$ ms.

1.333. Factorul de modulație al tensiunii la bornele condensatorului C_1 este $\gamma=U_{m_1}/U_1$, deci $U_{m_1}=5$ V, iar frecvența este $\nu=2\nu_0$ (fiind o redresare bialternanță). La frecvența ν reactanța condensatorului C_2 este neglijabilă față de rezistența R, ceea ce înseamnă că trecerea curentului alternativ se face în principal prin condensator. Căderea de tensiune de pe grupul L_1C_2 este aceeași cu aceea de la bornele lui C_1. Amplitudinea U_{m_2} a tensiunii la bornele lui C_2 este:

$$U_{m2}=U_{m_1}\cdot X_{C_2}/(X_L-X_{C_L})=8{,}3\text{ mV}.$$

Tensiunea continuă la bornele rezistorului R este egală cu U_1, căderea de tensiune continuă pe bobină fiind neglijabilă. Se obține astfel

$$\gamma_2=U_{m_2}/U_1=0{,}166\cdot10^{-3}.$$

1.334. Schema este aceea a unui multiplicator de tensiune. Astfel pe o alternanță condensatorul C_1 se încarcă prin dioda D_1, la valoarea de vîrf a tensiunii la borne (U_m). În alternanța următoare tensiunea de pe C_1 însumată cu tensiunea de la borne încarcă prin dioda D_2, condensatorul C_2 la valoarea $2U_m$. În acest fel după un timp suficient de lung C_2 va păstra la borne tensiunea: $U=2U_m=620$ V.

1.335. Din caracteristica volt-amper prezentată în figura 1.335.b este evident că în „cutia neagră" trebuie să se găsească un element neliniar.

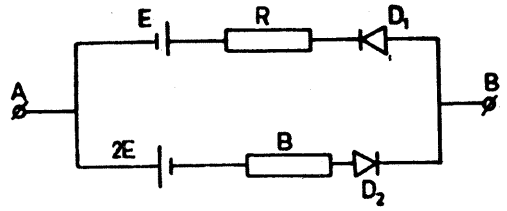


Fig. 1.335.R

Una din schemele posibile este arătată în figura 1.355.R unde $R=\operatorname{tg}\alpha$. Dacă tensiunea aplicată între punctele A și B este mai mare decît E, se deschide dioda D_1, iar dacă tensiunea aplicată între A și B este negativă și mai mare ca $2E$ se deschide dioda D_2.

1.336. Caracteristica diodei poate fi scrisă sub forma:

$$r=0,\ i<0,\ u_r=0;\ r=\infty,\ i=0,\ u_r<0,$$

iar din legea lui Ohm, $u=u_r+Ri$

$$\text{rezultă}\quad i(t)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2}\,u}{R}\sin\omega t\text{, pentru } 0<t<\dfrac{T}{2}\\ 0\text{, pentru } \dfrac{T}{2}<t<T.\end{cases}$$

$$\text{și}\quad u_r=u-R_i=\begin{cases}0\text{, pentru } 0<t<\dfrac{T}{2}\\ \sqrt{2}U\sin\omega t\text{, pentru } \dfrac{T}{2}<t<T\end{cases}$$

unde $T=2\pi/\omega$.

1.337. Notînd cu U tensiunea între punctele A și B,

$$I=I_1+I_2,\ I_1R=U,\ E-IR=U,$$

de unde $I_2=(E-2U)/R$.

În același timp I_2 și U trebuie să respecte și dependența arătată în figura 1.337.a. Reprezentînd grafic cele două dependențe simultan (fig. 1.337.R) observăm că cele două curbe se intersectează pentru

$I_2=10$ mA și $U=50$ V.

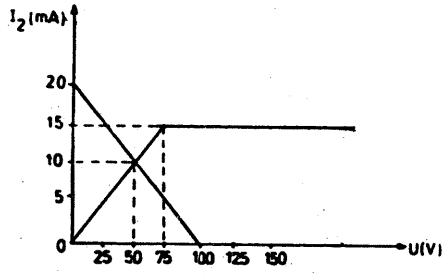


Fig. 1.337.R

1.338. După închiderea întrerupătorului K dioda este deschisă şi

$$u=U_m\cos\omega t=L\frac{di}{dt},\ \text{de unde}\ i=\frac{U_m\sin\omega t}{\omega L}.$$

În momentul $t_1=\pi/\omega$ curentul electric în bobină se anulează. Din acest moment pînă în momentul $t_2=3\pi/2\omega$ curentul rămîne nul deoarece dioda este închisă. În momentul t_2 dioda se deschide din nou. În continuare tensiunea de la capetele diodei va fi

$$u=U_m\cos\left(\omega t+\frac{3}{2}\pi\right)=U_m\sin\omega t,$$

iar curentul prin bobină

$$i=\frac{U_m}{\omega L}(1-\cos\omega t),$$

pentru a asigura că la $t=t_2$, $i=0$.

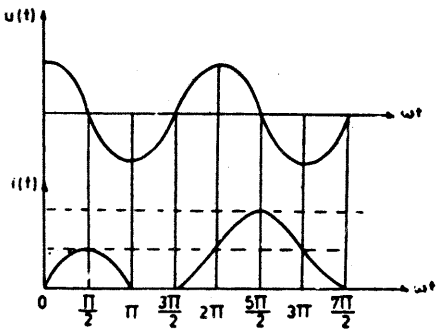


Fig. 1.338. R

În figura 1.338.R sînt reprezentate funcţiile $u(t)$ şi $i(t)$.

1.339.

$$i(t)=\frac{|E_m\cos\omega t|-2u_0}{R}=|\cos\omega t|-0{,}5\ (\text{A}).$$

1.340. a) Se observă că dioda conduce pentru $U>Ud$, deci în circuit apare curent pe alternanţa pozitivă a tensiunii de la borne. Momentele de timp între care dioda conduce se determină rezolvînd ecuaţia:

$$220\sin 100\pi t=1$$

de unde rezultă $t_1=13\cdot10^{-6}s$, $t_2=9{,}6\cdot10^{-3}$s.

Dioda conduce între t_1+nT şi t_2+nT.

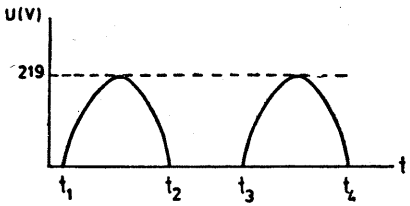
Graficul tensiunii la bornele lui R este prezentat în figura 1.340.a.R,

b) Din curba curent-tensiune a diodei se obţin rezistenţele directă şi inversă ale diodei.

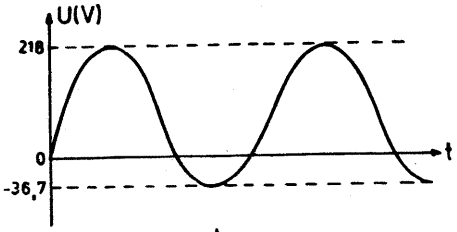
$$R_d=10\Omega\ \text{şi}\ R_i=5\cdot10^3\Omega$$

În polarizare directă:

$$u_R\ (t)=\frac{RU}{R+R_d}\sin\omega t=218\sin 100\,\pi t$$



a



b

Fig. 1.340 a.R

Fig. 1.340 b.R

pentru intervalul $\left[nT;(2n+1)\frac{T}{2}\right]$.

În polarizare inversă tensiunea pe R va fi

$$u_R=\frac{RU}{R+R_i}\sin\omega t=36{,}7\sin 100\,\pi t.$$

pentru intervalul $\left[(2n-1)\frac{T}{2};\ nT\right]$.

Graficul tensiunii este înfăţişat în figura 1.340.b.R.

1.341. a) Din legea lui Ohm, $U=U_d+IR_1$, rezultă că:

$$R_1=\frac{U-U_d}{I_d}=1{,}1\ \text{k}\Omega;$$

b) $R_1'=\frac{U-U_d}{I}$, unde $I=I_d+\frac{U_d}{R_s}$,

astfel că: $R_1'=\frac{(U-U_d)R_s}{I_dR_s+U_d}=440\ \Omega$.

c) $R_s=\frac{U_d}{I_s}=\frac{U_d}{I-I_d}$, unde $I=I_d+\frac{U_d}{R_s}=25$ mA.

Pentru $I_d=I_{min}$, $R_s=367\ \Omega$, iar pentru $I_d=I_{max}$, $R_s=1636\ \Omega$.

1.342. Datorită condensatorului C circuitul este întrerupt în curent continuu, astfel încît căderea de tensiune pe rezistenţa R este nulă. Cum pragul de tensiune al diodei este $U_d=2$ V, rezultă că diferenţa $U=E-U_d$ cade pe condensator. Deci:

$$Q=CU^2/2=4{,}8\ \text{mJ}.$$

1.343. Enunţul problemei nu menţionează care este polaritatea iniţială. Vom considera cele două cazuri separat:

a) Dacă inițial punctul A este legat la „plusul" bateriei, diodele fiind ideale, rezistorii sînt legați în paralel și rezistența echivalentă este egală cu

$$R_1 = R/3$$

iar în intervalul de timp t_1 în circuit se degajă căldura

$$Q_1 = U^2 t_1 / R_1 = 3U^2 t_1 / R.$$

Cînd se inversează polaritatea curentul nu trece prin diode și cele trei rezistoare sînt legate în serie, adică, rezistența echivalentă este egală cu $R_2 = 3R$. În intervalul de timp t_2 se degajă căldura

$$Q_2 = U^2 t_2 / R_2 = U^2 t_2 / 3R.$$

Căldura totală degajată va fi:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{U^2}{R}\left(3t_1 + \frac{t_2}{3}\right) = 11{,}2 \text{ J}.$$

b) Dacă la momentul inițial punctul A este legat la „minusul" bateriei căldura totală degajată va fi

$$Q' = \frac{U^2}{R}\left(\frac{t_1}{3} + 3t_2\right) = 36{,}8 \text{ J}.$$

1.344. a) În cazul valorilor date ale lui C și R sarcina condensatorului variază neglijabil, astfel că putem considera curentul de descărcare al condensatorului constant.

Atunci, $\Delta U = \frac{\Delta q}{C} = \frac{I \cdot \Delta t}{C} = \frac{U \cdot \Delta t}{RC}$ și $\gamma = \frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta t}{RC}$.

Dacă condensatorul se descarcă puțin atunci descărcarea începe în momentul în care tensiunea are valoarea maximă pozitivă (fig. 1.344.R). Se observă că:

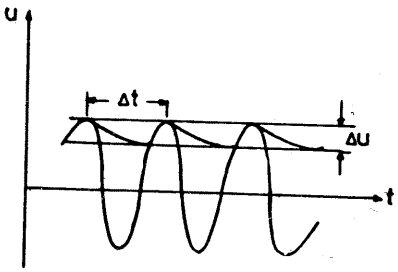


Fig. 1.344. R

$\Delta t = T = 1/\nu$ și $\gamma = 1/\nu RC = 0{,}04$.

b) Prin legarea în serie a bobinei coeficientul de pulsație a tensiunii scade. Curentul poate fi considerat în continuare constant și tensiunea pe condensator se va modifica în același mod ca la punctul a). Astfel, tensiunea de pe bobină va compensa variația tensiunii de pe condensator, astfel că valoarea maximă a curentului va apărea la mijlocul perioadei:

$$E = \frac{\Delta U}{T} \cdot t \text{ (pentru } t \in [nT, (n+1)T])$$

$$\text{și } I = I_0 - \frac{\Delta U}{T} \cdot \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{2} t^2$$

În acest caz pulsația se obține din variația curentului:

$$\Delta I = I_{max} - I_{min} = \frac{1}{2} \frac{\Delta U}{LT} \cdot \frac{T}{4} = \frac{1}{8} \frac{UT^2}{LRC},$$

deoarece $\Delta U = \frac{UT}{RC}$.

Dar $\Delta U_1 = R\Delta T$ și $\gamma_1 = \frac{\Delta U_1}{U} = \frac{1}{8} \frac{T^2}{LC} = 5 \cdot 10^{-4}$.

Astfel $\gamma/\gamma_1 = 80$, deci introducerea bobinei a micșorat factorul de ondulație de 80 ori.

1.345. Circuitul din figura 1.345.a poate funcționa în două regimuri: cînd dioda este închisă ($u \neq U_0$) și cînd dioda este deschisă ($u = U_0$).

Dacă dioda este închisă curentul trece doar prin ramurile rezistorilor R și R_0 și este egal cu

$$i_I = \frac{u(t)}{R_0 + R} \quad (1).$$

În al doilea caz, cînd dioda este deschisă și $u = U_0 = \text{constant}$,

$$i_{II} = i_1 + i_2 \quad (2) \text{ și } u_0 - i_1 R = i_2 R \quad (3),$$

$$i_2 R = u(t) - i_{II} R_0 \quad (4).$$

Din (2)—(4) $i_{II} = \frac{2U(t) - U_0}{R + 2R_0}$ (5).

Este evident că în momentul deschiderii diodei tensiunea la bornele A și B este U_0 astfel că

$$i_1 R = U_0, \text{ sau } \frac{u(t) \cdot R}{R_0 + R} = U_0$$

de unde $u(t) = U_0 \frac{R_0 + R}{R} = U_m \cos \omega t_0$

și

$$\cos \omega t_0 = \frac{U_0}{U_m} \cdot \frac{R_0 + R}{R},$$

care este valoarea la care se schimbă regimul de funcționare al circuitului.

În cazul numeric considerat, $i_I = 10^{-2}\cos\omega t$ (A);

$i_{II} = (1{,}5\cos\omega t - 0{,}5)\cdot 10^{-2}$ (A); $\cos\omega t_0 = 1/2$.

În figura 1.345.R este reprezentată dependența curentului de ωt.

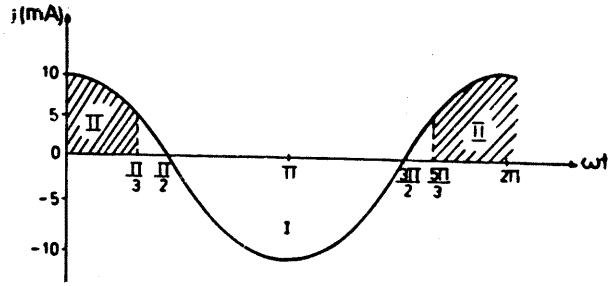


Fig. 1.345.R

1.346. Sistemul de ecuații:

$$E = U_R + U = RI + U;\quad I = I_0(e^{qU/kT} - 1)$$

se rezolvă prin metoda grafică (fig. 1.346.R).

Punctul de funcționare al diodei este M, pentru care

$I_M = 1{,}6$ mA și $U_M = 0{,}4$ V.

Se verifică: $E = U_M + I_M R = 2$ V.

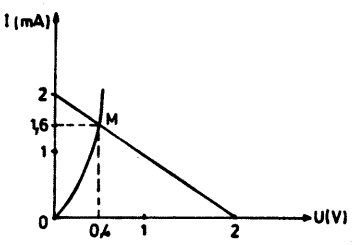


Fig. 1.346.R

1.347. a) Dioda se deschide în cazul cînd tensiunea pe rezistența R_2 egalează t.e.m. E, deci:

$$U\,\frac{R_2}{R_1+R_2} = E.\ \text{Se obține:}\ U = 15\ \text{V}.$$

În cazul a) curentul prin R_2 este:

$$I = I_2 = \frac{U}{R_1+R_2} = 1{,}66\cdot 10^{-3}\text{A}.$$

b) Ecuațiile Kirchhoff se scriu:

$$I = I_1 + I_2,\quad U = IR_1 + I_2R_2,\quad U - E = IR_1$$

deci $I_2 = E/R_2 = 5\cdot 10^{-3}$A.

1.348. Dioda se va deschide în cazul cînd tensiunea pe rezistorul R va fi egală cu E_2. Scriind legea Kirchhoff se obține $E_1 - IR_1 = E_2$ deci: $I = \frac{E_1-E_2}{R_1} = 2$ mA și $R = \frac{E_2}{I} = 5$ kΩ.

1.349. a) Valoarea maximă a tensiunii din secundar este

$$U_{2m} = U_{1m}\frac{n_2}{n_1} = 20\ \text{V}.$$

În polarizare directă dioda are o rezistență $R_d = 1/S = 0{,}5$ kΩ, deci rezistența totală din secundar este $R = R_d + R_s = 2$ kΩ.

Intensitatea curentului în circuitul de redresare este:

$$i_2 = \frac{U_{2m}\sin\omega t}{R} = 10\sin\omega t\ (\text{mA}).$$

Valoarea sa maximă este deci $I_{2m} = 10$ mA.

Prin definiție valoarea eficace a curentului este:

$$I_{2e}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i_2^2(t)\,dt.$$

Avînd redresare monoalternanță perioada este 2π însă pe o jumătate de perioadă curentul este nul, deci

$$I_{2e}^2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} i^2(t)\,dt = \frac{I_{2m}^2}{4}\ \text{sau}\ I_{2e} = \frac{I_{2m}}{2} = 5\ \text{mA}.$$

b) Componenta continuă a curentului este:

$$I_{2\,0} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt = \frac{I_{2m}}{\pi} = 3{,}18\ \text{mA},$$

iar componenta continuă a tensiunii pe rezistență:

$$U_0 = R_sI_{20} = 4{,}77\ \text{V}.$$

c) Factorul de ondulație este $\gamma = U_{2e}/U_0 = 1{,}57$.

1.350. a) $U_{2m} = U_{1m}\frac{n_2}{n_1} = 2000$ V

și deci $I_{2m} = U_{2m}/R_s = 1$ A.

b) $U_0 = 2R_sI_{2m}/\pi = 1273{,}8$ V.

c) $U_{\text{inv max}} = U_{2m} = 2000$ V.

Dar $T=2\pi\sqrt{LC}=2\pi q_m/I_m$ și deci $\lambda=cT=38$ m;

$$C=q_m^2/LI_m^2=2\cdot10^{-9}\text{F}.$$

1.361. Legea conservării energiei se scrie

$$\frac{CU^2}{2}+\frac{LI^2}{2}=\frac{CU_m^2}{2}=\frac{LI_m^2}{2}$$

de unde $I_m=U_m\sqrt{\frac{C}{L}}=2{,}23$ A.

1.362. $T=2\pi\sqrt{LC}=2\pi\frac{q_m}{I_m}=2\pi\frac{CU_m}{I_m}$; $\nu=\frac{I_m}{2\pi CU_m}$.

1.363. Energia maximă a cîmpului magnetic este $W_m=LI_m^2/2$ deci $CU^2/2=\frac{1}{2}LI_m^2/2$,

și rezultă: $U=10$ V.

1.364. a) $q_m=CU_m=10^{-3}$C. $I_m=\sqrt{q_m^2/LC}=10$ A.

b) $i=10\sin 10^4t$ A.

1.365. Căldura degajată în rezistor va fi egală cu diferența dintre valorile energiei electromagnetice din circuit la momentele de timp în care intensitatea curentului are valorile I_1 și I_2, adică $Q=W_1-W_2$.

În momentul în care intensitatea curentului în circuit este maximă, adică tensiunea electromotoare de inducție este nulă, se poate scrie că: $U_C+IR=0$, adică $|U_C|=IR$.

Energia electromagnetică din circuit este egală cu:

$$W=\frac{1}{2}LI^2+\frac{1}{2}CU_c^2=\frac{1}{2}I^2(L+CR^2).$$

și $Q=W_1-W_2=\frac{1}{2}(L+CR^2)(I_1^2-I_2^2)$.

1.366. Energia maximă este $W_{max}=q_0^2/2C$. După timpul t avem egalitatea energiilor înmagazinate în cîmp electric și cîmp magnetic,

$$(q^2/2C)+(LI^2/2)=q_0^2/2C.$$

Deci sarcina pe condensator în acest moment va fi: $q=q_0/\sqrt{2}$.

Dar $q=q_0\sin\omega t$ și deci $\sin\omega t=1/\sqrt{2}$, unde $\omega=1/\sqrt{LC}$.

Rezultă $\omega t=\pi/4$ sau $t=\sqrt{LC}\cdot\pi/4$.

1.367. Condensatorul C_1 are la momentul inițial înmagazinată în cîmp electric energia: $W_0=q_0^2/2C_1$.

După închiderea întrerupătorului sarcina se distribuie pe cele două condensatoare legate în paralel. Cînd tensiunea la bornele lor va fi egală, curentul prin circuit are valoarea maximă.

Legile conservării sarcinii electrice și a energiei totale se scriu:

$$q_0=C_1U_1+C_2U_1;\quad \frac{q_0^2}{2C_1}=\frac{C_1U_1^2}{2}=\frac{C_2U_1^2}{2}+\frac{LI_m^2}{2}$$

unde U_1 reprezintă tensiunea la bornele condensatoarelor în cazul cînd curentul are valoarea maximă I.

Din cele două relații rezultă:

$$I_m=\frac{q_0}{C_1}\sqrt{\frac{C_1C_2}{L(C_1+C_2)}}.$$

1.368. La rezonanță: $I_0=U/R$, iar la o frecvență $\nu_0\pm\Delta\nu$ curentul este: $I=U/\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$ (1).

Factorul de calitate al circuitului este

$$Q=\omega_0L/R=1/\omega_0RC$$

deci X_L și X_C se scriu

$$X_L=\omega QR/\omega_0 \text{ și } X_C=\omega_0QR/\omega$$

Înlocuind cele două reactanțe în (1) rezultă:

$$I=I_0\Big/\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\nu}{\nu_0}-\frac{\nu_0}{\nu}\right)^2}$$

$$\text{dar}\left(\frac{\nu}{\nu_0}-\frac{\nu_0}{\nu}\right)^2=\left[\frac{(\nu-\nu_0)(\nu+\nu_0)}{\nu_0\nu}\right]^2\cong\frac{2\nu\Delta\nu}{\nu_0\nu}$$

și deci: $I/I_0=1\Big/\sqrt{1+Q^2\left(\frac{2\Delta\nu}{\nu_0}\right)}$.

1.369. În cazul cînd întrerupătorul K este închis curentul trece prin bobină și are valoarea $I_0=E/r$ (constantă).

Deschizînd întrerupătorul apar oscilații, energia maximă înmagazinată în cîmp magnetic fiind

$$W_m=LI_0^2/2.$$

Pulsația oscilațiilor va fi $\omega=1/\sqrt{LC}$.

Tensiunea maximă pe condensator se obține din legea conservării energiei și are valoarea: $U_m=I_0\sqrt{L/C}$.

Valoarea instantanee a tensiunii pe condensator va fi:

$$u = \left(\frac{E}{r}\right)\sqrt{\frac{L}{C}}\sin \omega t.$$

1.370. $\lambda = cT = c2\pi\sqrt{LC} = c\ 2\pi\sqrt{L\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}}$,

de unde $\varepsilon_r = \lambda^2 d/4\pi^2 c^2 L\varepsilon_0 S = 6$.

1.371. Capacitatea vibratorului introdus în petrol crește de ε_r ori, deci frecvența oscilațiilor sale va descreşte de $\sqrt{\varepsilon_r}$ ori;

În vid $\nu_0 = c/2l$, iar în petrol $\nu = c/2l\sqrt{\varepsilon_r}$. Lungimea de undă în petrol va fi $\lambda = c/\nu = 2l\sqrt{\varepsilon_r} \cong 1{,}4$ m.

1.372. $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3 \cdot 10^8$ m/s.

În vid lungimea de undă este: $\lambda_0 = c/\nu = 6{,}67 \cdot 10^{-3}$ m.

Viteza undei în benzen este: $v = c/\sqrt{\varepsilon_r} = 2 \cdot 10^8$ m/s
şi lungimea de undă $\lambda = v/\nu = 0{,}44 \cdot 10^{-3}$ m.

1.373. a) $\lambda = 2l$ şi $\nu = c/\lambda = c/2l = 0{,}75$ MHz.

b) $T = 2\pi\sqrt{LC}$ deci: $L = \frac{1}{4\pi^2 C\nu^2} = 29{,}6$ mH.

1.374. Se notează cu c viteza undei electromagnetice în aer şi cu v viteza undei în dielectric $\left(v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right)$.

Pentru o emisie optimă este necesar ca între antenă şi circuitul oscilant să existe un regim de rezonanță (perioada oscilațiilor electromagnetice să fie egală cu aceea a undelor emise de antenă). Perioada oscilațiilor electrice este $T = 2\pi\sqrt{LC}$ unde

$$L = \mu N^2 S_1/l_1 \text{ şi } C = \varepsilon S_2/d$$

$$\text{deci } T = \frac{2\pi N}{v}\sqrt{\frac{S_1 S_2}{dl_1}}$$

unde N este numărul de spire al bobinei, S_1 aria spirei şi S_2 aria armăturii condensatorului.

Lungimea minimă a antenei este $l = \lambda/2 = CT'/2$ unde T' este perioada undelor electromagnetice.

Pentru funcționare în condiții optime este necesar ca $T = T'$ (1) condiție care în cazul cînd circuitul este în dielectric se scrie:

$$\frac{2l}{c} = \frac{2\pi N}{v}\sqrt{\frac{S_1 S_2}{dl}} \quad (2).$$

În cazul cînd antena este în dielectric condiția (1) devine:

$$\frac{2l}{v} = \frac{2\pi N}{c}\sqrt{\frac{S_1 S_2}{d_2 l}} \quad (3).$$

Împărțind relația (2) la (3) se obține: $v^2/c^2 = d_2/d_1$,
deci indicele de refracție este: $n = \sqrt{d_2/d_1} = 2{,}41$.

Dacă antena şi circuitul sînt în aer condiția (1) se scrie:

$$l = \pi N\sqrt{\frac{S_1 S_2}{dl}} \quad (4).$$

Împărțind (4) la (2) rezultă: $c = v\sqrt{d_1/d}$, *dar* $\frac{c}{v} = \sqrt{d_1/d_2}$

deci $d = \sqrt{d_1 d_2} = 2$ mm.

1.375. a) $\lambda = 2l$ şi $\nu = c/\lambda = 7{,}5 \cdot 10^8$ Hz.

b) În apă $\nu = v/\lambda_1 = c/n\lambda_1$. Deci $\nu = c/n2l_1$ şi $l_1 = l/9$.

Capitolul 2

FENOMENE OPTICE

ENUNȚURI

Fotometrie

2.1. Se consideră o sursă punctiformă de 200 cd. Să se determine distanța față de sursă la care un flux luminos de 0,025 lm trece printr-o arie de 5 cm² a unei suprafețe, normală pe razele de lumină.

2.2. Deasupra centrului unei suprafețe circulare este suspendat un bec. Iluminarea E_1 în centrul suprafeței este egală cu 40 lx, iar iluminarea E_2 la marginea suprafeței este de 5 lx. Sub ce unghi cade lumina la marginea suprafeței?

2.3. Un bec cu o intensitate luminoasă $I_1=100$ cd este suspendat deasupra mijlocului unei mese rotunde cu un diametru $d=3$ m, la o înălțime $h_1=2$ m. Se înlocuiește becul cu un altul cu $I_2=25$ cd, iar distanța pînă la masă este schimbată astfel încît iluminarea în mijlocul ei să rămînă neschimbată. Să se arate cum se va modifica iluminarea la marginea mesei.

2.4. Cu un aparat de fotografiat ce are o sursă de lumină de intensitate I_1 se execută fotografia unui obiect situat la distanța d_1 în timpul t_1; Să se determine timpul pentru efectuarea fotografiei în condiții optime dacă se înlocuiește sursa de lumină cu o alta avînd intensitatea I_2, iar distanța dintre aparat și obiect devine d_2.

2.5. Sursele S_1 și S_2 cu intensități egale se află în vîrfurile unui triunghi dreptunghic isoscel (fig. 2.5). Cum trebuie poziționată placa aflată în vîrful cu unghiul drept, pentru ca iluminarea ei să fie maximă? Să se determine valoarea acesteia. Laturile triunghiului sînt $AS_1=AS_2=l$.

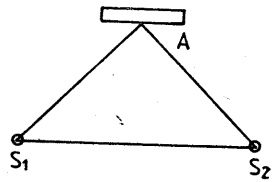


Fig. 2.5

2.6. În centrul unei camere pătrate cu suprafața de 25 m² atîrnă o lampă. Considerînd lampa ca un izvor punctiform de lumină să se calculeze înălțimea față de podea la care trebuie atîrnată lampa pentru ca iluminarea în colțurile camerei să fie maximă.

2.7. La înălțimea $h_1=3{,}0$ m față de podea atîrnă o lampă cu intensitatea luminoasă $I_1=250$ cd iar la înălțimea $h_2=4{,}0$ m o lampă cu intensitatea luminoasă $I_2=150$ cd. Distanța dintre cele două lămpi este $l=2{,}5$ m (fig. 2.7).

Să se calculeze raportul dintre iluminările date de cele două lămpi pe podea în punctele A și B.

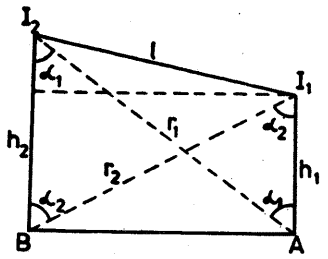


Fig. 2.7

2.8. Distanța dintre două lămpi de intensitate I_1 și I_2 este L. Să se calculeze la ce distanță de prima lampă trebuie așezată perpendicular pe dreapta ce unește cele două lămpi, o coală de hîrtie pentru ca iluminarea dată de prima lampă pe o parte a hîrtiei să fie de n ori mai mare decît iluminarea dată de a doua lampă pe cealaltă parte a hîrtiei.

2.9. Distanța între perpendicularele duse din două surse de lumină S_1 și S_2, situate la înălțimile h_1 și respectiv h_2 ($h_1<h_2$) de o suprafață, este l. Intensitățile surselor sînt I_1 și I_2. Să se determine iluminările în punctele aflate la intersecția normalelor duse din S_1 și S_2 cu suprafața, precum și în punctul de pe suprafață situat la jumătatea distanței dintre aceste intersecții.

2.10. Deasupra centrului unei mese rotunde de rază $r=1{,}0$ m este așezată o sursă luminoasă de forma unui disc plan orizontal cu aria $S=100$ cm². Strălucirea sursei este $B=1{,}6\cdot10^4$ cd/m² și nu depinde de direcție.

Să se calculeze înălțimea față de masă la care trebuie așezată lampa pentru ca iluminarea să fie maximă în punctele de la periferia mesei. Cît este această iluminare?

2.11. Deasupra centrului unei mese rotunde de rază r la înălțimea $H=r$ este suspendată o lampă. Cunoscînd iluminarea în centrul mesei E_0 să se determine iluminarea medie a mesei.

2.12. O emisferă de rază R așezată cu suprafața plană pe pămînt (fig. 2.12) este luminată de două lămpi identice suspendate la înălțimea $2R$ deasupra suprafeței pămîntului, simetric față de centrul emisferei. Distanța dintre cele două lămpi este de asemenea, $2R$. Să se determine iluminarea emisferei în punctul de pe emisferă situat la distanța minimă de una dintre lămpi. Fluxul total de lumină emis de fiecare lampă este egal cu Φ.

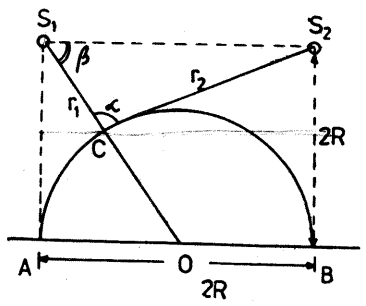


Fig. 2.12

2.13. O sursă de lumină punctuală S se deplasează uniform, paralel cu ecranul în care sînt efectuate două orificii mici la distanța d una de alta. Distanța de la sursă la ecran este egală cu h (fig. 2.13). Detectorul de lumină A așezat pe axa sistemului, înregistrează o iluminare variabilă periodic. Să se calculeze viteza de deplasare a sursei dacă frecvența de oscilație a intensității este $f=15$ Hz, lungimea de undă a luminii $\lambda=6\cdot10^{-7}$m, $d=2$ mm, $h=1$ m.

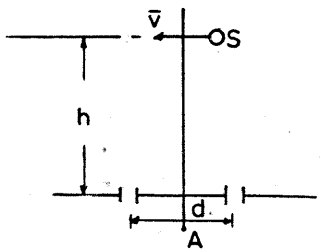


Fig. 2.13

Optică ondulatorie

2.14. Să se calculeze indicele de refracție al glicerinei știind că lungimea de undă a radiației verzi prin glicerină este de 407 nm, iar energia fotonilor $\varepsilon=3{,}31\cdot10^{-19}$ J. (Constanta lui Planck $h=6{,}625\cdot10^{-34}$J·s).

2.15. Distanța între două surse de lumină coerente S_1 și S_2 în aer este $d=0{,}15$ mm (fig. 2.15). Distanța dintre planul surselor și ecran este $l=4{,}8$ m. Să se determine diferența de drum optic dintre razele ce vin de la sursele S_1 și S_2 în punctul C, dacă $OC=16$ mm.

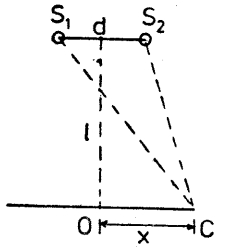


Fig. 2.15

2.16. Un detector de microunde este așezat pe malul unui lac la o înălțime $h=0{,}5$ m deasupra apei. Datorită deplasării încete a unei stele, ce emite microunde cu lungimea de undă $\lambda=21$ cm, detectorul înregistrează maxime și minime ale intensității semnalului.

Să se calculeze unghiul făcut cu orizontul de dreapta ce unește steaua cu detectorul în poziția în care se înregistrează primul maxim.

2.17. O placă este tăiată dintr-un material cu indicele de refracție $n=1{,}54$ și este iluminată cu lumină de lungime de undă $\lambda=750$ nm, normal la suprafața plăcii. Să se determine grosimea minimă a plăcii pentru care ea apare roșie în lumină reflectată.

2.18. Cum se va vedea, întunecată sau luminoasă, privită prin reflexie, o peliculă de săpun cu grosimea $d=0{,}4\,\lambda$? Pelicula se află în aer ($n=1{,}25$).

2.19. Iarna pe geamuri se formează pelicule de gheață prin care obiectele se văd verzi. Să se calculeze care este grosimea cea mai mică a acestor pelicule ($n_{\text{gheață}}=1{,}33$, $\lambda_v=0{,}55$ μm).

2.20. Un fascicul de lumină paralelă, monocromatică cu lungimea de undă $\lambda=0{,}6$ μm cade normal pe suprafața unei pelicule transparente subțiri cu indicele de refracție $n_2=1{,}4$, formată deasupra unei lame de sticlă. Să se determine grosimea minimă a peliculei astfel încît prin interferența luminii reflectate să se obțină un maxim de intensitate.

2.21. O placă de sticlă cu grosimea de 0,40 μm este iluminată în direcția normală cu un fascicul de lumină albă. Indicele de refracție al sticlei este 1,50.

Care lungimi de undă aflate în limitele spectrului vizibil ($\lambda=400$ nm pînă la $\lambda=700$ nm) vor fi întărite în fasciculul reflectat?

2.22. Care este grosimea cea mai mică a unei lame cu indicele de refracție $n=1{,}4$, în care poate avea loc interferența distructivă prin reflexie a componentei violete ($\lambda=400$ nm) a unui fascicul de lumină albă care vine din aer?

2.23. Pe o plăcuță dielectrică transparentă cu indicele de refracție $n=1{,}4$ cade lumină albă sub un unghi $\alpha=52°$. Să se determine grosimea plăcuței astfel încît lungimea de undă a luminii transmise să fie $\lambda=6{,}7\cdot10^{-7}$ m (lumină roșie).

2.24. O lamă subțire de mică ($n=1{,}58$) este așezată în calea uneia din undele ce interferă în dispozitivul lui Young. Ca urmare maximul central ia locul maximului de ordinul șapte. Dacă $\lambda=5{,}5\cdot10^{-5}$ cm să se calculeze grosimea lamei de mică.

2.25. O undă luminoasă plană monocromatică cade normal pe un ecran cu două fante aflate la distanța $d=2{,}5$ mm una de alta. Se observă un sistem de franje de interferență pe un ecran aflat la distanța $l=100$ cm în spatele ecranului cu cele două fante.

Se introduce o lamă de sticlă de grosimea $h=10$ μm în fața uneia din fante ($n_s=1{,}5$).

Să se calculeze cu cît se vor deplasa franjele de interferență și în ce sens.

2.26. În experiența lui Young în calea unuia din fasciculele care interferă se așează o plăcuță de sticlă cu indicele de refracție egal cu 1,5. Ca rezultat franja centrală ia locul franjei de ordinul cinci. Lumina este incidentă normal pe plăcuță și are lungimea de undă $\lambda=6\cdot10^{-7}$m.

Să se calculeze grosimea plăcuței.

2.27. Două surse coerente de lumină aflate la distanța $l=0{,}24$ mm una de cealaltă se găsesc la distanța $D=2{,}5$ m de un ecran, pe care se obțin franje de interferență. S-a constatat că pe distanța $d=5{,}0$ cm se formează $N=10{,}5$ franje de interferență.

Să se calculeze lungimea de undă a radiației emise de surse.

2.28. Două surse coerente de lumină albă, între care este o distanță $l=0{,}32$ mm au forma unor fante înguste. Ecranul, pe care se observă figura de interferență se află la distanța $D=3{,}2$ m de planul surselor. Să se calculeze distanța dintre maximele de ordinul doi obținute pentru lumina roșie ($\lambda_r=760$ nm) și lumina violetă ($\lambda_v=400$ nm).

2.29. O undă monocromatică emisă de un laser cu He-Ne ($\lambda=633$ nm) cade pe un ecran E pe care sînt tăiate două fante așezate la distanța $d=1$ mm. Franjele de interferență se observă pe un alt ecran E_1 aflat la distanța D de primul ecran.

a) Să se calculeze distanța D astfel încît pe ecranul E_1 distanța dintre maximul de ordinul trei și maximul central să fie egală cu $x_3=1{,}9$ mm.

b) Care este interfranja dacă întreg dispozitivul este introdus în apă cu indicele de refracție $n=4/3$.

c) Ce grosime e trebuie să aibă o lamă de sticlă cu indicele de refracție $n=1{,}5$, care așezată în calea unuia din cele două fascicule să producă înlocuirea franjei luminoase centrale cu prima franjă întunecoasă?

2.30. Într-un dispozitiv de tip Young distanța dintre sursele ce emit radiație cu lungimea de undă $\lambda=500$ nm este $d=2$ mm. Pentru a mări interfranja de pe ecran la valoarea $i=10$ mm se așează între planul surselor și ecran o lentilă convergentă subțire cu distanța focală $f=5$ cm. Între lentilă și ecran distanța este $D=2$ m. Să se calculeze distanța dintre planul surselor și lentilă.

2.31. În calea unuia dintre fasciculele din dispozitivul interferențial al lui Young se așează un tub cu lungimea $l=2$ cm, avînd la capete lame cu fețe plan-paralele de sticlă și se observă figura de interferență cînd tubul este umplut cu aer. Într-o altă experiență se umple tubul cu clor și se observă o deplasare a figurii de interferență cu $N=20$ franje. Experiențele au fost efectuate cu radiația D a sodiului ($\lambda=5890$ Å).

a) Să se calculeze indicele de refracție al clorului cunoscîndu-l pe cel al aerului $n_{aer}=1{,}000276$.

b) În ce sens se deplasează franjele de interferență cînd se umple tubul cu clor?

2.32. Un flux de lumină monocromatică cu lungimea de undă λ, provenind de la o sursă îndepărtată cade pe o pană de sticlă unghiul făcut cu normala fiind mic. O lentilă cu distanța focală f proiectează figura de interferență pe un ecran aflat la distanța d de pană (fig. 2.32).

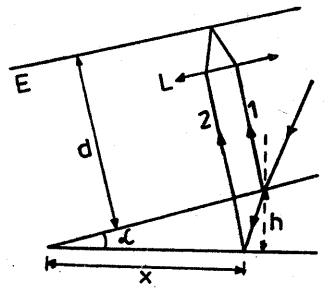


Fig. 2.32

Distanța dintre franjele de interferență pe ecran este i. Să se determine unghiul α al penei dacă se cunoaște indicele de refracție al sticlei n.

2.33. O peliculă de săpun formează o pană. Franjele de interferență observate în lumina galbenă ($\lambda=5461$ Å) reflectată sînt așezate cîte 5 pe fiecare lățime de 2 cm. Lumina cade perpendicular pe suprafața peliculei și indicele de refracție al apei cu săpun este $n=4/3$.

Să se calculeze unghiul penei.

2.34. O pană de aer formată din două plăci de sticlă este iluminată de la o sursă ce emite unde cu lungimea de undă $\lambda=600$ nm. Franjele privite în lumină reflectată pe plăci se află la 15 mm distanță unele de altele.

a) Să se calculeze unghiul dintre plăci;

b) Ce se întîmplă cu franjele dacă se umple pana cu un lichid cu indicele de refracție $n=1{,}25$?

2.35. În figura 2.35 este prezentată schema unui interferometru destinat măsurării indicilor de refracție ai substanțelor transparente. S este o fantă îngustă luminată cu lumină monocromatică cu lungimea de undă $\lambda=589$ nm, 1 și 2 sînt două tuburi identice de lungime $l=10$ cm fiecare, D un ecran cu două fante. Dacă aerul din tubul 1 este înlocuit cu amoniac imaginea de interferență de pe ecranul E se deplasează cu $N=17$ franje în sus. Indicele de refracție al aerului este $n=1{,}000277$.

Să se calculeze indicele de refracție al amoniacului.

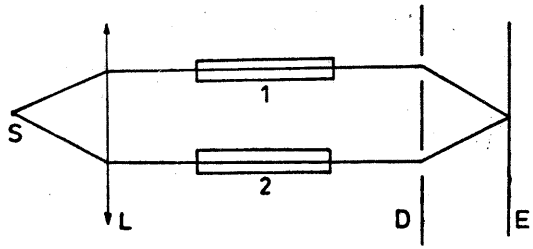


Fig. 2.35

2.36. Pentru măsurarea grosimii unui fir de păr acesta a fost așezat între două lame subțiri de sticlă. Distanța de la firul de păr la linia de intersecție a plăcilor este egală cu $d=20$ cm. Dacă se trimite pe lame radiație roșie ($\lambda=750$ nm) pe distanța $l=1$ cm se obțin $N=8$ franje de interferență.

Să se calculeze grosimea L a firului de păr.

2.37. Prin iluminarea unei pene de sticlă cu indicele de refracție $n=1{,}5$ cu un fascicul, cu lungimea de undă $\lambda=650$ nm, incident normal pe suprafața acesteia, se formează franje de interferență.

Să se calculeze unghiul penei dacă distanța dintre două minime este egală cu 12 mm.

2.38. Într-o experiență de tip Lloyd (fig. 2.38) o undă luminoasă emisă de sursa S interferă cu o undă reflectată de oglinda O. Franjele de interferență apar pe un ecran E aflat la distanța $l=100$ cm de sursa S. Pentru o anumită distanță a sursei față de planul oglinzii o interfranjă are valoarea $i=0{,}25$ mm. Dacă se îndepărtează sursa S de planul oglinzii cu $h=0{,}60$ mm interfranja scade de $n=1{,}5$ ori.

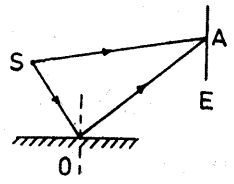


Fig. 2.38

Să se calculeze lungimea de undă a radiației luminoase emisă de S.

2.39. Într-un punct A de pe un ecran E sosesc două fascicule provenind de la o sursă S. Fasciculul SA se propagă paralel cu oglinda O, iar SCA este reflectat de oglindă în punctul C (fig. 2.39). Distanța dintre fasciculul SA și suprafața oglinzii este $d=5$ mm. Să se determine ce se va obține în punctul A, dacă $\lambda=0{,}5$ μm și $L=1$ m.

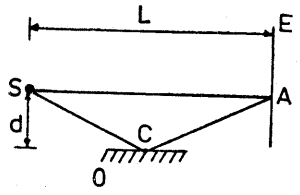


Fig. 2.39

2.40. Utilizînd sistemul din problema 2.39 să se arate cum se modifică intensitatea în punctul A dacă în calea razei SA se așează o lamă de sticlă ($n=1{,}625$) de grosime $d=6$ μm?

2.41. Un strat subțire de apă ($n=4/3$) de grosime $e=3\cdot10^{-7}$m se află în aer. Dacă stratul este iluminat cu lumină albă la incidență normală, ce culoare va apărea în lumina reflectată?

2.42. O lentilă plan convexă cu raza de curbură $R=12$ m este așezată pe o placă plan paralelă cu partea convexă în jos (fig. 2.42). Pe fața plană a lentilei paralel cu axul principal al ei este incident un fascicul de lumină monocromatică cu lungimea de undă 600 nm. Pe lentilă se văd în lumină reflectată o serie de franje de interferență concentrice, centrul fiind un minim. Să se determine raza celui de-al treilea minim.

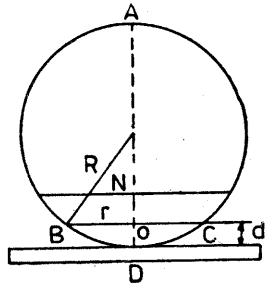


Fig. 2.42

2.43. Să se calculeze distanța dintre al 20-lea și al 21-lea inel întunecat, cunoscînd distanța de 3 mm dintre al 9-lea și al 4-lea inel luminos, în cazul incidenței normale în dispozitivul Newton (vezi problema 2.42). Franjele sînt privite prin reflexie.

2.44. Biprisma Fresnel constă din două prisme de unghi γ (mic) lipite la bază. Franjele de interferență provenind de la sursa S sînt observate pe ecranul E (fig. 2.44). Se cunosc: distanța de la sursă la baza biprismei $d=0{,}2$ m, distanța de la sursă la paravan $D=1$ m, valoarea interfranjei $i=2\cdot10^{-4}$m, indicele de refracție al materialului din care este confecționată biprisma $n=1{,}5$ și unghiul $\gamma=0{,}0175$ rad. Să se calculeze: a) distanța dintre sursele coerente S_1 și S_2; *b*) lungimea de undă a radiației monocromatice utilizate.

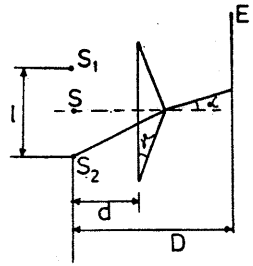


Fig. 2.44

2.45. Să se determine unghiul obtuz al biprismei Fresnel, dacă în cazul cînd distanța de la sursă la biprismă este l, iar distanța de la sursă la ecran este L (fig. 2.45) interfranja pentru lumina cu lungimea de undă λ este i. Indicele de refracție al materialului din care este confecționată biprisma este n.

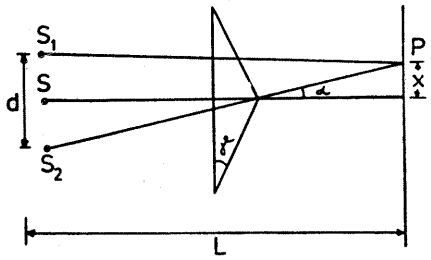


Fig. 2.45

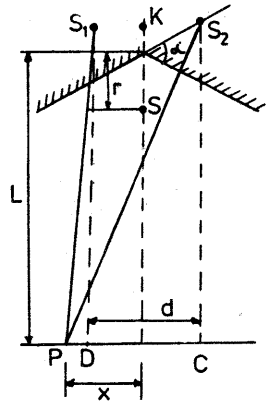


Fig. 2.46

2.46. Unghiul între oglinzile Fresnel este egal cu α (fig. 2.46). Pe oglinzi cade lumină de la sursa S aflată la distanța r de linia de intersecție a oglinzilor. Lungimea de undă a luminii este λ. Lumina reflectată de oglindă dă o figură de interferență pe un ecran care se află la distanța L de linia de intersecție a oglinzilor. Să se determine distanța dintre franjele de interferență de pe ecran. Se va ține cont că unghiul α este foarte mic.

2.47. Lumina galbenă a sodiului este incidentă normal pe o rețea de difracție plană cu 10 000 linii pe 2,54 cm. Să se calculeze distanța unghiulară între liniile D_1 și D_2 din spectrul de ordinul întîi ob-

servat cu un telescop. Distanțele focale, a obiectivului și ocularului telescopului, sînt $f_{ob}=24$ cm și $f_{oc}=2$ cm. Lungimile de undă ale celor două raze sînt $\lambda_1=5890$ Å și $\lambda_2=5896$ Å.

2.48. Lumina cu lungimea de undă $\lambda=589$ nm venită de la o sursă îndepărtată cade pe o fantă cu lărgimea $a=1$ mm, iar figura de difracție obținută este observată pe un ecran situat la distanța $D=2$ m. Să se calculeze distanța dintre cele două franje întunecate aflate de o parte și de alta a franjei luminoase centrale.

2.49. O undă electromagnetică este incidentă normal pe o rețea de difracție cu constanta $a=4\cdot10^{-4}$ cm.

Să se calculeze lungimea de undă a radiației dacă unghiul dintre direcțiile spectrelor de ordinele doi și trei este $\alpha=2°30'$. Unghiurile de difracție sînt mici.

2.50. O rețea de difracție, care are pe fiecare milimetru 75 de trăsături, este iluminată cu lumină monocromatică cu lungimea de undă $\lambda=500$ nm. Pe un ecran aflat la distanța l de rețea se observă franje luminoase echidistante. Distanța de la franja centrală la a doua franjă, pe ecran, este egală cu 11,25 cm.

Să se calculeze distanța l.

2.51. Într-un dispozitiv sursele de lumină coerente (fante înguste) se află la distanța $d=0{,}32$ mm. Franjele de difracție sînt observate pe un ecran situat la distanța $D=3{,}2$ m de planul surselor. Să se determine distanța dintre franjele roșie ($\lambda_r=760$ nm) și violetă ($\lambda_v=400$ nm) ale celui de-al doilea ordin de difracție pe ecran.

2.52. Să se calculeze lungimea de undă cea mai mare care poate fi observată în spectrul de ordinul patru obținut cu o rețea de difracție care are 5000 linii pe cm. Lumina este incidentă normal pe suprafața rețelei.

2.53. O undă plană monocromatică ($\lambda=5\cdot10^{-5}$ cm) este incidentă pe o rețea de difracție cu 500 linii /mm.

Să se calculeze: a) ordinul maxim al spectrului care poate fi observat cînd unda este incidentă normal pe rețea; b) același ordin dacă unda este incidentă sub un unghi $\theta_0=30°$ pe rețea.

2.54. Un fascicul luminos cu lungimea de undă $\lambda=535$ nm este incident normal pe o rețea de difracție. Să se calculeze constanta rețelei știind că unul din maximele de difracție se obține pentru unghiul $\varphi=35°$, iar ordinul maxim de difracție ce se obține este ordinul cinci.

2.55. Spectrul unei rețele de difracție cu 100 de trăsături pe 1 mm se proiectează pe un ecran așezat paralel cu rețeaua la distanța $L=1{,}8$ m de aceasta. Să se calculeze lungimea de undă a radiației monocromatice

incidentă normal pe rețea dacă distanța de la maximul de ordinul doi la maximul central este $l=21{,}4$ cm.

2.56. Un fascicul luminos este incident normal pe o rețea de difracție. Unghiul de difracție pentru radiația cu lungimea de undă $\lambda_1=0{,}65$ μm este egal pentru ordinul doi cu $\theta_1=45°$.

Să se determine unghiul de difracție pentru radiația cu lungimea de undă $\lambda_2=0{,}50$ μm în ordinul al treilea.

2.57. Pe o rețea de difracție cu constanta de 200 linii pe mm cade normal un fascicul de lumină emis de un tub de descărcare cu hidrogen.

Să se calculeze unghiul minim făcut de direcția fasciculului incident cu axa tubului spectrometrului pentru ca în cîmpul vizual să se observe coincidența a două maxime de difracție a liniilor $H_\alpha(\lambda_1=656{,}32$ nm) și $H_\beta(\lambda_2=410{,}2$ nm).

2.58. Pe o rețea de difracție cade normal un fascicul paralel de lumină cu lungimea de undă $\lambda=500$ nm. În apropierea rețelei se află o lentilă care proiectează figura de difracție pe un ecran plan situat la distanța $L=1$ m. Distanța între maximele de intensitate de ordinul întîi aflate pe ecran este egală cu 20,2 cm (fig. 2.58). Să se determine: a) constanta d a rețelei de difracție; b) numărul n de trăsături pe centimetru; c) numărul de maxime date de rețeaua de difracție pe ecran; d) unghiul maxim φ_{max} de deviere a fasciculului corespunzînd ultimului maxim de difracție.

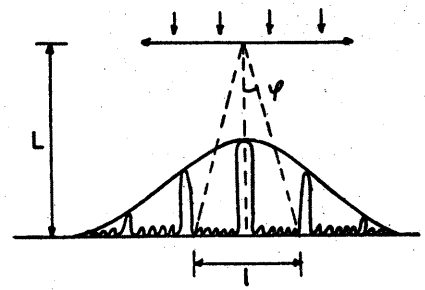


Fig. 2.58

2.59. Pe o rețea de difracție cu $n=500$ trăsături pe 1 mm cade normal lumină albă. Spectrul este proiectat pe un ecran cu ajutorul unei lentile plasată în apropierea rețelei. Să se determine lățimea spectrului de ordinul unu pe ecran, dacă distanța de la lentilă la ecran este $L=4$ m. Limitele spectrului vizibil $\lambda_{roșu}=780$ nm și $\lambda_{violet}=400$ nm.

2.60. Limitele spectrului vizibil sînt $\lambda_v=400$ nm și $\lambda_r=780$ nm. Să se calculeze lărgimea unghiulară (unghiul sub care se vede) a spectrului de ordinul întîi obținut cu ajutorul unei rețele de difracție plană cu constanta $N_0=400$ linii/mm. Lumina incidentă cade normal pe rețea.

2.61. Să se calculeze pozițiile maximului radiației violete în spectrul de ordinul al treilea ($\lambda_v=400$ nm) și a maximului radiației roșii în spectrul de ordinul al doilea ($\lambda_r=700$ nm) pentru o rețea de difracție cu constanta d.

2.62. La ce înălțime unghiulară trebuie să se găsească Soarele deasupra orizontului pentru ca lumina reflectată de suprafața apei să aibă gradul de polarizare maxim ($n_{apă}=4/3$).

2.63. Indicele de refracție al unei sticle de flint este $n_s=1,65$. Să se calculeze unghiul de incidență pentru care lumina reflectată de suprafața sticlei este polarizată liniar, dacă sticla se află în : a) aer; b) apă ($n_{apă}=4/3$).

2.64. Un fascicul de lumină naturală cade pe suprafața unei lame de sticlă cufundată într-un lichid. Direcția fasciculului reflectat face unghiul $\varphi=97°$ cu direcția fasciculului incident. Să se determine: indicele de refracție al lichidului dacă lumina reflectată este polarizată. Se cunoaște indicele de refracție al sticlei $n_2=1,5$.

2.65. O prismă din diamant ($\alpha=30°$) cu indicele de refracție $n_2=2,42$ se află într-un lichid cu indicele de refracție n_1. Un fascicul de lumină naturală cade pe prismă ca în figura 2.65. Să se determine indicele de refracție al lichidului astfel încît lumina reflectată să fie polarizată.

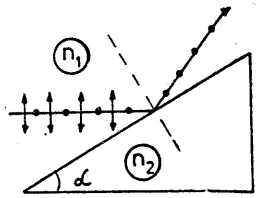


Fig. 2.65

2.66. Un fascicul de lumină naturală este incident sub un unghi $\theta_0=58°$ pe o suprafață plană de sticlă. Fasciculul reflectat este polarizat liniar. Să se calculeze:

a) unghiul de refracție al fasciculului transmis;

b) indicele de refracție al sticlei.

2.67. Un fascicul de lumină naturală cade pe o prismă de sticlă (fig. 2.67). Să se determine unghiul α al prismei dacă lumina reflectată este total polarizată.

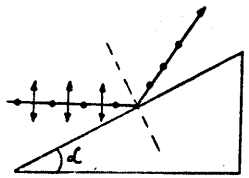


Fig. 2.67

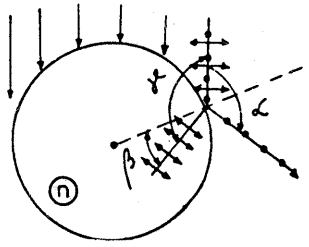


Fig. 2.68

2.68. Un fascicul de lumină nepolarizată este incident pe o sferă de sticlă ($n=1,54$) (fig. 2.68). a) Să se determine unghiul α dintre fasciculele incident și reflectat în punctul A dacă cel de-al doilea este polarizat; b) Să se determine unghiul γ făcut de fasciculul transmis cu cel incident.

2.69. O rază care se propagă orizontal întîlnește un ecran vertical. Cînd în drumul razei se așază o oglindă plană înclinată față de orizontală (fig. 2.69) raza întîlnește ecranul la distanța $h=5,2$ cm față de poziția inițială. Să se determine unghiul făcut de raza incidentă cu normala la oglindă, știind că distanța dintre punctul de incidență pe oglindă și ecran este $l=60$ cm.

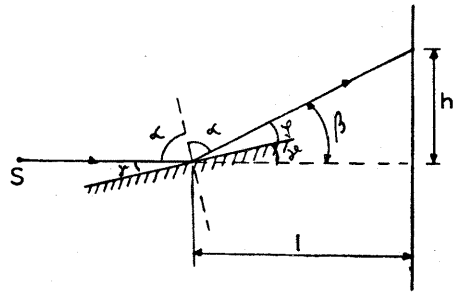


Fig. 2.69

2.70. Două oglinzi plane dreptunghiulare formează un unghi $\gamma=178°$. La distanța $d=8$ cm de linia de intersecție a celor două oglinzi și la distanțe egale față de planele oglinzilor se află o sursă de lumină S (fig. 2.70). Să se determine distanța dintre imaginile sursei în cele două oglinzi.

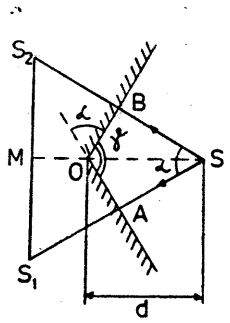


Fig. 2.70

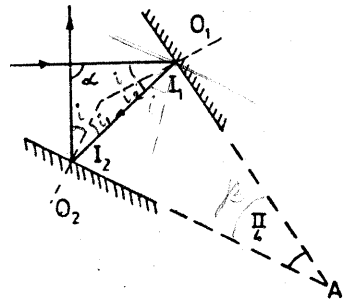


Fig. 2.71

2.71. Dispozitivul din figura 2.71 poartă numele de echerul lui Coutureau. Unghiul format de cele două oglinzi O_1 și O_2 este de 45°. Să se calculeze unghiul α format de direcția razei emergente (după reflexia pe oglinda O_2) cu direcția razei incidente.

2.72. O sursă punctiformă de lumină și imaginile sale în două oglinzi plane, ce formează un unghi β între ele, formează un triunghi cu unghiul α în sursă.

Să se calculeze unghiul β dintre oglinzi.

2.73. Să se determine iluminarea creată de o sursă S, avînd intensitatea luminoasă I, în punctul A de pe o suprafață plană situat la distanța h sub sursă, dacă la distanța l de sursă se află o oglindă plană, care face unghiul β cu suprafața plană (fig. 2.73).

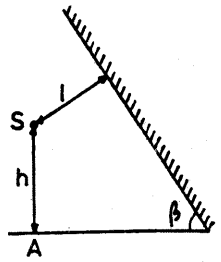


Fig. 2.73

2.74. Pe fundul unui vas se află o oglindă plană peste care se toarnă apă pînă la înălțimea d. În aer, la înălțimea h de la suprafața apei, este suspendată o lampă. La ce distanță față de suprafața oglinzii se va forma imaginea lămpii?

2.75. Să se determine distanța focală a unei oglinzi sferice concave, care dă o imagine reală și de trei ori mai mică a obiectului. Distanța dintre obiect și imagine este $l=20$ cm.

2.76. Raza unei oglinzi concave este de 90 cm. Să se determine: a) distanța de la obiect la vîrful oglinzii astfel încît imaginea să fie reală și de trei ori mai mare; b) distanța de la obiect la vîrful oglinzii încît imaginea să fie virtuală și de trei ori mai mare.

2.77. Pe suprafața unei oglinzi sferice concave cu raza $R=0{,}3$ m cad două raze de lumină paralele între ele și paralele cu axa optică VO (fig. 2.77). Una din raze se propagă la distanța $a_1=24$ cm, iar a doua la distanța $a_2=1$ cm față de direcția VO. Să se calculeze distanța dintre punctele în care razele reflectate intersectează axa VO.

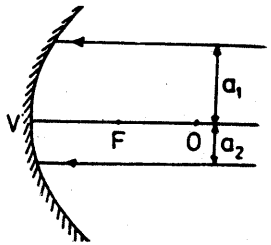


Fig. 2.77

2.78. O oglindă convexă a cărei distanță focală este de 50 cm formează pentru un obiect înalt de 10 cm o imagine situată la 2,40 m de obiect. Să se calculeze: a) pozițiile obiectului și imaginii și natura acestora; b) înălțimea imaginii.

2.79. O oglindă sferică formează pentru un obiect real o imagine virtuală dreaptă, de patru ori mai mică decît obiectul și situată la 12 cm de oglindă. Să se calculeze: a) distanța de la obiect la oglindă; b) natura oglinzii; c) distanța focală a oglinzii.

2.80. Un corp încărcat electric cu masa $m=0{,}02$ kg și sarcina electrică $q_1=5\cdot10^{-6}$C se deplasează de-a lungul axei optice a unei oglinzi concave cu raza de curbură $R=1$ m spre vîrful acesteia, unde se află o altă sarcină electrică q_2. La distanță foarte mare de oglindă viteza corpului este $v_0=3$ m/s.

Să se calculeze valoarea sarcinii q_2 astfel ca sarcina q_1 să se oprească în punctul în care se suprapune peste imaginea sa în oglindă.

2.81. Filamentul AB al unui bec electric este așezat la 1 m în fața unei oglinzi concave cu raza $R=0{,}75$ m, ca în figura 2.81. a) Să se găsească poziția imaginii $A'B'$ dată de oglindă; b) Se așează între obiectul AB și oglindă o cuvă de sticlă plină cu apă și de grosime $e=32$ cm. Să se arate ce se întîmplă cu imaginea $A'B'$.

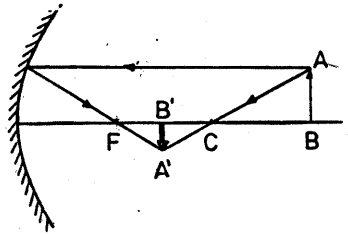


Fig. 2.81

2.82. Dacă pe o oglindă sferică concavă cade un fascicul larg de lumină (lărgimea fasciculului este determinată de unghiul α din figura 2.82) atunci raza ce se propagă paralel cu axa optică și cade pe marginea oglinzii, după reflexia pe aceasta, taie axa optică în punctul A, aflat la distanța $x=AF$ de focar. Fenomenul poartă numele de aberație sferică.

Să se găsească dependența de unghiul α a distanțelor $x=AF$ și $y=HF$ ce definesc aberația sferică.

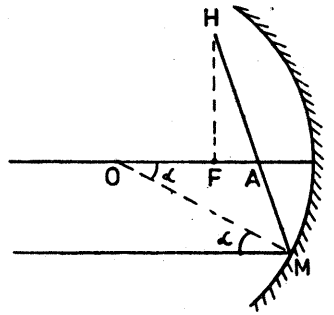


Fig. 2.82

2.83. O oglindă retrovizoare cu raza de 1 m instalată în fața conducătorului auto reflectă imaginea unui autovehicul înalt de 2 m și aflat la 25 m în spatele conducătorului auto.

Să se găsească natura, poziția, sensul și mărimea imaginii autovehiculului.

2.84. Două oglinzi una convexă și una concavă, de aceeași rază de curbură R sînt așezate față în față, distanța dintre vîrfurile lor fiind $2R$ (fig. 2.84). Să se determine în ce punct de pe axa optică a oglinzilor trebuie plasată o sursă punctiformă de lumină S astfel încît după reflexia razei emisă de S pe oglinda convexă și apoi pe cea concavă, aceasta să treacă din nou prin punctul S.

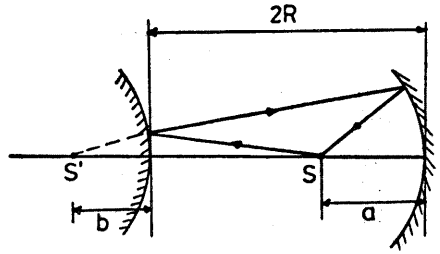


Fig. 2.84

2.85. Să se demonstreze că dacă un fascicul de lumină traversează cîteva medii separate prin suprafețe plan-paralele direcția razei emergente depinde doar de direcția razei incidente și de indicii de refracție ai primului și ultimului mediu.

2.86. Un fascicul luminos paralel este incident din aer pe suprafața apei sub un unghi $i=30°$. Să se calculeze lărgimea fasciculului în aer dacă în apă lărgimea sa este $d_a=5{,}35$ cm ($n_a=4/3$).

2.87. O piatră se află pe fundul unei ape la adîncimea de 1 m. Un observator privește piatra astfel încît direcția sa de observație face un unghi de 30° cu normala la suprafața apei. Ochiul este plasat astfel încît direcțiile de observație optimă ale marginilor pietrei se găsesc într-un plan vertical. Să se determine poziția aparentă a pietrei. Se va considera că diferența dintre unghiurile sub care se văd marginile pietrei este mică.

2.88. Un observator așezat deasupra unei cuve cu apă adîncă de 1 m vizează un obiect aflat pe fundul acesteia (fig. 2.88). Să se calculeze la ce distanță de suprafața apei pare a fi situat obiectul ($n_{apă}=4/3$).

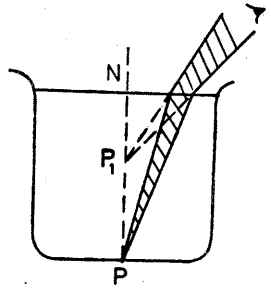


Fig. 2.88

2.89. Un fascicul luminos este incident din aer pe o lamă cu fețe plan paralele de sticlă. Fasciculul este reflectat sub un unghi $i=60°$ și refractat sub un unghi $r=30°$.

Să se calculeze viteza luminii în sticlă.

2.90 Pe un pahar plin cu apă se pune o lamă de sticlă. Sub ce unghi trebuie să cadă pe lamă un fascicul de lumină pentru ca pe suprafața ce desparte apa de sticlă să se obțină reflexia totală? Indicele de refracție al apei este egal cu 4/3.

2.91. Un tub capilar este confecționat din sticlă cu indicele de refracție n. Cînd se privește tubul lateral orificiul acestuia are diametrul d. Să se calculeze diametrul real d' al orificiului tubului. Se va ține cont că unghiurile sînt mici.

2.92. O placă de sticlă tăiată sub forma unui pătrat cu latura de 5 cm este așezată pe o masă. La 10 cm deasupra centrului său se găsește un bec mic al cărui filament S poate fi considerat punctual. Să se calculeze dimensiunile petei luminoase observate pe tavanul aflat la 2,50 m deasupra mesei.

2.93. Un laser emite un fascicul filiform de lumină monocromatică cu puterea de 4,5 mW și cu lungimea de undă $\lambda=4400$ Å. Fasciculul laser cade pe o lamă de sticlă plan-paralelă cu grosimea $d=3$ mm și indice de refracție $n=1{,}5$. Se cunosc: constanta lui Planck $h=6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s și viteza luminii în vid $c=3\cdot10^8$m/s. Să se determine:

a) Numărul de fotoni emiși de laser în timp de o secundă;

b) Valoarea unghiului de incidență i astfel ca fasciculul reflectat să fie perpendicular pe cel refractat;

c) Deplasarea fasciculului față de direcția inițială după traversarea lamei de sticlă pe care cade sub unghiul de incidență obținut la punctul b).

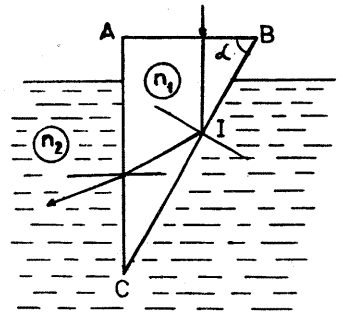


Fig. 2.94

2.94. O pană din sticlă cu un unghi drept este introdusă în apă ca în figura 2.94. Să se determine valoarea unghiului α astfel încît raza de lumină ce cade perpendicular pe latura AB să nu ajungă pe latura AC. Indicele de refracție al sticlei este $n_1=1{,}5$, iar cel al apei $n_2=1{,}33$.

2.95. În interiorul unei sfere transparente de rază R și indice de refracție $n=2$ se află un izvor luminos punctual S în apropierea suprafeței, în stînga centrului și care emite în toate direcțiile.

Să se calculeze distanța față de centrul sferei la care raza fasciculului emergent din sferă, în dreapta centrului acesteia, este egală cu R.

2.96. Pe fundul unui vas cu apă avînd adîncimea $h=10$ cm este așezată o sursă punctiformă S.

Să se calculeze raza minimă a unui disc opac ce plutește pe apă astfel ca sursa de lumină să nu fie observată privind vasul de sus. Indicele de refracție al apei este $n_a=4/3$.

2.97. Un semicilindru este confecționat din sticlă cu indicele de refracție $n=\sqrt{2}$. Pe fața plană cad raze de lumină sub un unghi $i=45°$. Razele de lumină se află într-un plan perpendicular pe axa cilindrului. Să se determine pe ce porțiune a suprafeței cilindrice ies razele de lumină.

2.98. În figura 2.98 este reprezentată dependența indicelui de refracție de coordonată pentru trei medii adiacente. Un fascicul îngust de lumină este incident pe mediul I.

Să se calculeze unghiul de incidență i pentru care lumina trece în mediul III.

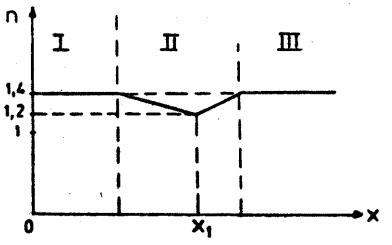


Fig 2.98

2.99. Un fascicul de lumină albă este incident sub un unghi $i=30°$ pe o prismă cu unghiul de refracție $\varphi=45°$ (fig. 2.99).

Să se calculeze unghiul θ dintre razele extreme ale spectrului emergent din prismă dacă indicii de refracție ai prismei pentru razele extreme ale spectrului vizibil sînt $n_{roșu}=1,62$ și $n_{violet}=1,67$.

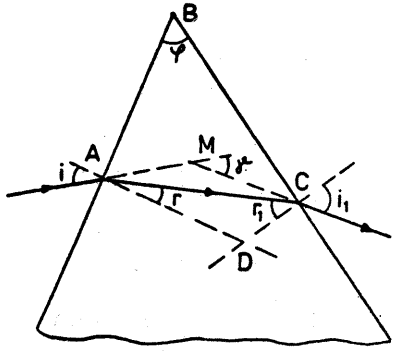


Fig. 2.99

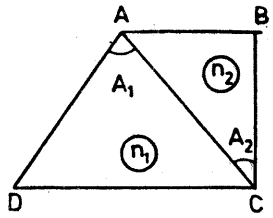


Fig. 2.100

2.100. Două prisme cu unghiurile $A_1=60°$ și $A_2=30°$ sînt lipite ca în figura 2.100 ($\widehat{DCB}=90°$). Indicii de refracție ai prismelor depind de lungimea de undă λ prin relațiile:

$$n_1=a_1+\frac{b_1}{\lambda^2};\quad n_2=a_2+\frac{b_2}{\lambda^2},$$

unde $a_1=1,1$; $b_1=10^5$ nm^2; $a_2=1,3$; $b_2=5\cdot10^4$ nm^2.

Să se calculeze: a) lungimea de undă λ_0 a radiației incidente din aer pe fața AD pentru care unda trece fără să se refracte pe latura AC indiferent de unghiul de incidență pe latură AD; b) valorile indicilor de refracție n_1 și n_2 corespunzătoare lungimii de undă λ_0; c) unghiul de deviație minimă prin sistemul de prisme dacă radiația incidentă are lungimea de undă λ_0; d) lungimea de undă a radiației incidente pe fața AD după o direcție paralelă cu latura DC pentru care radiația emergentă prin fața BC este paralelă cu cea incidentă.

2.101. Dispunem de o prismă cu unghiul $\hat{A}=30°$ căreia vrem să-i măsurăm indicele de refracție. Observăm că o rază normală pe una din fețe este emergentă de pe fața opusă deviată cu un unghi de 30°. Să se calculeze: a) indicele de refracție al prismei; b) deviația minimă pe care o dă o astfel de prismă.

2.102. Un tip de echer optic (dispozitiv optic pentru care direcția razei emergente este perpendiculară pe direcția razei incidente) este realizat cu ajutorul unei prisme (fig. 2.102) cu unghiul $\hat{B}=\pi/2$ și simetrică ($AC=AD$ și $BC=BD$). Să se calculeze valorile unghiurilor A, C și D astfel ca prisma cu secțiunea $ACBD$ să acționeze ca un echer optic.

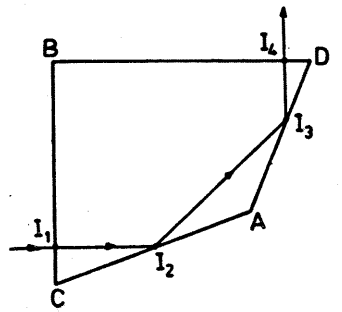


Fig. 2.102

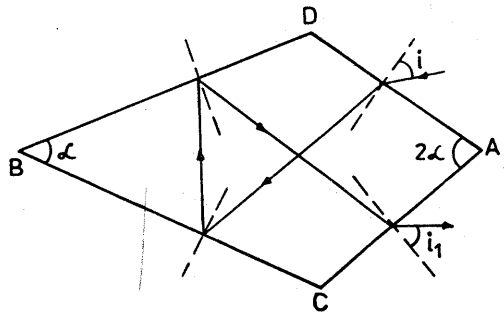


Fig. 2.103

2.103. Un fascicul luminos este incident pe fața AD a prismei din figura 2.103. Fasciculul se reflectă pe fețele BC și BD și este emergent prin fața AC. Cunoscînd unghiurile $\hat{B}=\alpha$ și $\hat{A}=2\alpha$ să se arate că deviația δ nu depinde de unghiul de incidență pe fața AD ($\hat{C}=\hat{D}$).

2.104. Un sistem optic este format din două prisme ca cele din figura 2.104 cu indicii de refracție n_1 și n_2. Să se scrie ecuația pentru unghiul α în așa fel încît raza emergentă perpendiculară pe CD să fie paralelă cu cea incidentă pe latura AB.

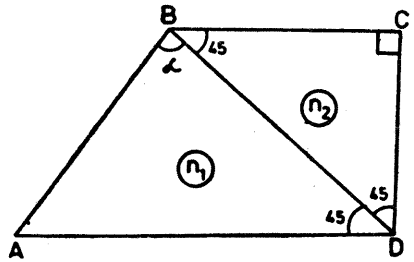


Fig. 2.104

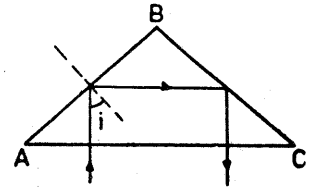


Fig. 2.105

2.105. În figura 2.105 este indicat drumul unei raze de lumină care cade normal pe latura AC a unei prisme dreptunghic-isoscele, confecționată dintr-un material cu indicele de refracție $n_1=1,6$ situată în aer. a) să se calculeze unghiul limită. b) să se arate cum se va modifica acest drum dacă prisma se introduce în sulfură de carbon cu indicele de refracție $n_2=1,63$.

2.106. Pe o lamă cu fețe plan-paralele, formată din două prisme în unghi drept cade normal un fascicul îngust monocromatic de lumină cu lungimea de undă $\lambda = 6{,}56 \cdot 10^{-7}$ m (fig. 2.106). Una din prisme este confecționată din florură de sodiu (NaF) cristalină cu indicele de refracție $n_1 = 1{,}324$. Cealaltă prismă este confecționată din oxid de bariu (BaO) cu indicele de refracție $n_2 = 1{,}958$. Să se calculeze valorile unghiului α pentru care lumina nu traversează suprafața de separație a celor două prisme.

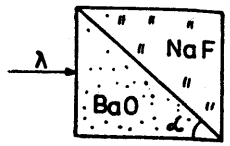


Fig. 2.106

2.107. Pe axa unei oglinzi sferice convexe se află o sursă punctiformă de lumină S. Distanța între oglindă și sursă este egală cu $\frac{R}{2}$. Să se determine iluminarea E într-un punct al unui ecran situat pe axa oglinzii, la distanța R de vîrful oglinzii. Se cunoaște că la distanța $2R$ iluminarea este egală cu E_0.

2.108. La distanța $a = 51$ cm de vîrful unei oglinzi concave, cu distanța focală $f = 0{,}25$ m, se află o sursă punctiformă de lumină S. Între sursă și oglindă se așază perpendicular pe axa optică o placă din sticlă cu fețe plan-paralele cu indicele de refracție $n = 1{,}5$. Să se determine grosimea plăcii astfel încît imaginea sursei S în oglindă să coincidă cu sursa S. Incidența pe lamă este aproape normală.

2.109. O sursă punctiformă M luminează un ecran E cu ajutorul unei lentile convergente L (fig. 2.109). Intensitatea sursei luminoase este I iar distanța focală a lentilei este F. Sursa M se află la distanța d ($d > F$) de lentilă, iar distanța dintre lentilă și ecran este l. Să se calculeze iluminarea pe ecran.

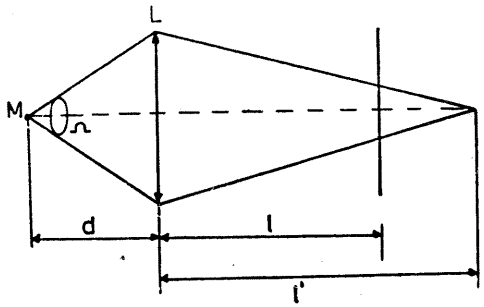


Fig. 2.109

2.110. La o distanță oarecare de o lentilă subțire convergentă se așează un obiect. Pe un ecran se obține imaginea clară a obiectului, mărirea liniară fiind β_1. Apoi obiectul este îndepărtat de lentilă cu distanța l față de poziția inițială. Deplasînd ecranul se obține din nou imaginea clară, în acest caz mărirea fiind β_2. Să se determine distanța focală a lentilei.

2.111. Dacă distanța de la obiect la o lentilă convergentă este $x_1 = -36$ cm, atunci înălțimea imaginii este $y_2 = 10$ cm, iar cînd distanța este $x_1' = -24$ cm, înălțimea imaginii este $y_2' = 20$ cm. Să se determine distanța focală a lentilei.

2.112. Diametrul unghiular al discului solar pentru un observator de pe Pămînt este $\varphi = 32'$. Să se determine diametrul imaginii Soarelui dată de o lentilă convergentă cu distanța focală $f = 0{,}5$ m.

2.113. Dacă o sursă luminoasă punctiformă se află la distanța x_1 de o lentilă divergentă cu diametrul D_0, atunci pe ecranul E situat la distanța l de lentilă se obține o pată luminoasă cu diametrul D_1. Să se determine diametrul petei pe ecran cînd sursa este plasată în focarul lentilei.

2.114. Sursa S se deplasează cu viteza $v = 4$ cm/s (fig. 2.114). Să se calculeze viteza cu care se va deplasa imaginea sa, dacă $x_1 = -30$ cm, iar distanța focală a lentilei este de 20 cm.

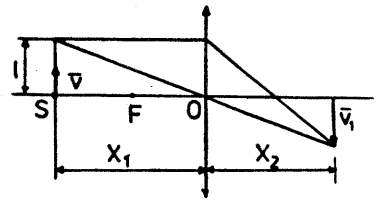


Fig. 2.114

2.115. Două lentile subțiri biconvexe, identice sînt puse în contact coaxial. Spațiul dintre lentile este umplut cu apă ($n = 4/3$). Raza de curbură a lentilelor este $R = 0{,}2$ m, iar sticla din care sînt confecționate are indicele de refracție $n_s = 1{,}5$. La distanța de 30 cm de sistemul format se află un obiect înalt de 6 cm. Să se calculeze înălțimea imaginii în acest sistem.

2.116. O sursă luminoasă punctuală A este așezată pe axa principală a unei lentile convergente subțiri L_1 cu distanța focală $f_1 = 20$ cm, la distanța $x_1 = 1{,}25 f_1$ de centrul său optic C_1 (fig. 2.116). În cealaltă parte a lentilei la $d_1 = 2{,}5 f_1$ se află o oglindă plană înclinată cu un unghi $\alpha = \pi/4$ față de axa principală a lentilei L_1. Pe direcția perpendiculară pe axa optică a lentilei L_1 se află la o distanță $d_2 = 0{,}8$ m de punctul de intersecție O cu oglinda plană o altă lentilă convergentă cu distanța focală $f_2 = 0{,}25$ m. Să se calculeze: a) poziția imaginii finale a sursei A în lentila L_2; b) unde trebuie așezată o altă oglindă plană perpendiculară pe axa optică a lentilei L_2 pentru ca în absența acesteia imaginea finală să se formeze în același loc.

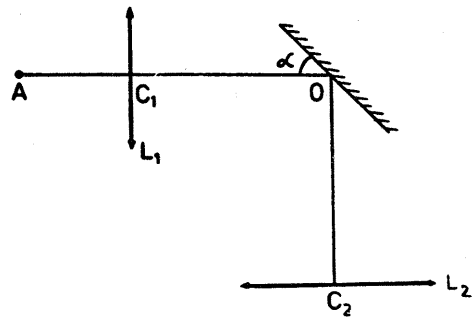


Fig. 2.116

2.117. O lentilă cu distanța focală $f = 16$ cm dă pe un ecran o imagine clară a unui obiect atunci cînd se află în pozițiile 1 și 2 situate

la distanța $l=60$ cm (fig. 2.117). Să se determine distanța L de la obiect la ecran.

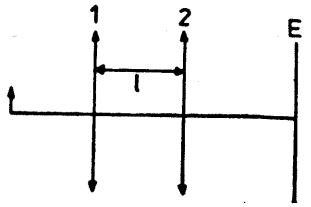


Fig. 2.117

2.118. O lentilă convergentă cu diametrul $d_1=2$ cm și distanța focală $F=20$ cm este iluminată cu un fascicul de lumină paralelă larg. În spatele lentilei se află o oglindă plană astfel că 25% din lumina refractată de lentilă și reflectată de oglindă cade din nou pe lentilă. Să se calculeze distanța dintre lentilă și oglindă.

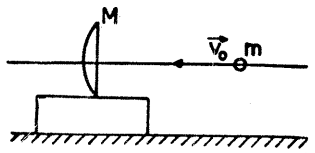


Fig. 2.119

2.119. O bilă cu masa m se deplasează cu viteza $v_0=5$ m/s de-a lungul axei optice a unei lentile convergente, fixată pe un suport ce se află pe un plan orizontal neted cu masa M (fig. 2.119). Distanța focală a lentilei este $f=10$ cm. După ciocnirea elastică bila ricoșează. Să se calculeze intervalul de timp în care se observă o imagine virtuală a bilei. Efectul greutății, pe durata mișcării, este neglijabil.

2.120. O lentilă convergentă subțire cu distanța focală $F=0{,}63$ m este legată cu un fir de tavanul unei camere înalte de $H=3$ m. Lentila efectuează o mișcare circulară uniformă în așa fel încît axa optică a lentilei rămîne mereu verticală (fig. 2.120).

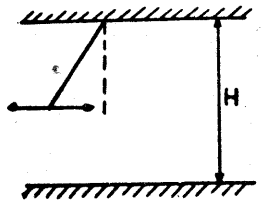


Fig. 2.120

Să se calculeze viteza unghiulară de rotație pentru care imaginea punctului de susținere se află pe podea. Cum depinde numărul soluțiilor posibile de lungimea firului?

2.121. Două lentile convergente identice sînt legate printr-un resort și se pot deplasa liber pe o bară netedă orizontală (fig. 2.121). Masa unei lentile este $m=200$ g, iar distanța sa focală $f=16$ cm. Lungimea resortului nedeformat este $l_0=25$ cm, iar constanta sa elastică $k=15$ N/m. Masa resortului este neglijabilă. La momentul inițial resortul este nedeformat, una din lentile este în repaus, iar cealaltă este în mișcare.

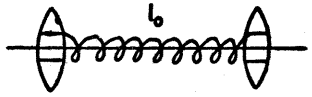


Fig. 2.121

Să se găsească condiția pe care trebuie să o îndeplinească viteza inițială a celei de a doua lentile pentru ca în momentul deformației maxime a resorului imaginea unei lentile în a doua să fie virtuală.

2.122. Așezăm două lentile L_1 și L_2 la distanța de 66 mm una de alta. Cele două lentile au convergențele de 9 și respectiv 27 dioptrii. Ochiul este situat în planul focal al lentilei L_2 și observă un obiect virtual cu înălțimea de 1 cm, aflat între cele două lentile la 16 mm de L_2.

Să se calculeze poziția imaginii finale și diametrul său aparent.

2.123. Dispunem de un obiectiv cu distanța focală de 30 cm pe care îl presupunem redus la o lentilă subțire L_1. Vizăm un obiect rectiliniu AB al cărui diametru aparent este egal cu $\alpha=0{,}02$ rad. a) Să se calculeze mărimea imaginii A_1B_1 dată de obiectiv; b) Pentru a transforma acest obiectiv într-un teleobiectiv care să dea o imagine de trei ori mai mare îi atașăm o lentilă divergentă L_2 cu distanța focală $f_2=12$ cm. Să se calculeze unde trebuie așezată L_2 și distanța de la L_1 la imaginea finală.

2.124. Pe un banc optic se află un obiect avînd înălțimea de 5 cm. O lentilă biconvexă ($R_1=R_2=18$ cm) formează pe un ecran mobil imaginea obiectului înaltă de 20 cm. Dacă obiectul se îndepărtează de lentilă cu 5 cm, pe ecran se formează o imagine înaltă de 10 cm. Se cere: distanța focală a lentilei biconvexe; b) indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila; c) poziția imaginii dacă se introduce o a doua lentilă cu distanța focală $f_2=30$ cm la distanța de 110 cm de prima lentilă.

2.125. Considerăm un sistem format dintr-un cilindru gol de lungime b, o lentilă convergentă subțire L și un corp mic A, de masă $m=2$ kg, legat de lentilă printr-un resort cu constanta $k=500$ N/m (fig. 2.125). Raportul dintre distanța focală a lentilei și lungimea cilindrului este $f/b=0{,}4$, iar lungimea resortului nedeformat este $b/2$.

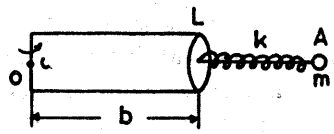


Fig. 2.125

Sistemul se rotește în plan orizontal în jurul punctului O cu viteza unghiulară ω în așa fel încît imaginea corpului A se formează în punctul O.

Să se calculeze ω.

2.126. Un teleobiectiv este format dintr-o lentilă convergentă L_1 cu distanța focală $f_1=30$ cm și o lentilă divergentă L_2 cu distanța focală $f_2=10$ cm. Distanța dintre lentile este $d=27{,}5$ cm. Să se calculeze distanța la care trebuie așezată o placă fotografică pentru a putea fotografia un obiect aflat la $x_1=10$ m în fața primei lentile.

2.127. De-a lungul axei optice principale a unei lentile convergente este așezată o bară subțire cu lungimea $l=15$ cm, în așa fel încît distanța de la capătul mai apropiat al barei la lentilă este mai mare decît dis-

tanța focală a lentilei. Imaginile capetelor barei în lentilă se formează la distanțele $x_2=36$ cm și $x_2'=60$ cm față de lentilă.

Să se calculeze distanța focală a lentilei.

2.128. Obiectivul unui aparat de fotografiat este format din două lentile lipite, una din crown L_1 este biconvexă și simetrică, iar cealaltă din flint L_2 este un menisc divergent. Fața comună are raza de curbură R. Distanța focală a sistemului este egală cu $F=20$ cm. Indicele de refracție al sticlei de crown este $n=1{,}52$, iar al celei de flint $n'=1{,}68$.

Să se calculeze:

a) raza de curbură R;

b) distanțele focale ale lentilelor L_1 și L_2;

c) aparatul fiind pus la punct pentru infinit, cu cît trebuie deplasată placa fotografică pentru a obține pe ea imaginea clară a unui obiect aflat la 1,5 m distanță?

2.129. Un sistem optic este alcătuit din două lentile convergente 1 și 2 cu distanțele focale $f_1=10$ cm și $f_2=5$ cm, care se află la distanța $L=35$ cm una față de alta. Un obiect se găsește la distanța $x_1=25$ cm de prima lentilă. a) Să se determine unde se formează imaginea în acest sistem; b) Să se calculeze mărirea liniară a sistemului.

2.130. Cu o lunetă astronomică cu distanțele focale $F=20$ cm și $f=2$ cm se observă un obiect înalt de 1 cm aflat la o distanță de 1,8 m, aparatul fiind reglat pentru observare la infinit.

a) Să se calculeze poziția imaginii dată de obiectiv, lungimea instrumentului și unghiul sub care se vede imaginea.

b) Un miop utilizează aparatul observînd imaginea la distanța sa de vedere minimă clară egală cu 10 cm. Ochiul este plasat în focarul imagine al ocularului. Să se calculeze lungimea nouă a instrumentului și unghiul sub care se vede imaginea.

2.131. Asociem un obiectiv cu convergența $C_1=4\ \delta$ la un ocular cu convergența $C_2=-20\ \delta$ pentru a construi o lunetă Galilei. Să se calculeze grosismentul sistemului pentru: a) punerea la punct la infinit; b) punerea la punct la 25 cm (distanța minimă de vedere clară).

2.132. Obiectivul și ocularul unui microscop au distanțele focale $f=2$ mm și $F=2$ cm. Distanța dintre cele două lentile este $L=16{,}2$ cm.

a) Să se calculeze puterea microscopului și mărimea obiectivului;

b) Care este grosismentul comercial (pentru un ochi normal cu distanța minimă de vedere clară $\delta=25$ cm) și grosismentul real pentru un miop a cărei distanță minimă de vedere clară este $\delta_1=10$ cm.

Teoria relativității restrînse

2.133. Două particule, ce se deplasează în același sens în sistemul de referință (S) cu aceeași viteză $v=4c/5$, ciocnesc o țintă fixă la intervalul de timp $\Delta t=5\cdot10^{-9}$ s măsurat din (S). Să se calculeze distanța proprie dintre particule înainte de ciocnire.

2.134. O riglă A se deplasează cu viteza v paralel cu rigla B fixă. Cele două rigle au aceeași lungime proprie.

Să se calculeze intervalul de timp, măsurat din sistemul propriu al riglei B, între coincidențele extremităților stîngi și drepte ale celor două rigle.

2.135. O riglă cu lungimea proprie $l_0=5{,}0$ m se deplasează cu viteza v în raport cu referențialul S. Să se calculeze valoarea acestei viteze dacă lungimea riglei măsurată din (S) este $l=3{,}0$ m.

2.136. O tijă se deplasează de-a lungul unei rigle cu o viteză constantă. Dacă fixăm simultan poziția celor două extremități ale tijei din referențialul legat de riglă, lungimea tijei este $l_1=4{,}0$ m. Dar, dacă pozițiile celor două extremități sînt fixate simultan pe riglă dintr-un referențial legat de tijă, diferența dintre citirile de pe riglă este $l_2=9{,}0$ m.

Să se calculeze: a) lungimea proprie a tijei; b) viteza tijei în raport cu rigla.

2.137. O riglă cu lungimea proprie $l_0=1{,}00$ m este așezată înclinată cu unghiul $\theta_0=45°$ față de axa Ox a sistemului propriu.

Să se calculeze lungimea l și unghiul θ sub care se vede rigla dintr-un sistem aflat în mișcare cu viteza $v=c/2$ de-a lungul axei Ox în raport cu rigla.

2.138. Două particule instabile se deplasează față de un referențial (S) de-a lungul aceleași drepte cu aceeași viteză $v=0{,}990$ c, în același sens. Distanța dintre cele două particule, măsurată din (S) este $l=12$ m. La un moment dat particulele se dezintegrează simultan față de referențialul lor propriu (S').

Să se calculeze: a) intervalul de timp măsurat din referențialul (S) între momentele dezintegrării celor două particule; b) care este ordinea de dezintegrare a celor două particule privite din (S).

2.139. Să se calculeze distanța parcursă față de referențialul (S) de o particulă instabilă din momentul creării sale pînă în momentul dezintegrării dacă durata sa de viață măsurată în referențialul (S) este $\tau=3\cdot10^{-6}$ s și durata sa de viață proprie este $\tau_0=2{,}2\cdot10^{-6}$ s.

2.140. O rachetă se deplasează în raport cu un observator aflat pe Pămînt cu viteza $v=0{,}99\ c$.

a) Ce durată are zborul rachetei pentru observator dacă ceasul din rachetă indică trecerea unui an?

b) Cum se modifică lungimile corpurilor din rachetă în direcția de mișcare pentru observator?

c) Cum se modifică densitatea corpurilor din rachetă pentru observator?

2.141. Două rachete se deplasează una spre cealaltă cu vitezele $v_1=v_2=3c/4$ în raport cu un observator aflat pe Pămînt.

Să se calculeze viteza de apropiere a rachetelor prin compunerea: a) clasică și b) relativistă a vitezelor.

2.142. Să se determine, în sistemul observatorului, unghiul dintre diagonalele pătratului, care se deplasează cu viteza $v=0{,}9\ c$ paralelă cu una din laturi (fig. 2.142).

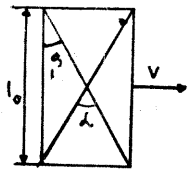


Fig. 2.142

2.143. Un proton se mișcă spre stînga cu viteza $v_p=0{,}7\ c$, iar o particulă α spre dreapta cu viteza $v_\alpha=0{,}2\ c$. Cum se va mișca centrul de masă al acestui sistem?

2.144. Două particule cu sarcinile Z_1e și Z_2e și cu masele de repaus m_{01} și m_{02} sînt accelerate sub aceeași diferență de potențial, după care masa primei particule devine $1/k$ din masa celei de-a doua. Să se determine diferența de potențial.

2.145. În acceleratoarele moderne protonii sînt accelerați pînă la viteze ce diferă cu 0,01% de viteza luminii.

Să se calculeze de cîte ori este mai mare masa de mișcare a protonilor față de cea de repaus la această viteză.

2.146. Un electron se mișcă într-un cîmp magnetic uniform cu inducția $B=10^{-2}$ T descriind un cerc cu raza $r=10$ cm. Să se determine viteza electronului.

2.147. O particulă cu impulsul p_1 și masa de repaus m_{01} ciocnește o particulă aflată în repaus, cu masa de repaus m_{02}. Să se calculeze viteza centrului de masă al sistemului.

2.148. Un proton cu masa de repaus m_0, are energia de repaus $W_0=0{,}938$ GeV și energia cinetică $W_c=76$ GeV. Să se determine: a) masa protonului; b) viteza protonului.

2.149. Să se determine viteza protonului, știind că masa sa este egală cu masa de repaus a izotopului ^{4}He ($4\ m_0$). Care este diferența de potențial sub care este accelerat protonul pentru a căpăta această viteză? ($q=1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $m_0=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg).

2.150. Un proton relativist cu energia cinetică W_c suferă o ciocnire elastică cu un alt proton aflat în repaus. În urma ciocnirii cei doi protoni sînt proiectați simetric în raport cu direcția inițială a mișcării.

Să se calculeze unghiul dintre direcțiile de mișcare a protonilor după ciocnire.

2.151. Un nucleu de masă M aflat inițial în repaus emite o radiație γ de energie W_γ. Care este energia de recul a nucleului după emisie?

2.152. Să se arate că producerea unei perechi electron-pozitron de către un foton nu poate avea loc în vid în mod spontan.

2.153. O particulă are impulsul $p=130$ MeV/c și energia cinetică $W_c=50$ MeV. Să se calculeze masa sa de repaus.

2.154. Un mezon π aflat în repaus se dezintegrează într-un mezon μ (masa de repaus m_μ) și un neutrino (masa de repaus m_ν).

a) Să se calculeze energiile cinetice W_{c_μ} și W_{c_ν} ale mezonului μ și ale neutrinului;

b) Considerînd că masa de repaus a neutrinului este nulă să se arate că:

$$W_{c_\mu}=\frac{(m_\pi-m_\mu)^2c^2}{2m_\pi}.$$

2.155. Știind că energia de repaus a electronului este egală cu 0,51 MeV să se calculeze: a) impulsul acestuia dacă energia sa cinetică este egală cu energia de repaus; b) energia sa cinetică dacă impulsul este egal cu 0,51 MeV/c, unde c este viteza luminii.

2.156. O particulă cu masa de repaus m_0 și energia cinetică W_c ciocnește o altă particulă aflată în repaus și cu aceeași masă de repaus.

Să se calculeze masa de repaus M_0 și viteza v a particulei compuse rezultată din ciocnire.

2.157. Un foton cu energia ε ciocnește o particulă A cu masa de repaus m_0, aflată în repaus. Să se calculeze: a) viteza sistemului de particule format; b) masa de repaus a particulei formate.

2.158. Un mezon π^0 relativist cu masa de repaus m_0 se dezintegrează în vid în doi fotoni γ cu energiile ε_1 și ε_2. Să se calculeze unghiul θ dintre direcțiile de deplasare ale fotonilor γ.

2.159. O particulă cu masa de repaus m_0 se deplasează cu o astfel de viteză încît energia sa cinetică relativistă W_c este de n ori mai mare decît energia cinetică calculată cu relația clasică.

Să se calculeze valoarea energiei cinetice relativiste W_c.

2.160. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat pentru a mări viteza unei particule cu masa de repaus m_0 de la 0,6 la 0,8 c. Să se compare rezultatul cu cel obținut printr-un calcul clasic.

REZOLVĂRI

Fotometrie

2.1. Din definiția iluminării: $E=\Delta\Phi/\Delta S=I/r^2$,

deci $r=\sqrt{I\Delta S/\Delta\Phi}=2$ m.

2.2. $E_1=I/r^2$ (1) și $E_2=\frac{I}{r_1^2}\cos\alpha$ (2)

unde $r_1^2=r^2+x^2$, x fiind distanța de la centrul suprafeței la margine, iar $\cos\alpha=r/\sqrt{r^2+x^2}$.

După înlocuirea lui r_1 și $\cos\alpha$ în (2) se obține:

$$E_2=Ir/(r^2+x^2)^{3/2} \quad (3)\ .$$

Din (1) și (3) se obțin r și x și apoi $\cos\alpha=1/2$. Deci $\alpha=\pi/3$.

2.3. Iluminarea la mijlocul mesei este:

$$E=I_1/h_1^2=I_2/h_2^2,$$

unde h_2 este înălțimea față de masă în cazul doi.

Iluminarea la marginea mesei în cele două cazuri va fi:

$$E_1=I_1h_1/\left(\sqrt{h_1^2+\frac{d^2}{2}}\right)^3 \text{ și } E_2=I_2h_2\Big/\left(\sqrt{h_2^2+\frac{d^2}{2}}\right)^3$$

deci: $E_1/E_2=3$.

2.4. Pentru a se efectua fotografia în aceleași condiții este necesar ca energia luminoasă să fie aceeași. Deci: $W_1=W_2$, sau $\Phi_1t_1=\Phi_2t_2$. Deoarece $\Phi=IS/d^2$ rezultă $t_2=I_1t_1d_2^2/I_2d_1^2$.

2.5. Considerînd o normală la placa din A, care formează unghiul α cu AS_1, iluminarea plăcii va fi:

$$E=\frac{I}{l^2}\left[\cos\alpha+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\right]=\frac{2I}{l^2}\cos\frac{\pi}{4}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right).$$

Din această relație se observă că iluminarea este maximă pentru $\alpha=\pi/4$, deci în cazul cînd placa este paralelă cu latura S_1S_2. Valoarea iluminării este:

$$E=\sqrt{2}I/l^2.$$

2.6. Iluminarea în colțurile camerei este dată de

$E=\frac{I}{r^2}\cos\alpha$ (1), unde (conform figurii 2.6.R) $r=a/\sin\alpha$.

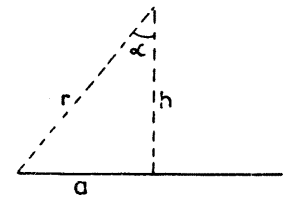


Fig. 2.6.R

Adică, $E=\frac{I}{a^2}\cos\alpha\sin^2\alpha$ (2).

Iluminarea are valoarea maximă dacă

$$\frac{dE}{d\alpha}=\frac{I}{a^2}(2\sin\alpha\cos^2\alpha-\sin^3\alpha)=0,$$

adică $\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{2}$. Atunci, $h=a/\operatorname{tg}\alpha=2{,}5$ m, unde a este jumătate din diagonala pătratului.

2.7.

$$E_A=\frac{I_1}{h_1^2}+\frac{I_2}{r_1^2}\cos\alpha_1=\frac{I_1}{h_1^2}+\frac{I_2h_2}{r_1^3} \quad (1),$$

unde, $r_1=\sqrt{h_2^2+l^2-(h_2-h_1)^2}$ (2).

Deci, $E_A=\frac{I_1}{h_1^2}+\frac{I_2h_2}{\left[h_2^2+l^2-(h_2-h_1)^2\right]^{3/2}}=34$ lx.

Dar, $E_B=\frac{I_2}{h_2^2}+\frac{I_1}{r_2^2}\cos\alpha_2=\frac{I_2}{h_2^2}+\frac{I_1h_1}{r_2^3}$ (3),

unde, $r_2=\sqrt{h_1^2+l^2-(h_2-h_1)^2}$ (4) .

Atunci, $E_B=\frac{I_2}{h_2^2}+\frac{I_1h_1}{\left[h_1^2+l^2-(h_2-h_1)^2\right]^{3/2}}=24$ lx

și $E_A/E_B=1{,}4$.

2.8. Notăm cu x distanța de la prima lampă la hîrtie. Condiția cerută se scrie:

$$\frac{I_1}{x^2}=n\frac{I_2}{(L-x)^2} \text{ sau } (I_1-nI_2)x^2-2I_1Lx+I_1L^2=0,$$

care are rădăcinile $x_1=\frac{L}{1+\sqrt{nI_2/I_1}}$ și $x_2=\frac{L}{1-\sqrt{nI_2/I_1}}$.

Observăm că $x_2>L$, deci nu corespunde condiției ca hîrtia să fie așezată între cele două lămpi.

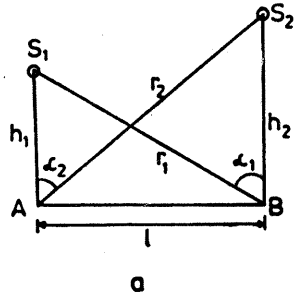
2.9. Iluminările în cele trei puncte se obțin în urma suprapunerii iluminărilor date de fiecare sursă. Rezultă (fig. 2.9.a.R)

$$E_A=\frac{I_1}{h_1^2}+\frac{I_2}{r_2^2}\cos\alpha_2=\frac{I_1}{h_1^2}+\frac{I_2}{(h_2^2+l^2)}\cdot\frac{h_2}{\sqrt{h_2^2+l^2}},$$

$$E_B=\frac{I_2}{h_2^2}+\frac{I_1}{r_1^2}\cos\alpha_1=\frac{I_2}{h_2^2}+\frac{I_1}{h_1^2+l^2}\cdot\frac{h_1}{\sqrt{h_1^2+l^2}}$$

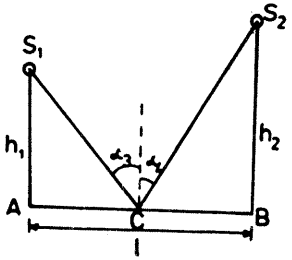
și (fig. 2.9.b.R.) $E_C=\frac{I_1}{r_3^2}\cos\alpha_3+\frac{I_2}{r_4^2}\cos\alpha_4=\frac{I_1}{\left(h_1^2+\frac{l^2}{4}\right)}\cdot\frac{h_1}{\sqrt{h_1^2+\frac{l^2}{4}}}+$

$$+\frac{I_2}{\left(h_2^2+\frac{l^2}{4}\right)}\cdot\frac{h_2}{\sqrt{h_2^2+\frac{l^2}{4}}}$$



a

Fig. 2.9 a. R



b

Fig. 2.9 b.R

2.10. Din $E=\frac{I\cos\alpha}{R^2}=\frac{BS}{r^2+h^2}\cdot\frac{h}{\sqrt{r^2+h^2}}$ (1),

rezultă că $\frac{dE}{dh}=0$ pentru $h=\frac{r}{\sqrt{2}}=0{,}707$ m,

iar, $E=\frac{2BS}{3\sqrt{3}r^2}=61{,}58$ lx.

2.11. Iluminarea este $E=\Phi/A=I\Omega/A$, unde Ω este unghiul solid sub care se împrăștie fluxul Φ, iar A este aria mesei (fig. 2.11.R). Unghiul solid este

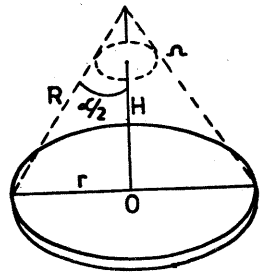


Fig. 2.11.R

$$\Omega=\frac{S}{R^2}=\frac{\frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi\alpha}{180}-\sin\alpha\right)}{R^2}$$

unde S este aria segmentului de suprafață sferică. Cum $r=H$, atunci $\alpha=90°$ și deci

$$\Omega=0{,}5\left(\frac{\pi}{2}-1\right)=0{,}285 \text{ steradiani.}$$

Deoarece $A=\pi r^2$ se poate scrie $E=\frac{I\Omega}{\pi R^2}=\frac{\Omega}{\pi}E_0\simeq 0{,}091\,E_0$.

2.12. Punctul C, cel mai apropiat de S_1, se află pe dreapta ce unește sursa S_1 cu centrul emisferei. Iluminarea în punctul C este:

$$E=\frac{I}{r_1^2}+\frac{I}{r_2^2}\cos\alpha$$

unde I este intensitatea fiecărei surse, r_1 și r_2 distanțele de la sursă la C, iar α reprezintă unghiul sub care cade lumina emisă de sursa S_2.

Știind că: $I=\frac{\Phi}{4\pi}$, obținem: $E=\frac{\Phi}{4\pi}\left(\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}\cos\alpha\right)$.

Din triunghiul S_1OA rezultă: $r_1=S_1O-R=R\sqrt{5}-R=1{,}24\,R$

și $\cos\beta=\frac{S_1A}{S_1O}=\frac{R}{R\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Din ΔS_1CS_2 obținem:

$$r_2^2=r_1^2+4R^2-4r_1R\cos\beta=6R^2\left(1-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)=3{,}31\,R^2$$

și $\cos\alpha=\frac{r_1^2+r_2^2-4R^2}{2r_1r_2}=0{,}188$,

Rezultă pentru iluminare:

$$E=\frac{0{,}7\,\Phi}{4\pi R^2}.$$

2.13. Cele două orificii reprezintă două surse de lumină pentru detectorul A. Diferența de fază dintre undele emise de cele două surse

depinde de viteza de deplasare a sursei S, aflată la distanța x de axa sistemului (fig. 2.13.R).

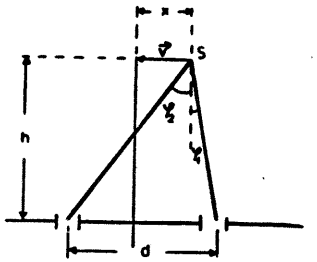


Fig. 2.13.R

Astfel, $\Delta\varphi=\frac{2\pi h}{\lambda}\left(\frac{1}{\cos\varphi_2}-\frac{1}{\cos\varphi_1}\right)$.

Dar, $d\ll h$ și $x\ll h$, astfel că $\sin\varphi_1\simeq\varphi_1$, $\sin\varphi_2\simeq\varphi_2$ și

$$\cos\varphi_1\cong 1-\frac{\varphi_1^2}{2}=1-\frac{(d-2x)^2}{8h^2};$$

$$\cos\varphi_2\cong 1-\frac{\varphi_2^2}{2}=1+\frac{(d-2x)^2}{8h^2}.$$

Astfel, $\Delta\varphi=\frac{2\pi dx}{\lambda h}$, iar $x=\frac{v}{f}$ și $v=\frac{\lambda hf}{d}=4{,}5\cdot10^{-3}$ m/s.

Optică ondulatorie

2.14.

$$n=c/v\ (1),\quad \text{unde}\quad v=\lambda\nu=\lambda\frac{\varepsilon}{h}\ (2),$$

deci $n=hc/\varepsilon\lambda=1{,}47$.

2.15. $(S_1C)^2=l^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2$, $(S_2C)^2=l^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2$

$$(S_1C)^2-(S_2C)^2=\left(x+\frac{d}{2}+x-\frac{d}{2}\right)\left(x+\frac{d}{2}-x+\frac{d}{2}\right).$$

Deoarece d și x sînt mici în comparație cu l (aceasta are loc totdeauna în observarea interferenței luminii), S_1C+S_2C poate fi înlocuit prin $2l$ și (S_1C-S_2C) este diferența de drum optic, indicele de refracție al mediului prin care se propagă undele fiind $n=1$. Rezultă că: $\delta=dx/l=0{,}5\cdot10^{-6}$ m.

2.16. În figura 2.16.R raza 1 își modifică faza datorită reflexiei pe suprafața apei. Astfel, diferența de fază dintre cele două raze ce ajung în detector este egală cu:

$$\Delta\varphi=\pi+\frac{2\pi h(1-\cos 2\theta)}{\lambda\sin\theta}=\pi+$$
$$+\frac{4\pi h\sin\theta}{\lambda}\ (1).$$

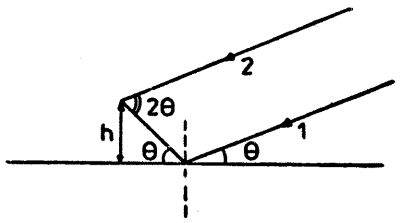


Fig. 2.16.R

Primul maxim se obține pentru $\Delta\varphi=2\pi$, adică

$$\sin\theta=\lambda/4h=0{,}105\ \text{și}\ \theta=6°.$$

2.17. Pentru ca placa să apară roșie în lumină reflectată este necesar ca lumina reflectată de la cele două fețe ale ei să dea un maxim de interferență pentru $\lambda=750$ mm. Condiția de maxim este:

$$\delta=2nd-\frac{\lambda}{2}=k\lambda,\quad \text{de unde}\quad d=\frac{\left(k+\frac{1}{2}\right)\lambda}{2n}.$$

Grosimea minimă se obține pentru maximul de ordinul întîi ($k=1$), deci $d=\frac{3\lambda}{4n}=0{,}365\ \mu$m.

2.18. $\delta=2nd+\frac{\lambda}{2}$, în cazul incidenței normale, unde $d=0{,}4\ \lambda$

Deci, $\delta=3\frac{\lambda}{2}$ și pelicula se va vedea întunecată.

2.19. Pentru ca obiectele să se vadă verzi trebuie să se obțină un maxim de interferență pentru radiația verde. Deci, $\delta=2nd=k\lambda_v$.

Pentru $k=1$, $d=\lambda_v/2n=0{,}206\ \mu$m.

2.20. Fasciculul de lumină suferă o reflexie pe suprafața de separare aer-peliculă (fig. 2.20.R). Raza refractată suferă o reflexie pe suprafața de separare peliculă-sticlă. Cele două raze reflectate vor interfera în aer. De remarcat că ambele raze reflectate suferă o schimbare de fază cu π radiani, deoarece întîlnesc un mediu mai dens optic decît cel din care vin.

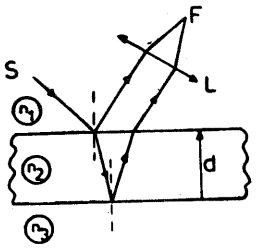


Fig. 2.20.R

Diferența de drum dintre raze va fi $\delta=2dn_2$. Condiția de obținere a maximelor de interferență este:

$$\delta=2dn_2=k\lambda$$

unde d este grosimea peliculei. Se obțin

$$d_k=\frac{k\lambda}{2n_2}\quad\text{cu}\quad k=1,\ 2,\ \ldots$$

Pentru $k=1$ se obține $d=0{,}21\ \mu$m.

2.21. Condiția de maxim pentru lumina reflectată de cele două fețe ale lamei se scrie

$2nd\cos r-\frac{\lambda}{2}=k\lambda$ (1), unde $\cos r=1$ și $\lambda=4nd/(2k+1)$(2).

Înlocuind în (2), pe rînd $k=0$, rezultă $\lambda_1=2400$ nm; $k=1$, rezultă $\lambda_2=800$ nm; $k=2$, rezultă $\lambda_3=480$ nm; $k=3$, rezultă $\lambda_4=266$ nm.

Singura lungime de undă cuprinsă în spectrul vizibil este $\lambda_3=480$ nm.

2.22. Primul minim se formează dacă

$2nd\cos r-\frac{\lambda}{2}=\frac{\lambda}{2}$ (1), de unde $d=\lambda/2\,n\cos r$ (2),

care este minim pentru $\cos r=1$ (incidență normală), adică

$$d_{min}=\lambda/2\,n=143 \text{ nm}.$$

2.23. Diferența de drum optic între două raze succesive care interferă la o distanță finită cu ajutorul lentilei L este (fig. 2.23.R): $\delta=2\,BC\,n_2-BI\,n_1=2\,dn_2\cos\beta=2d\sqrt{n_2^2-\sin^2\alpha}$ unde d este grosimea plăcuței; α — unghiul de incidență; β — unghiul de refracție în sticlă, iar n_2 și n_1 sînt indicii de refracție ai sticlei și respectiv aerului.

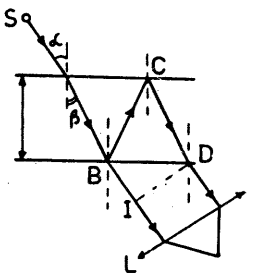


Fig. 2.23. R

Condiția de maxim este: $2d\sqrt{n_2^2-\sin^2\alpha}=k\lambda$. În cazul grosimii minime a plăcuței $k=1$ și rezultă:

$$d=\frac{\lambda}{2\sqrt{n_2^2-\sin^2\alpha}}=2{,}89\cdot10^{-5} \text{ cm}.$$

2.24. În absența lamei, $d_1-d_2=7\,\lambda$.

În prezența lamei, $d_2-d_1+(n-1)e=0$

de unde $e=\frac{7\lambda}{n-1}=6{,}6\cdot10^{-6}$ m.

2.25. Înainte de introducerea lamei de sticlă primul maxim se formează la distanța i_1 dată de $i_1d/l=\lambda$ (1).

După introducerea lamei primul maxim se formează la distanța i_1' dată de $\frac{i_1'd}{l}+h(n_s-1)=\lambda$ (2),

de unde deplasarea franjei va fi:

$$\Delta i=i_1-i_1'=h(n_s-1)l/d=2{,}0 \text{ mm}.$$

Deplasarea este spre maximul central.

2.26. Prin introducerea plăcuței de grosime d se introduce o diferență de drum suplimentară

$$\delta=(n-1)d=k\lambda, \text{ unde } k=5.$$

Deci, $d=k\lambda/(n-1)=6\cdot10^{-6}$ m.

2.27. Interfranja $i=d/N=D\lambda/l$, de unde $\lambda=ld/ND=457$ nm.

2.28. Pentru radiația roșie interfranja este $i_r=D\lambda_r/l$ (1),

iar pentru cea violetă $i_v=D\lambda_v/l$ (2).

Distanța căutată este $d=2(i_r-i_v)=\frac{2D}{l}(\lambda_r-\lambda_v)=7{,}2\cdot10^{-3}$ m.

2.29. a) $x_3=3i=3\,\lambda D/d$, de unde $D=1$ m.

b) $i_1=i/n=0{,}45$ mm.

c) $e(n-1)=\lambda/2$, de unde $e=0{,}633$ μm.

2.30. Prin așezarea lentilei convergente între planul surselor și ecran se poate considera că interferența apare între undele emise de imaginile surselor.

Pentru ca interfranja să aibă valoarea dată planul imaginilor surselor trebuie să se afle la distanțe $D_1=id_1/\lambda$ (1) , unde d_1 este distanța dintre sursele imagine.

Deci, distanța de la imagine la lentilă va fi $x_2=D_1-D$, iar distanța de la obiect la lentilă este $x_1=l$. Din formula lentilei,

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{l}+\frac{1}{\frac{id_1}{\lambda}-D} \quad (2),$$

unde $d_1=d\,x_2/x_1$ (3).
Înlocuind (3) în (2) rezultă $l=(\lambda D+id)f/\lambda(D+f)=1{,}02439$ m (4).

2.31. a) Prin umplerea tubului cu clor se modifică diferența de drum optic cu

$\delta=(n_{Cl}-n_{aer})\,l=N\lambda$ de unde $n_{Cl}=n_{aer}+\frac{N\lambda}{l}=1{,}000865$.

b) Franjele se deplasează spre maximul central (interfranja se micșorează).

2.32. Distanța dintre franjele de interferență pe pană este: $\Delta x = \lambda/2\alpha n$ (1).

Pe baza formulei de mărire a lentilelor se poate scrie $\Delta x/i = d_1/d_2$ (2) unde d_1 este distanța de la ecran la lentilă și d_2 distanța de la lentilă la pană.

Ținînd seama că $d_2 = d - d_1$, formula lentilelor se scrie

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d-d_1} = \frac{1}{f} \quad (3).$$

Introducînd d_1 din (3) în (2) rezultă

$$\Delta x = i \frac{d \mp \sqrt{d^2 - 4fd}}{d \pm \sqrt{d^2 - 4fd}}$$

și $$\alpha = \frac{\lambda}{2n\Delta x} = \frac{\lambda}{2ni} \cdot \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4df}}{d \mp \sqrt{d^2 - 4df}}.$$

2.33. Dacă l este distanța dintre k franje conform figurii 2.33.R,

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h_2 - h_1}{l}, \text{ dar } 2(h_2 - h_1)n = k\lambda,$$

este diferența de drum optic între două franje al căror ordin diferă cu k. Atunci,

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{k\lambda}{2nl} = 5{,}119 \cdot 10^{-5} \text{ și } \alpha = 10{,}56''.$$

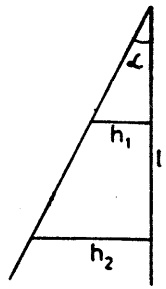


Fig. 2.33.R

2.34. a) $\alpha = \frac{\lambda}{2i} = 3 \cdot 10^{-4}$ rad.

b) Interfranja se reduce la $i_1 = \frac{i}{n} = 12$ mm.

2.35. Diferența de drum suplimentară ce apare prin introducerea amoniacului este

$$l(n_1 - n) = N\lambda \quad (1) \quad \text{de unde} \quad n_1 = n + \frac{N\lambda}{l} = 1{,}000377 \quad (2).$$

2.36. Prin așezarea firului de păr între cele două lame s-a format o pană, pentru care interfranja

$$i = \lambda/2\alpha n \quad (1), \text{ unde } \alpha \simeq \operatorname{tg}\alpha = L/d \quad (2) \text{ și } i = l/N \quad (3).$$

Din (1) — (3), $L = N\lambda d/2nl = 6 \cdot 10^{-5}$ m, unde indicele de refracție al aerului $n = 1$.

2.37.

$$\alpha = \lambda/2in = 18 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 1{,}035 \cdot 10^{-3} \text{ grade} = 3{,}7''.$$

2.38. Dispozitivul este analog cu cel din experiența lui Young în care cele două surse coerente sînt sursa S și imaginea sa S' în oglinda O (fig. 2.38.R).

Cînd distanța de la S la O este x, distanța dintre surse este $2x$ și interfranja este $i = \lambda l/2x$ (1).

Dacă se îndepărtează sursa la $x+h$ de oglindă $i/n = \lambda l/2(x+h)$ (2).

Din (1) și (2), $\lambda = 2ih/l(n-1) = 0{,}60$ μm.

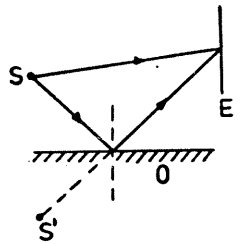


Fig. 2.38.R

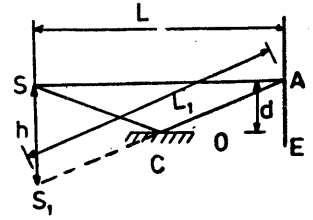


Fig. 2.39.R

2.39. În figura 2.39.R S_1 reprezintă imaginea sursei S în oglinda O. Undele ce provin de la cele două surse sînt coerente, deoarece ele provin de la aceeași sursă. Intensitatea în punctul A depinde de diferența de drum optic egală cu $\delta = \Delta L + \frac{\lambda}{2}$, unde $\Delta L = L_1 - L$ este diferența drumurilor geometrice ale razelor, iar $\lambda/2$ se datorește schimbării fazei φ a undei SCA cu π datorită reflexiei pe oglindă.

Notînd $SS_1 = h = 2d$, rezultă că

$$L_1 = \sqrt{L^2 + h^2} = L\sqrt{(h/L)^2 + 1}.$$

Deci

$$\Delta L = L(\sqrt{(h/L)^2 + 1} - 1).$$

Deoarece $h/L \ll 1$, după dezvoltarea radicalului se obține:

$$\delta \cong \frac{1}{2}\frac{h^2}{L} + \frac{\lambda}{2} = k\frac{\lambda}{2}, \quad \text{de unde} \quad k = \frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{4d^2}{L\lambda} + 1 = 201.$$

În punctul A se obține un minim de interferență deoarece k este un număr impar.

2.40. Conform figurii 2.40.R prin introducerea lamei de sticlă diferența de drum optic se modifică cu $\delta_1=(n-1)d=k_1\frac{\lambda}{2}$, de unde

$$k_1=\frac{2(n-1)d}{\lambda}=15.$$

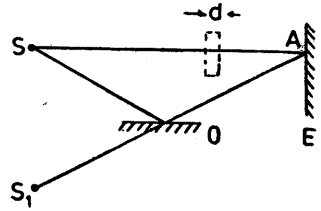


Fig. 2.40.R

În punctul A apare un maxim de intensitate deoarece diferența de drum optic totală este $\delta-\delta_1=186\,\lambda/2$, un număr par de $\lambda/2$.

2.41. La incidență normală, $\cos r=1$, astfel că interferența constructivă apare pentru

$$2ne=\left(k+\frac{1}{2}\right)\lambda,$$

de unde $\lambda=\dfrac{2ne}{k+\frac{1}{2}}=\dfrac{8\cdot10^{-7}}{k+\frac{1}{2}}$ m.

Dacă ne restrîngem la domeniul vizibil, $(4\cdot10^{-7}<\lambda<8\cdot10^{-7})$m, singura lungime de undă care apare (pentru $k=1$) este

$$\lambda_1=\frac{16}{3}\cdot10^{-7}\text{ m},$$

care se află în regiunea galben-verde.

2.42. Din geometrie, $AO\cdot OD=BO^2$ sau

$$(2R-d)d=r^2\ (1).$$

Cînd undele reflectate pe suprafața convexă a lentilei și pe placă interferă, atunci diferența de drum dintre aceste unde este $2\,dn$ unde n este indicele de refracție al aerului (între lentilă și placă s-a format o pană de aer).

Dacă interferența este observată în lumină reflectată atunci reflexia pe placă în punctul N creează o diferență de drum de $\lambda/2$ (lumina intră într-un mediu mai dens optic), astfel $\delta=2nd+\frac{\lambda}{2}=(2m+1)\frac{\lambda}{2}$ pentru minim, de unde $2nd=2m\lambda/2$, (2) exprimă condiția de obținere a minimelor de interferență, care corespund inelelor întunecoase Newton.

Condiția de maxim (inelele Newton luminoase) se scrie $2dn=(2m-1)\frac{\lambda}{2}$.

În relația (1) d este mic în comparație cu $2R$ astfel încît rezultă $2Rd=r^2$ (3).

Din (2) și (3) se obține $r_m=\sqrt{mR\lambda/n}$, unde m este ordinul franjei întunecate.

Pentru a treia franjă întunecată (al treilea inel), avem $m=3$. Cum mediul dintre lentilă și placă este aer ($n=1$) rezultă:

$$r_3=4{,}65\cdot10^{-3}\text{ m}.$$

2.43. Raza inelului întunecat de ordin p este (vezi problema 2.42) $r_p=\sqrt{pR\lambda}$ deci: $r_{21}-r_{20}=\sqrt{21R\lambda}-\sqrt{20R\lambda}=\sqrt{R\lambda}(\sqrt{21}-\sqrt{20})$. $\sqrt{R\lambda}$ se scoate din expresia razei inelului luminos

$$r_k=\sqrt{R\lambda\left(k-\frac{1}{2}\right)},\text{ unde } k=1,2,\ldots$$

Deci, $r_9-r_4=\sqrt{R\lambda}\left(\sqrt{\frac{17}{2}}-\sqrt{\frac{7}{2}}\right)=3$ mm.

Astfel, $r_{21}-r_{20}=0{,}317$ mm.

2.44. a) Imaginile sursei în biprismă reprezintă două surse virtuale S_1 și S_2. Radiațiile ce provin de la cele două surse sînt coerente și produc franje de interferență. Din figură se vede că $l/2=d\,\mathrm{tg}\,\alpha$ sau întrucît α este foarte mic $l=2\,\alpha d$ (1).

Dacă unghiul de incidență i_1 și de emergență i_2 pe o prismă sînt foarte mici ($\sin i_1\simeq i_1$; $\sin i_2\simeq i_2$, $i_1\simeq nr_1$; $i_2\simeq nr_2$) unghiul α dintre raza incidentă și cea emergentă este $\alpha\simeq(n-1)(r_1+r_2)$, unde r_1 este unghiul de refracție pe prima față a prismei, iar r_2 unghiul de incidență pe interfața sticlă-aer. Cum $r_1+r_2=\gamma$ se poate scrie că $\alpha=(n-1)\gamma$ (2).

Înlocuind relația (1) se obține: $l=2d(n-1)\gamma=3{,}5$ mm.

b) $\lambda=il/D=2di(n-1)\gamma/D=7000$ Å.

2.45. $\alpha=(n-1)\gamma$ (relația (2) din problema (2.44). Distanța între sursele virtuale S_1 și S_2 este

$$d=2l\sin\alpha=2l(n-1)\gamma\ (\sin\alpha\simeq\alpha).$$

Diferența de drum dintre undele ce interferă în punctul P este:

$$\delta=dx/D.$$

Punînd condiția de maxim: $k\lambda=dx/D=2l(n-1)\gamma x/D$,

interfranja i este $i=x/k=\lambda D/2k(n-1)\gamma$.

Rezultă astfel $\beta=180^\circ-2\gamma=\pi-\dfrac{\lambda D}{2l(n-1)i}$.

2.46. Din triunghiurile dreptunghice S_1DP și S_2CP găsim (figura 2.46):

$$(PS_1)^2=(DS_1)^2+(DP)^2 \quad (1),$$

$$(PS_2)^2=(CS_2)^2+(CP)^2 \quad (2).$$

Ținînd seama de figura 2.46 relațiile (1) și (2) se scriu:

$$(PS_1)^2=(L+r)^2+(x-d/2)^2 \quad (3) \text{ și}$$

$$(PS_2)^2=(L+r)^2+(x+d/2)^2 \quad (4).$$

Scăzînd (3) din (4) rezultă: $(PS_2)^2-(PS_1)^2=2dx$ sau $[(PS_2)-(PS_1)]\cdot[(PS_2)+(PS_1)]=2dx$.

Mărimea $\delta=(PS_2)-(PS_1)$ reprezintă diferența de drum dintre cele două raze.

Cu bună aproximație se poate considera:

$$PS_2+PS_1\simeq 2(L+r)$$

deci: $\delta=\frac{dx}{L+r}$, unde $d=2r\sin\alpha$.

Condiția de maxim de interferență în punctul P de pe ecran este $\delta=k\lambda$, deci

$$\frac{dx}{L+r}=k\lambda,$$

unde k este ordinul maximului.

Distanța dintre franjele de interferență va fi:

$$i=\frac{x}{k}=\frac{\lambda(L+r)}{d}=\frac{\lambda(L+r)}{2r\sin\alpha}.$$

2.47. Constanta rețelei este $d=\frac{2{,}54\cdot10^{-2}}{10^4}=2{,}54\cdot10^{-6}$ m. În ordinul întîi ecuația rețelei se scrie

$d\sin\theta=\lambda$; $\frac{d\theta}{d\lambda}=\frac{1}{d\cos\theta}\simeq\frac{1}{d}$, deoarece θ este foarte mic.

Atunci, $\Delta\theta=2{,}36\cdot10^{-4}$ rad.

Mărimea unghiulară a telescopului este:

$$\frac{\Delta\theta_1}{\Delta\theta}=-\frac{f_{ob}}{f_{oc}}, \text{ de unde}$$

$$\Delta\theta_1=-2{,}83\cdot10^{-3}\text{ rad}\simeq-0{,}16°.$$

2.48. Primul minim se obține după direcția θ (unghiul θ este măsurat față de direcția după care apare maximul central), dată de $\sin\theta=\frac{\lambda}{a}$, iar dacă notăm cu x distanța dintre cele două minime alăturate maximului central,

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{x}{2D}, \text{ de unde } x=2{,}356\text{ mm}.$$

2.49. Unghiurile ce definesc direcțiile după care apar maximele de ordinele doi și trei se obțin din condițiile: $a\sin\theta_2=2\lambda$ și $a\sin\theta_3=3\lambda$, de unde

$$\lambda=a(\sin\theta_3-\sin\theta_2)=2a\cos\frac{\theta_2+\theta_3}{2}\sin\frac{\theta_3-\theta_2}{2}\simeq 2a\frac{\theta_3-\theta_2}{2}\simeq$$

$$\simeq a\alpha==0{,}17\ \mu\text{m}.$$

Am considerat că $\cos\frac{\theta_2+\theta_3}{2}\simeq1$ și $\sin\frac{\theta_3-\theta_2}{2}\simeq\frac{\theta_3-\theta_2}{2}$.

2.50. Conform figurii 2.50.R, $\operatorname{tg}\varphi=h/l$ (1) și din condiția pentru apariția maximului de ordinul doi:

$$d\sin\varphi=2\lambda \quad (2)$$

rezultă: $l=\frac{h}{2\lambda}\sqrt{d^2-4\lambda^2}=1{,}5$ m.

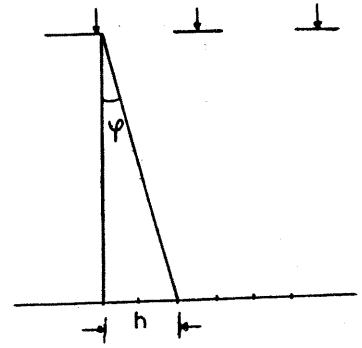


Fig. 2.50.R

2.51. Condiția de maxim pe ecran este $d\sin\theta_k=k\lambda$, unde k este ordinul maximului.

Pentru cele două radiații se scriu:

$d\sin\theta_1=2\lambda_r$; $d\sin\theta_2=2\lambda_v$.

Pozițiile maximelor pe ecran sînt

$$x_1=D\sin\theta_1 \text{ și } x_2=D\sin\theta_2,$$

iar distanța dintre maxime $l=x_1-x_2=7{,}2\cdot10^{-3}$ m.

2.52. În $d\sin\theta_{max}=k\lambda_{max}$, $d=\frac{1}{N_0}$, $\sin\theta_{max}=1$, $k=4$, astfel că $\lambda_{max}=500$ nm.

2.53. a) Valoarea ordinului maxim al lui k corespunde lui $\sin\theta=1$, deci $k=\frac{d}{\lambda}=4$.

b) $a(\sin\theta-\sin\theta_0)=k\lambda$,

de unde $k=\frac{a(\sin\theta-\sin\theta_0)}{\lambda}$ care este maxim pentru $\sin\theta=-1$ ($\theta=-\pi/2$), deci

$$k_{max}=-3a/2\lambda=-6.$$

Semnul minus indică faptul că spectrul se află în stînga maximului central.

2.54. Din, $d\sin\varphi=k\lambda$ (1) şi $d\sin\varphi_{max}=5\lambda$ (2)

rezultă $\sin\varphi_{max}=\frac{5\sin\varphi}{k}\leqslant 1$, unde k este un număr întreg,

$$k\geqslant 2{,}867, \text{ sau } k=3.$$

Atunci, $d=k\lambda/\sin\varphi=2{,}798\ \mu m$.

2.55. În $d\sin\varphi=2\lambda$ (1), unghiul φ se obţine din $\operatorname{tg}\varphi=l/L$ (2).

Atunci, $\lambda=\frac{d}{2}\cdot\frac{l}{\sqrt{l^2+L^2}}=590$ nm.

2.56. Din $d\sin\theta_1=2\lambda_1$ (1) şi $d\sin\theta_2=3\lambda_2$ (2) rezultă $\sin\theta_2=\frac{3\lambda_2}{2\lambda_1}\sin\theta_1=0{,}81589$, sau $\theta_2=54{,}67°$.

2.57 $\sin\theta=\frac{k_1\lambda_1}{d}=\frac{k_2\lambda_2}{d}$ (1), de unde $\frac{k_1}{k_2}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{5}{8}$ (2)

şi $\sin\theta=\frac{k_1\lambda_1}{d}=0{,}65632$, iar $\theta=41°$.

2.58. a) $d\sin\varphi=k\lambda$, în acest caz $k=1$, $\sin\varphi\simeq\operatorname{tg}\varphi$ (deoarece $\frac{l}{2}\ll L$), iar $\operatorname{tg}\varphi=l/2L$. Rezultă $d=2L\lambda/l=4950$ nm.

b) Numărul de trăsături pe centimetru este

$$n=1/d=2{,}02\cdot 10^5\ m^{-1}.$$

c) Pentru determinarea numărului de maxime se consideră că unghiul maxim de deviere a fasciculului nu poate depăşi 90°. $k_{max}=d\sin\varphi/\lambda=9{,}9$. Cum k trebuie să fie întreg urmează că vom avea $k_{max}=9$. Numărul de maxime pe ecran se calculează ţinînd seama că în dreapta şi în stînga maximului central se află k_{max} maxime. Deci $N=2k_{max}+1=19$.

d) $\sin\varphi_{max}=k_{max}\lambda/d$ deci $\varphi_{max}=\text{arc}\sin(k_{max}/d)=65{,}4°$.

2.59. Condiţiile de obţinere a maximelor pentru radiaţiile extreme ale spectrului vizibil sînt

$$d\sin\alpha_1=k\lambda_v \text{ şi } d\sin\alpha_2=k\lambda_r$$

unde α_1 şi α_2 sînt unghiurile corespunzătoare maximelor de ordin unu (fig. 2.59.R). Se vede că: $\sin\alpha_1\simeq\operatorname{tg}\alpha_1=l_1/L$, şi $\sin\alpha_2\simeq\operatorname{tg}\alpha_2=l_2/L$.

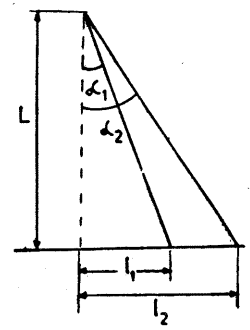


Fig. 2.59. R

Rezultă că:

$$\Delta l=l_2-l_1=kL(\lambda_r-\lambda_v)/d=knL(\lambda_r-\lambda_v)=76 \text{ cm}.$$

2.60. Pentru maximul de ordinul întîi,

$$\frac{\sin\theta_v}{N_0}=\lambda_v \text{ şi } \frac{\sin\theta_r}{N_0}=\lambda_r,$$

de unde $\alpha=\theta_r-\theta_v=8°55'$.

2.61. Pentru o reţea cu distanţa d între două fante alăturate, pentru maximul de ordinul trei,

$$\sin\theta_{3v}=\frac{3\lambda_v}{d}=\frac{12\cdot 10^{-7}(m)}{d},$$

iar pentru maximul de ordinul doi,

$$\sin\theta_{2r}=\frac{2\lambda_r}{d}=\frac{14\cdot 10^{-7}(m)}{d}$$

de unde se vede că întotdeauna $\theta_{2r}>\theta_{3v}$.

2.62. Din legea lui Brewster, $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)=n$, unde φ este azimutul Soarelui şi rezultă $\varphi=37°$.

2.63. a) $\operatorname{tg}\theta_0=\frac{n_s}{n_{aer}}$, adică $\theta_0=58{,}78°$

b) $\operatorname{tg}\theta_0'=\frac{n_s}{n_{apă}}$, adică $\theta_0'=51{,}058°$.

2.64. Legea lui Brewster se scrie în acest caz $\operatorname{tg} i_B=n_2/n_1$; unde n_1 este indicele de refracţie al lichidului şi $i_B=\frac{\varphi}{2}$. Rezultă deci: $n_1=n_2/\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}=1{,}33$.

2.65. Din geometria figurii 2.65 se vede că unghiul Brewster este $i_B=60°$, $n_1=n_2/\operatorname{tg} i_B=1{,}39$.

2.66. Fasciculul reflectat fiind polarizat incidenţa este brewsteriană.

a) $\theta_r=\frac{\pi}{2}-\theta_0=32°$;

b) $n=\operatorname{tg}\theta_0=1{,}6$.

2.67. $\operatorname{tg}(90-\alpha)=n$, sau $\operatorname{ctg}\alpha=n$, deci $\alpha=32°$.

2.68. a) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=n$, deci $\alpha=2\operatorname{arc\,tg}n=114°$.

b) $\sin\frac{\alpha}{2}/\sin\beta=n$, deci $\sin\beta=\sin\frac{\alpha}{2}/n=0{,}544$, sau $\beta=33°$, iar $\gamma=\beta+\left(180-\frac{\alpha}{2}\right)=156°$.

Optică geometrică

2.69. $\beta=180-2\alpha$, unde $\operatorname{tg}\beta=\frac{h}{l}\simeq 0{,}0867$.
Deci $\beta=5°$ și $\alpha=87°30'$.

2.70. Imaginile sursei S date de cele două oglinzi se obțin ducînd perpendicularele SA și SB pe suprafețele oglinzilor (fig. 2.70). Se vede că:

$$AS=d\cos\frac{\alpha}{2}=BS \quad \text{și} \quad S_1M=SS_1\sin\frac{\alpha}{2}=2\,AS\sin\frac{\alpha}{2}=d\sin\alpha.$$

Deci $S_1S_2=2S_1M=2d\sin\alpha=2\,d\sin(\pi-\gamma)=0{,}56$ cm.

2.71. Notînd cu i_1 unghiul de incidență pe oglinda O_1 și cu i_2 unghiul de incidență pe oglinda O_2 se obervă că $\alpha=2(i_1+i_2)$.
Din triunghiul I_1AI_2, $i_1+i_2=\pi/4$, astfel că $\alpha=\pi/2$.

2.72. Conform figurii 2.72.R, suma unghiurilor patrulaterului $AOBS$ este 2π, dar unghiurile din A și B sînt de $\pi/2$ deoarece S_1 este simetricul lui S față de oglinda O_1 și S_2 este simetricul lui S față de O_2. Atunci $\alpha+\beta=\pi$ și $\beta=\pi-\alpha$.

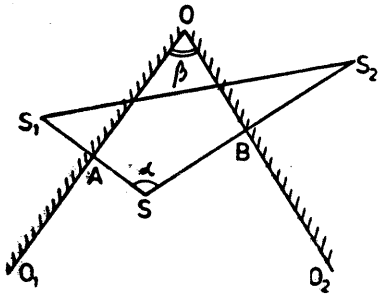


Fig. 2.72.R

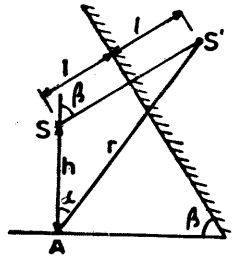


Fig. 2.73.R

2.73. Iluminarea în A este dată de sursa S și de imaginea sa S' în oglinda plană (fig. 2.73.R). Iluminarea totală este deci:
$E=E_1+E_2=\frac{I}{h^2}+\frac{I}{r^2}\cos\alpha$.

Din $\Delta\,ASS'$ se vede că: $\sphericalangle ASS'=180°-\beta$, deci $r^2=h^2+(2l)^2-4lh\cos(180°-\beta)=h^2+4l^2+4lh\cos\beta$.

Din teorema sinusului rezultă:

$$\frac{r}{\sin(180-\beta)}=\frac{2l}{\sin\alpha}, \quad \text{sau} \quad \cos\alpha=\sqrt{1-\frac{4l^2\sin^2\gamma}{r^2}}$$

Iluminarea în A este

$$E=I\left[\frac{1}{h^2}+\frac{\sqrt{1-\frac{4l^2\sin^2\beta}{h^2+4l^2+4lh\cos\beta}}}{h^2+4l^2+4lh\cos\beta}\right].$$

2.74. Dacă se privește lampa din apă, aceasta apare plasată în punctul S_1, care se află situat în prelungirea razei ce cade pe ochiul observatorului (raza refractată) (fig. 2.74.R). Din triunghiurile ABS și ABS_1 se poate scrie:

$$AB=h\operatorname{tg}\alpha \quad \text{și} \quad AB=h_1\operatorname{tg}\beta,$$

de unde: $h_1=h\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}$

Pentru unghiuri mici $\operatorname{tg}\alpha\simeq\sin\alpha$ și $\operatorname{tg}\beta\simeq\sin\beta$, deci $h_1\cong h\sin\alpha/\sin\beta=nh$.

Imaginea lămpii din S_1 față de oglindă se află la distanța $d_1=d+nh$, în punctul simetric lui S_1 în raport cu oglinda.

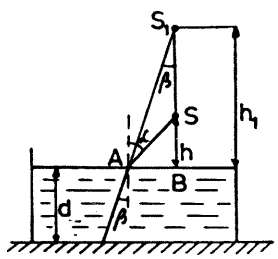


Fig. 2.74.R

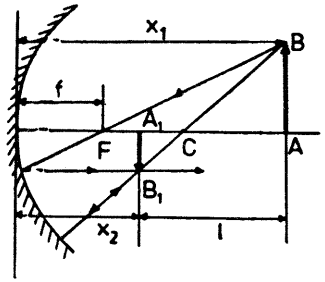


Fig. 2.75.R

2.75. $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f}$.

Din figura 2.75.R se vede că $x_1=x_2+l$, deci

$$f=\frac{(x_2+l)x_2}{2x_2+l},$$

iar din definiția măririi liniare, $x_2=-\beta x_1-\frac{x_1}{3}$

Rezultă $f=0{,}075$ m (razele vin de la dreapta la stînga).

2.76. a) În formula oglinzilor

$$\frac{2}{R}=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2},\quad x_2=3x_1 \text{ (fig. 2.76.a.R)}$$

de unde $x_1=\frac{2}{3}R=0{,}6$ m.

b) Din formula oglinzilor (fig. 2.76b.R)

$$\frac{2}{R}=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2} \text{ și mărirea liniară } \beta=+\frac{x_2}{x_1}$$

rezultă $x_1=\frac{1}{3}R=0{,}3$ m.

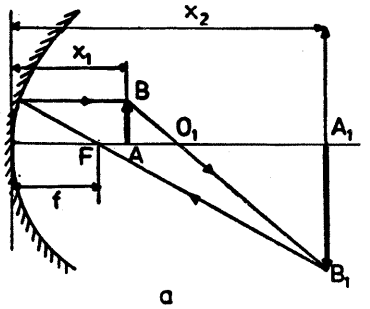


Fig. 2.76 a.R

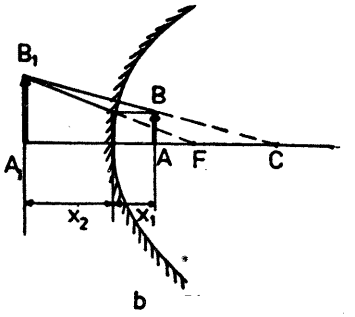


Fig. 2.76 b.R

2.77. Razele propagîndu-se la distanță mare de axa optică nu se aplică aproximația paraxială. Conform figurii 2.77.R, $x=OA_1-OA_2$. Se observă că $\sin\alpha=a_1/R$, iar în ΔOA_1B_1, $A_1O=B_1A_1$ și $A_1O=R/2\cos\alpha=R^2/2\sqrt{R^2-a_1^2}=0{,}25$ m. Asemănător, $OA_2=R^2/2\sqrt{R^2-a_2^2}=0{,}15$ m. Deci $x=0{,}1$ m.

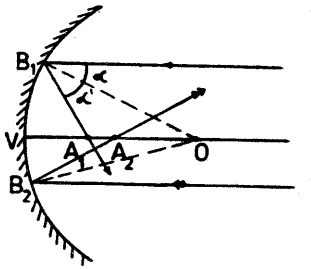


Fig. 2.77.R

2.78. a) Știind că $x_1+x_2=240$ cm și din formula oglinzii convexe:

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f}$$

rezultă ecuația $x_1^2+140\,x_1-12\,000=0$, care are rădăcinile $x_1=60$ cm și $x_1'=-200$ cm. Acestora le corespund valorile $x_2=-300$ cm și $x_2'=40$ cm.

În primul caz obiectul este virtual și imaginea reală iar în al doilea caz obiectul este real și imaginea virtuală.

b) $I=\beta 0$, de unde $I_1=-50$ cm și $I_2=2$ cm.

2.79. a) Din formula măririi:

$$\beta=-\frac{x_2}{x_1} \text{ rezultă } x_1=-4\,x_2.$$

Imaginea fiind virtuală, $x_2=-12$ cm și $x_1=48$ cm. Deci, obiectul se află la 48 cm de oglindă.

b) Din formula oglinzii: $\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}$ rezultă $f=-16$ cm. Distanța focală fiind negativă, oglinda este concavă.

c) $f=-16$ cm.

2.80. Din formula oglinzii dacă $x_2=x_1$, $\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_2}=\frac{2}{R}$, rezultă $x_2=R$.

La distanța R de vîrful oglinzii energia cinetică a particulei cu sarcina q_1 este consumată pentru învingerea forței de respingere din partea sarcinii q_2, adică

$$mv_0^2/2=L,\quad \text{unde } L=-\int_{\infty}^{R}\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

Astfel că: $q_2=\frac{mv_0^2 2\pi\varepsilon_0 R}{q_1}=2\cdot10^{-8}$ C.

2.81. a) Din formula oglinzii $\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}$, unde $f=R/2$, rezultă $x_2=60$ cm.

b) Cuva plină cu apă joacă rolul unei lame cu fețe plan-paralele apropiind obiectul de oglindă cu $e\left(1-\frac{1}{n}\right)=8$ cm, unde e este grosimea cuvei (vezi rezolvarea de la problema 2.108). Noua valoare a lui $x_1'=92$ cm și din formula oglinzii $x_2'=63{,}3$ cm.

Imaginea se îndepărtează cu $x_2'=x_2=3{,}3$ cm.

2.82. Din triunghiul isoscel OAM (fig. 2.82)($\sphericalangle AOM=\sphericalangle AMO=\sphericalangle\alpha$), $OA=R/2\cos\alpha$ și deoarece $x=OA-OF=OA-\frac{R}{2}$ rezultă că

$$x=\frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha}-1\right)\ (1).$$

Se observă că pentru $\alpha=0$ și $x=0$.

Deoarece $\sphericalangle HAF=2\alpha$, $y=x\operatorname{tg}2\alpha=\frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha}-1\right)\operatorname{tg}2\alpha$ (2).

Dacă $\alpha=0$ și $y=0$. Nu apare aberația sferică pentru $\alpha=0$.

2.83. Aplicînd formula oglinzii convexe,

$$\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=-\frac{2}{R},\quad \text{rezultă}\quad x_2=-\frac{Rx_1}{2x_1+R}=-0{,}49\text{ m}.$$

Imaginea este virtuală și dreaptă. Mărimea imaginii autovehiculului este: $i=\beta\theta=-\frac{x_2}{x_1}\theta=3{,}92\cdot10^{-2}$ m.

2.84. Fie $x_1=a$ distanța de la sursă la oglinda concavă și $x_1=b$ distanța de la imaginea dată de oglinda convexă la această oglindă.

Pentru oglinda convexă: $\frac{1}{2R-a}-\frac{1}{b}=-\frac{2}{R}$ (1)

iar pentru oglinda concavă $\frac{1}{2R+b}+\frac{1}{a}=\frac{2}{R}$ (2).

Eliminînd b între (1) și (2) obținem ecuația

$$2a^2-6Ra+3R^2=0.$$

Cum $a<2R$, rezultă $a=0{,}63\,R$.

2.85. Scriem legea refracției pentru fiecare suprafață de separare

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1}=\frac{n_2}{n_1};\quad \frac{\sin i_2}{\sin r_2}=\frac{n_3}{n_2};\quad \frac{\sin i_k}{\sin r_k}=\frac{n_k}{n_{k+1}}.$$

Dar $i_2=r_1$, $i_3=r_2\cdots$ $i_k=r_{k-1}$, încît

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1}\cdot\frac{\sin r_1}{\sin r_2}\cdot\frac{\sin r_2}{\sin r_3}\cdots\frac{\sin r_{k-1}}{\sin r_k}=\frac{n_2}{n_1}\cdot\frac{n_3}{n_2}\cdots\frac{n_k}{n_{k-1}}$$

sau $\sin r_k=\frac{n_k}{n_1}\cdot\sin i_1$.

2.86. În figura 2.86.R, $AB=d$ este frontul undei plane în aer, iar $A_1B_1=d_a$ este frontul undei plane în apă.

Din $\Delta AABB_1$, $AB_1=d/\cos i$, iar din ΔAA_1B_1, $AB_1=d_a/\cos r$,

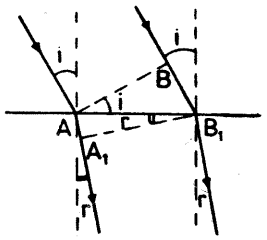


Fig. 2.86. R

astfel că $d=d_a\frac{\cos i}{\cos r}$,

unde $\cos r=\sqrt{1-\sin^2 r}=\sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{n_a^2}}$.

Deci, $d=d_a\cdot\frac{n_a\cos i}{\sqrt{n_a^2-\sin^2 i}}=5\cdot10^{-2}$ m.

2.87. Imaginea pietrei este formată de razele care vin la ochi (fig. 2.87.R). Considerăm razele 1 și 2 ale căror unghiuri de incidență la suprafața apă-aer sînt i și respectiv $i+\Delta i$, iar unghiurile de refracție, sînt β și respectiv $\beta+\Delta\beta$.

Din triunghiurile BOC și BOC_1 se poate scrie:

$$l_1-l=h\operatorname{tg}\beta\text{ și }l_2-l=h\operatorname{tg}(\beta+\Delta\beta)\ (1).$$

Segmentele l_1 și l_2 se calculează din triunghiurile ADC și ADC_1:

$$l_1=H\operatorname{tg}i\text{ și }l_2=H\operatorname{tg}(i+\Delta i)$$

Unghiurile de incidență i și $i+\Delta i$ se determină din legea refracției:

$$\frac{\sin i}{\sin\beta}=\frac{1}{n},\quad \frac{\sin(i+\Delta i)}{\sin(\beta+\Delta\beta)}=\frac{1}{n}.$$

Din relațiile (1) se elimină l, scriind

$$l_1-h\operatorname{tg}\beta=l_2-h\operatorname{tg}(\beta+\Delta\beta)$$

Substituind l_1 și l_2 rezultă

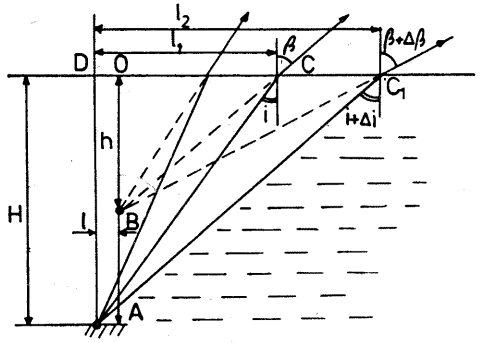


Fig. 2.87.R

$$H\operatorname{tg}i-h\operatorname{tg}\beta=H\operatorname{tg}(i+\Delta i)-h\operatorname{tg}(\beta+\Delta\beta)$$

de unde

$$h=H\frac{\operatorname{tg}(i+\Delta i)-\operatorname{tg}i}{\operatorname{tg}(\beta+\Delta\beta)-\operatorname{tg}\beta}=\frac{\sin\Delta i\cos\beta\cos(\beta+\Delta\beta)}{\cos i\cos(i+\Delta i)\sin\Delta\beta}.$$

Ținînd seama că unghiurile Δi și $\Delta\beta$ sînt mici ($\sin\Delta i\simeq\Delta i$, $\sin\Delta\beta\simeq\Delta\beta$) se poate scrie că:

$$h=H\frac{\cos^2\beta}{\cos^2 i}\cdot\frac{\Delta i}{\Delta\beta}\ (2).$$

Raportul $\frac{\Delta i}{\Delta\beta}$ se determină din legea refracției

$$\frac{\sin(i+\Delta i)}{\sin(\beta+\Delta\beta)}=\frac{\sin i}{\sin\beta}.$$

Dezvoltînd $\sin(i+\Delta i)$ și $\sin(\beta+\Delta\beta)$ și avînd în vedere că Δi și $\Delta\beta$ sînt mici se obține

$$\frac{\Delta i}{\Delta\beta}=\frac{\sin i\cos\beta}{\sin\beta\cos i}=\frac{\cos\beta}{n\cos i}$$

Înlocuind raportul $\frac{\Delta i}{\Delta\beta}$ în (2) rezultă:

$$h=\frac{H}{n}\left(\frac{\cos\beta}{\cos i}\right)^3;$$

$\sin i$ se determină din legea refracției $\sin i=\frac{3}{4}\sin\beta=0{,}375$, de unde $\cos i=0{,}927$.

Se obține $h\simeq 61$ cm.

Deplasarea aparentă este $\Delta l=H\operatorname{tg} i-h\operatorname{tg}\beta\simeq 5{,}2$ cm.

2.88. Obiectul din P apare ca fiind situat în P_1, observatorul nesesizînd că razele de lumină își modifică direcția de propagare la suprafața apei.

Din geometria figurii

$\frac{NP_1}{NP}=\frac{n_2}{n_1}$, unde $n_1=\frac{4}{3}$ (apă) și $n_2=1$ (aer).

Deci, $NP_1=0{,}75$ m.

2.89. Din legea refracției, $n=\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{c}{v}$, de unde $v=\frac{c\sin r}{\sin i}=1{,}7\cdot 10^8$ m/s.

2.90. Scriind legea refracției în A și B rezultă (figura 2.90.R): $\sin i=n_1\sin r=n_2\sin r_1$, deoarece $r=i_1$.

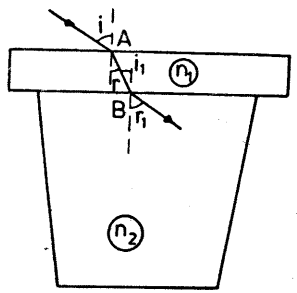


Fig. 2.90.R

Pentru a avea în B reflexie totală trebuie ca $\sin r_1=1$, adică $\sin i=n_2=\frac{4}{3}>1$, imposibil.

2.91. În figura 2.91.R este reprezentată o secțiune transversală prin tubul capilar. Datorită refracției, în A direcția de propagare a razei se modifică. În A, $\sin\alpha=n\sin\beta$ (1).

Din geometria figurii:

$d=D\sin\alpha$ (2) și $d'/\sin\beta=D/\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta+\alpha\right)$.(3)

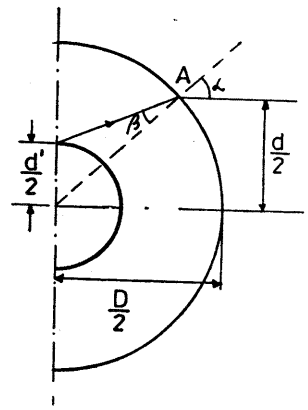


Fig. 2.91.R

Tubul fiind capilar, unghiurile α și β sînt mici astfel că putem aproxima $\sin\alpha\simeq\alpha$, $\sin\beta\simeq\beta$ și (1) devine $\alpha\simeq n\beta$ (4).

Din (2), (3) și (4), $d'=d/n\cos(\alpha-\beta)\simeq d/n$.

2.92. Imaginea sursei S este simetrică față de placă în punctul S'. Dimensiunea petei luminoase de pe tavan este dată de intersecția

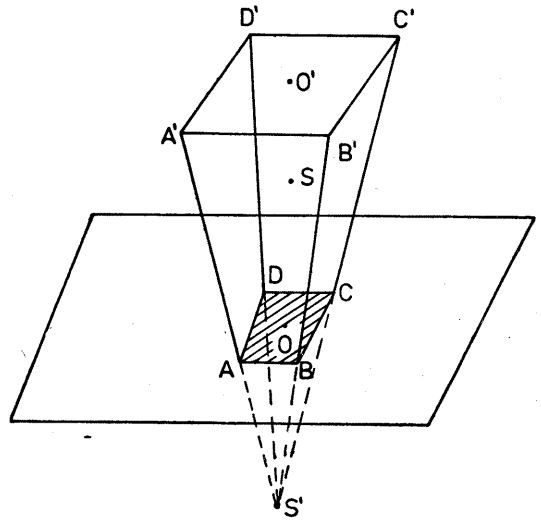


Fig. 2.92.R

tavanului cu piramida construită cu vîrful în S' și ale cărei muchii trec prin vîrfurile A, B, C și D ale plăcii (fig. 2.92.R). Din geometria figurii

$$A'B'=AB\cdot\frac{S'O'}{SO},$$

unde $AB=5\cdot10^{-2}$ m, $S'O'=2{,}6$ m, iar $SO=0{,}1$ m, astfel că latura pătratului $A'B'C'D'$ este egală cu 1,3 m.

2.93. a) $W=h\nu=hc/\lambda=4{,}5\cdot10^{-19}$ J;
$n=P/W=10^{16}$ fotoni.

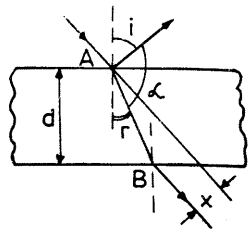


Fig. 2.93.R

b) În figura 2.93. R se vede că $i+\alpha+r=\pi$ unde $\alpha=\pi/2$. Rezultă deci $i+r=\pi/2$ (1).

Legea refracției se scrie $\frac{\sin i}{\sin r}=n$ (2)

Ținînd seama de (1) se obține din (2)

$\mathrm{tg}\,i=n$, de unde $i=\mathrm{arctg}\ 1{,}5=56{,}3°$.

c) Din figura 2.93.R rezultă $AB=\frac{d}{\cos r}$ și $\sin(i-r)=\frac{x}{AB}$, deci

$$x=\frac{d}{\cos r}\cdot\sin(i-r).$$

Dar $r=\frac{\pi}{2}-i$ și rezultă:

$$x=\frac{d}{\sin i}\,(2\sin^2 i-1).$$

Dar, $\sin i=\frac{\mathrm{tg}\,i}{\sqrt{\mathrm{tg}^2 i+1}}=\frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$, deci: $x\simeq1{,}3$ mm.

2.94. Raza de lumină care cade normal pe AB face unghiul α cu normala la latura BC. Pentru ca ea să nu ajungă la AC trebuie ca pe latura BC să se producă o reflexie totală, adică

$$\sin\alpha\geqslant\frac{n_2}{n_1}=0{,}88,\ \text{sau}\ \alpha=62°30'.$$

2.95. Conform figurii 2.95.R, deviația maximă a razelor emergente din sferă, în partea dreaptă, este dată de reflexia totală, adică:
$n\sin\alpha=1$ (1), de unde

$$\alpha=\arcsin\frac{1}{2}=30°\quad(2)$$

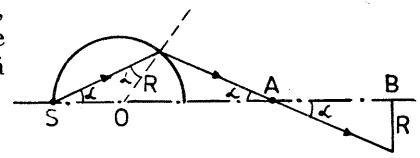


Fig. 2.95.R

Atunci, $x=AO+AB=\frac{R}{\sin 30°}+\frac{R}{\mathrm{tg}\,30°}=R(2+\sqrt{3})$.

2.96. Pentru ca sursa S să nu fie văzută de sus trebuie ca în punctele A și B (fig. 2.96.R) să aibă loc reflexia totală, adică
$\sin i_0=1/n_a$ (1).

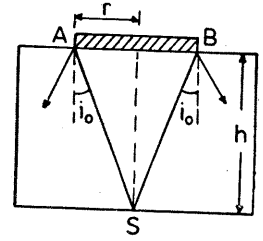


Fig. 2.96.R

Dar, $\sin i_0=r/\sqrt{h^2+r^2}$. (2)

Din (1) și (2), $r=h/\sqrt{n^2-1}=11{,}5$ cm.

2.97. Întrucît razele de lumină pot ieși din semicilindru prin fața curbă este necesar să calculăm unghiul limită pentru raza refractată, care este incidentă pe suprafața de separare sticlă-aer.

Vom nota cu β unghiul făcut de raza refractată în semicilindru cu normala în punctul de ieșire (fig. 2.97. R)

$$\sin\beta_l=1/n=\sqrt{2}/2\ \text{deci}\ \beta_l=45°.$$

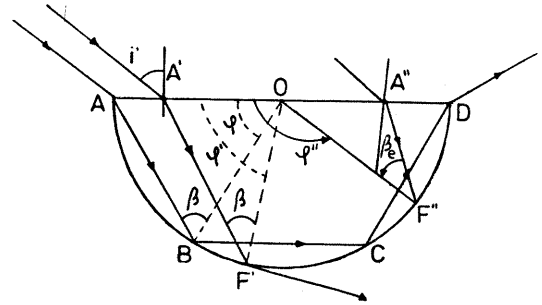


Fig. 2.97.R

Considerăm raza care intră în prismă prin punctul A al prismei. Observăm că în B ea va fi total reflectată întrucît $\beta=60°>\beta_l$. Această rază este reflectată total pînă în punctul C și după ce suferă o nouă reflexie totală, iese din semicilindru prin D.

Razele ies din semicilindru pentru $\beta<\beta_l$. Se notează cu φ unghiul făcut de normala la fața de ieșire cu fața plană a semicilindrului și determinăm limitele între care trebuie să fie cuprins acest unghi astfel încît raza să iasă din semicilindru.

Pentru cazul razei limită ce cade în jumătatea stîngă din triunghiul $A'FO$ rezultă $\varphi'=75°$.

În partea plană a semicilindrului reflexia totală are loc pentru raza incidentă în A''.

Din triunghiul OFA'' se obține $\varphi''=165°$.

Deci $75°<\varphi<165°$.

2.98. În fiecare punct al propagării fasciculului produsul $n(x)\sin i_x$ are aceeași valoare, conform legii refracției, unde i_x este unghiul de incidență pe stratul cu indicele de refracție $n(x)$. În mediul al doilea pînă în punctul de coordonată x_1 unghiul făcut de direcția de propagare cu normala (care este paralelă cu direcția Ox) crește și apoi scade. Dacă în punctul de coordonată x_1 unghiul făcut de rază cu normala este mai mare ca $\pi/2$ are loc reflexia totală și fasciculul nu mai ajunge în mediul III. Va trebui să punem condiția ca în x_1 unghiul să nu depășească valoarea $\pi/2$, adică

$$n_I \sin i_0 = n(x_1) \sin \frac{\pi}{2},$$

de unde $\sin i_0 = \frac{n(x_1)}{n} = \frac{1{,}2}{1{,}4} = 0{,}86$ și $i_0 = \frac{\pi}{3}$.

Evident, pentru $i \geqslant i_0$, fasciculul nu poate trece în mediul III.

2.99. În figura 2.99, din triunghiurile ABC, AMC și ADC se vede că

$$r + r_1 = \varphi, \quad \gamma = i + i_1 - \varphi \quad (1)$$

Conform legii refracției, $\sin i = n \sin r$ și $n \sin r_1 = \sin i_1$ (2).

Rezolvînd sistemul (2) și folosind (1) rezultă

$\sin i_1 = n \sin r_1 = n \sin (\varphi - r) = n(\sin \varphi \cos r - \sin r \cos \varphi)$, unde

$$\sin r = \frac{\sin i}{n}, \text{ deci}$$

$$\sin i_1 = n \left(\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} - \frac{\sin i}{n} \cos \varphi \right),$$

sau

$$\sin i_1 = \sin \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \sin i \cos \varphi$$

Înlocuind valorile numerice, $\sin i_{1_{roșu}} = 0{,}73$, adică $i_{1_{roșu}} = 47{,}39°$ și

$$\sin i_{1_{violet}} = 0{,}77, \text{ adică } i_{1_{violet}} = 50{,}63°$$

Atunci, $\theta = i_{1_{violet}} - i_{1_{roșu}} = 3{,}24°$.

2.100. a) Radiația nu se refractă pe latura AC dacă sînt egali indicii de refracție, adică:

$$a_1 + \frac{b_1}{\lambda_0^2} = a_2 + \frac{b_2}{\lambda_0^2} = n_0 \quad (1),$$

de unde $\lambda_0 = \sqrt{\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}} = 500$ nm;

b) $n_1 = n_2 = n_0 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda_0^2} = 1{,}5.$

c) Sistemul celor două prisme acționează pentru λ_0 ca o singură prismă cu indicele de refracție $n_0 = 1{,}5$ și unghiul $A = A_1 - A_2$. Din expresia indicelui de refracție,

$$n = \frac{\sin \left(\frac{A + \delta}{2} \right)}{\sin \frac{A}{2}} \quad (2)$$

deviația minimă va fi: $\delta = 2 \text{ arc } \sin \left(n_0 \sin \frac{A}{2} \right) - A = 15{,}68°$.

d) Legea refracției pe laturile AD și CA se scrie

$$\sin i = n_1 \sin r_1 \quad (3), \quad n_1 \sin r_2 = n_2 \sin A_2 \quad (4),$$

iar $r_1 + r_2 = A_1$ (5).

Din geometria figurii 2.100 se observă că $i = 30°$.

Înlocuind (3) și (4) în (5) rezultă ecuația

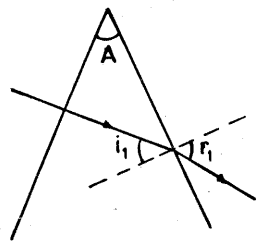
$$n_1^2 \sin A_1 = \sin i \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 A_2} + n_2 \sin A_2 \sqrt{n_1^2 - \sin^2 i} \quad (6)$$

de unde se obține ecuația în λ:

$$\lambda^4 (3a_1^2 - a_2^2 - a_2 - 1) + \lambda^2 (6a_1 b_1 - 2a_2 b_2 - b_2) - 3b_1^2 - b_2^2 = 0 \quad (7)$$

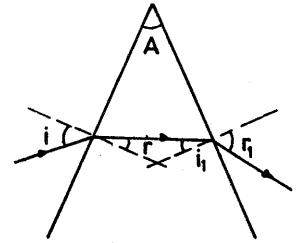
care are rădăcina $\lambda \simeq 1\,200$ nm.

2.101. a) Pe prima față raza trece nedeviată deoarece incidența este normală. Pe a doua față unghiul de incidență $i_1 = A$, iar deviația sa



a

Fig. 2.101 a.R



b

Fig. 2.101 b.R

fiind de 30°, rezultă că $r_1 - i_1 = 30°$ (fig. 2.101.a.R). Din legea refracției,

$$n = \frac{\sin r_1}{\sin i_1} = \frac{\sin 60°}{\sin 30°} = \sqrt{3} = 1{,}732.$$

b) Deviația minimă are loc dacă $r = i_1 = A/2 = 15°$.

Din legea refracției, $\sin i = n \sin r = 0{,}4482$ și $i = 26°37'$ (fig. 2. 101. b.R).

Deviația minimă este $D_m = 2i - A = 23°14'$.

2.102. Raza incidentă normal pe fața BC suferă două reflexii totale succesive, pe fețele CA și AD și cade normal pe fața BD, pentru ca prisma să acționeze ca un ecker optic.

Din triunghiul I_1CI_2, $\hat{C} + \frac{\pi}{2} - i_2 = \frac{\pi}{2}$, de unde $i_2 = \hat{C}$ (i_2 este unghiul de incidență în I_2), iar din triunghiul I_4DI_3, $\hat{D} + \frac{\pi}{2} - i_3 = \frac{\pi}{2}$, adică $i_3 = \hat{D}$ (i_3 este unghiul de incidență în punctul I_3). Prisma $BDAC$ fiind simetrică, $\hat{C} = \hat{D}$, astfel că $i_2 = i_3$. Din triunghiul I_2I_3A, $\hat{A} = i_2 + i_3 = 2i_2$. În patrulaterul $ACBD$:

$$\hat{A} + \hat{C} + \hat{B} + \hat{D} = 2\pi, \text{ de unde}$$

$$i_2 = 3\pi/8 = 67°30'$$

Astfel, $\hat{C} = \hat{D} = 67°30'$ și $\hat{A} = 135°$.

2.103. Notînd cu i unghiul de incidență și cu i_1 unghiul de emergență se observă că $\delta = 2\alpha - (i - i_1)$.

Din simetria figurii $i = i_1$, astfel că $\delta = 2\alpha$ și nu depinde de unghiul de incidență.

2.104. Pe fața AB legea refracției se scrie (fig. 2.104.R) $\sin i = n_1 \sin r$, pe fața BD, $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r_1$, unde $r + i_1 = \alpha$, $r_1 = 45°$ și $i = \alpha - 45°$.

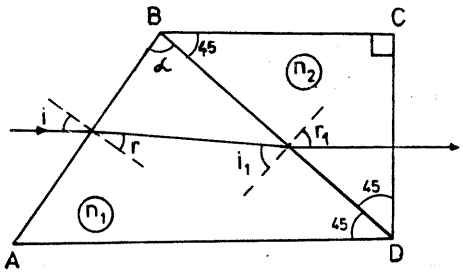


Fig. 2.104.R

Astfel, $\sin i_1 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ și scriind că

$$\sin \alpha = \sin(r + i_1) = \sin r \cos i_1 + \sin i_1 \cos r,$$

adică $\sin \alpha = \frac{1}{n_1} \sin(\alpha - 45°) \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{2n_1^2}} + \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\alpha - 45°)}{n_1^2}}$.

2.105. a) Unghiul limită în cazul reflexiei interne totale se obține din condiția:

$$\sin i_l = \frac{1}{n_1} = 0{,}625, \text{ deci } i_l = 38°42'.$$

Rezultă că raza va fi reflectată total pe fețele AB și BC apoi va ieși din prismă perpendicular pe AC.

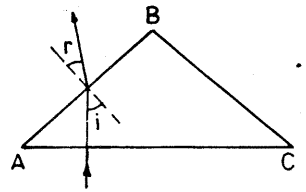


Fig. 2.105. R

b) În cazul cînd prisma se introduce în sulfură de carbon (mediu mai dens) nu mai are loc fenomenul de reflexie internă totală ci un fenomen de refracție ca în figura 2.105.R. Unghiul r se obține din legea refracției:

$$\sin r = \frac{n_1}{n_2} \sin i = 0{,}694, \text{ deci } r = 43°57'.$$

2.106. Unghiul de incidență pe suprafața de separație a celor două prisme este $i = \frac{\pi}{2} - \alpha$. Fasciculul trebuie să fie reflectat total pe această față pentru a nu trece în a doua prismă, adică trebuie ca

$$\frac{\pi}{2} - \alpha \geqslant \text{arc sin} \frac{n_1}{n_2},$$

de unde $\alpha \leqslant \frac{\pi}{2} - \text{arc sin} \frac{n_1}{n_2} \simeq 47{,}5°$.

2.107. Iluminarea totală este $E = E_1 + E_2$, unde E_1 este iluminarea creată de sursă, iar E_2 este iluminarea dată de imaginea S_1. Pentru a găsi poziția lui S_1 (fig. 2.107.R) aplicăm formula oglinzilor și se obține f:

$$d = \frac{\frac{R}{2} \cdot f}{\frac{R}{2} - f}$$

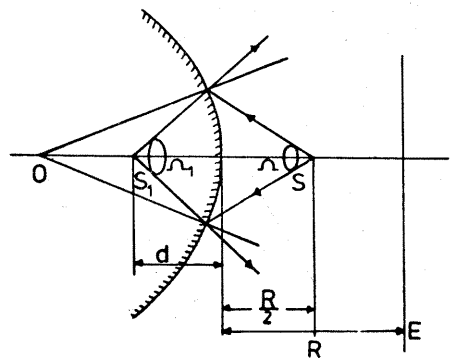


Fig. 2.107.R

unde distanța focală $f=\frac{R}{2}$. Rezultă că $d=-\frac{R}{4}$. Iluminarea totală este:

$$E=\frac{I}{\left(R-\frac{R}{2}\right)^2}+\frac{I_1}{(R+d)^2}=\frac{4I}{R^2}+\frac{16I_1}{25R^2}$$

unde I este intensitatea sursei și I_1 cea a imaginii.

Pentru oglinzi ideale $I\Omega=I_1\Omega_1$. Considerînd că $\Omega d_1^2=r_1 d^2$ obținem:

$$I_1=I\frac{\Omega}{\Omega_1}=I\frac{d^2}{d_1^2}=\frac{1}{4}\,I.$$

Iluminarea E se scrie acum astfel:

$$E=\frac{4I}{R^2}\cdot\frac{26}{25}.$$

În mod analog iluminarea E_0 la distanța $2R$ va fi

$$E_0=\frac{4I}{R^2}\cdot\frac{10}{81}.$$

Făcînd raportul se obține: $E\simeq 8{,}4\ E_0$.

2.108. Punctul S_1 obținut prin intersecția prelungirii razei emergente din lamă cu axa optică principală joacă rolul sursei pentru oglindă.

Pentru ca imaginea în oglindă să coincidă cu obiectul, acesta trebuie să fie așezat în centrul optic al oglinzii adică la R de vîrful acesteia. Este, deci, necesar ca distanța SS_1 să fie: $x=a-2f=$ $=0{,}01$ m. În figura 2.108. R se vede că:

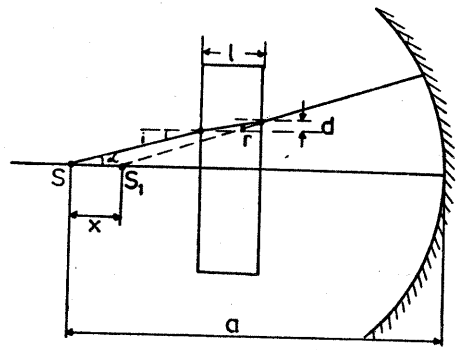


Fig. 2.108. R

$$d=l(\mathrm{tg}\,i-\mathrm{tg}\,r)$$

unde i și r sînt unghiurile de incidență și respectiv de refracție.

Dar, $x=\frac{d}{\mathrm{tg}\,i}=l\left(1-\frac{\mathrm{tg}\,r}{\mathrm{tg}\,i}\right)$ (1).

Incidența pe lamă fiind aproape normală,

$$\frac{\mathrm{tg}\,r}{\mathrm{tg}\,i}\simeq\frac{\sin r}{\sin i}=\frac{1}{n}.$$

Relația (1) devine $x=l\,\frac{n-1}{n}$

de unde rezultă $l=\frac{xn}{n-1}=3\cdot 10^{-2}$m.

2.109. Fasciculul de lumină pleacă spre lentilă sub unghiul solid Ω. Iluminarea ecranului este

$$E=\frac{I\Omega}{A'},$$

unde A' reprezintă aria ecranului pe care cade lumina în limita unghiului solid Ω, iar I este intensitatea luminii.
Dacă A este aria lentilei atunci

$$\Omega=\frac{A}{d^2},$$

iar iluminarea va fi:

$$E=\frac{IA}{d^2A'}.$$

Notînd cu l' distanța dintre lentilă și imagine se vede că:

$$\frac{A}{A'}=\left(\frac{l'}{l'-l}\right)^2 \text{ unde } l'=\frac{dF}{d-F}.$$

În final se obține: $E=I\left(\frac{F}{dF+lF-dl}\right)^2$.

2.110. În cele două cazuri mărirea liniară va fi:

$$\beta_1=\frac{x_2}{x_1},\quad \beta_2=\frac{x_2'}{x_1'}=\frac{x_2'}{x_1+l}.$$

Din formula lentilelor se obține:

$$\frac{x_1}{f}+1=\frac{x_1}{x_2}\ \text{și}\ \frac{x_1+l}{f}+1=\frac{x_1+l}{x_2'}$$

sau: $\frac{x_1}{f}+1=\frac{1}{\beta_1}$; $\frac{x_1+l}{f}+1=\frac{1}{\beta_2}$

și deci $f=\frac{\beta_1\beta_2 l}{\beta_1-\beta_2}$.

2.111. Notăm cu y_1 înălțimea obiectului și atunci

$$\frac{y_2}{y_1}=\frac{x_2}{x_1}\ \text{și}\ \frac{y_2'}{y_1}=\frac{x_2'}{x_1'}.$$

Rezultă $\frac{y_2'}{y_2}=\frac{x_2'x_1}{x_2x_1'}$ și $x_2'=-\frac{4}{3}x_2$.

Folosind formula lentilelor se obține:

$$f=\frac{x_2x_1}{x_1-x_2}=\frac{-\frac{4}{3}x_2x_1'}{\frac{4}{3}x_2+x_1'}$$

de unde rezultă: $x_2=\frac{1{,}75\,x_1x_1'}{-x_1+x_1'}=25{,}2$ cm

și $f=\frac{x_2x_1}{x_1-x_2}=84$ cm.

2.112. Deoarece Soarele se află la infinit față de lentilă (fig. 2.112.R) rezultă

$$\frac{1}{f}=\frac{-1}{\infty}+\frac{1}{x_2},\ \text{deci}\ f=x_2.$$

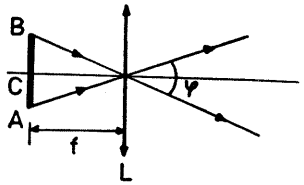


Fig. 2.112. R

În figura 2.112. R se vede că:

$$AB=2AC=2f\,\mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2}\simeq 2f\,\frac{\varphi}{2}.$$

Deci: $AB=F\varphi=5{,}7$ mm.

2.113. Vom considera că sursa se află la o distanță $x_1>f$. Imaginea sursei se va găsi în punctul S_1 (fig. 2.113.R). Se vede că:

$$\frac{D_1}{D_0}=\frac{S_1M}{S_1O}\ \text{sau}\ \frac{D_1}{D_0}=\frac{-x_2+l}{-x_2}$$

deci: $x_2=\frac{D_0l}{D_0-D_1}$.

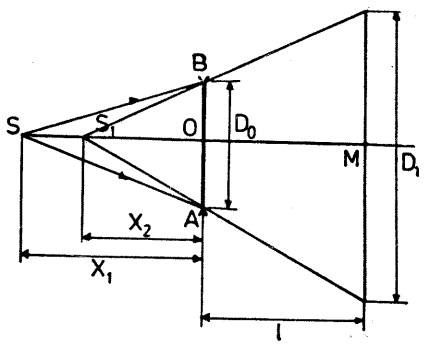


Fig. 2.113. R

Din formula lentilelor se obține:

$$f=\frac{x_2\cdot x_1}{x_2-x_1}=\frac{D_0lx_1}{D_0l-x_1(D_1-D_0)}.$$

În cazul cînd sursa se află în focar, formula lentilelor se scrie:

$$-\frac{1}{f}=\frac{1}{f}+\frac{1}{x_2'}\ \text{și rezultă}\ x_2'=-\frac{f}{2}.$$

Asemănător

$$D_2=D_0\,\frac{-x_2'+l}{-x_2'}=D_0\left(1+\frac{2l}{f}\right)=-2D_1+\frac{2l+3x_1}{x_1}D_0.$$

2.114. În timpul t în care sursa S parcurge distanța l, imaginea sa parcurge distanța l_1. Mărirea lentilei va fi

$$\beta=\frac{x_2}{x_1}=\frac{l_1}{l}\ (1).$$

Din formula lentilelor rezultă

$$x_2=\frac{x_1f}{f+x_1}\ (2).$$

Din relațiile (1) și (2) se obține:

$$\beta=\frac{f}{x_1+f}\ \text{și}\ v_1=\frac{l_1}{t}=\frac{l}{-x_1+f}\,v=8\ \text{cm/s}.$$

2.115. Distanța focală a sistemului optic format rezultă din suma convergențelor:

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}=2(n_s-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)+\left(\frac{n}{n_s}-1\right)\left(-\frac{1}{R}-\frac{1}{R}\right)=\frac{10}{0{,}9},$$

deci $F=0{,}09$ m.

Din formula lentilei,

$$-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{F},\ \text{rezultă}\quad x_2=\frac{x_1F}{x_1+F}=1\ \text{m}$$

și din mărirea $\beta=\frac{x_2}{x_1}=\frac{I}{O}$ rezultă $I=-20$ cm.

2.116. a) Formula lentilei L_1 se scrie:

$$-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f_1},\ \text{de unde}\ x_2=\frac{x_1\cdot f_1}{x_1+f_1}=5f_1=1\ \text{m}.$$

Imaginea în L_1 se formează în punctul A_1, în spatele oglinzii O. Observăm că $OA_1=x_2-d_1=2{,}5\,f_1=d_1$.

Imaginea în oglinda plană O este simetricul lui A_1 față de planul oglinzii O, adică punctul A_2, unde $OA_2=OA_1=2{,}5\,f_1=0{,}5$ m (fig. 2.116.R).

Imaginea în L_2 se formează în punctul A_3, a cărui poziție rezultă din formula lentilei

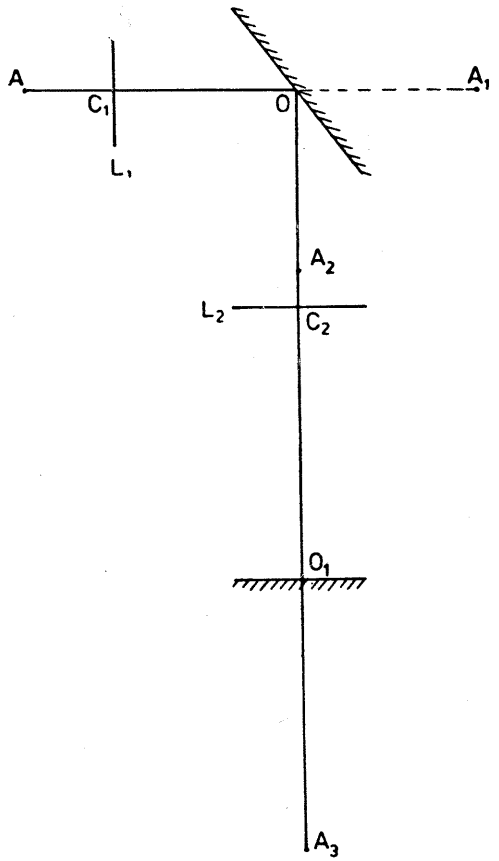


Fig. 2.116. R

$$-\frac{1}{x_1'}+\frac{1}{x_2'}=\frac{1}{f_2},\ \text{unde}\ -x_1'=OC_2-OA_2=0{,}3\ \text{m}.$$

Deci, $x_2'=\dfrac{x_1'\cdot f_2}{x_1'+f_2}=1{,}5$ m,

adică, A_3 se află la distanța 1,5 m de C_2.

b) Pentru ca imaginea finală să se formeze în A_3 trebuie ca oglinda plană să se așeze la mijlocul distanței A_2A_3, deci $A_2O_1=O_1A_3=0{,}9$ m.

2.117. Conform figurii 2.117.R:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}\ \text{și}\ \frac{1}{f}=\frac{1}{x_2'}-\frac{1}{x_1'}$$

deci $f=\dfrac{x_1x_2}{x_1-x_2}=\dfrac{(x_1'+l)(L-x_1'-l)}{L}$ (1)

și $f=\dfrac{x_1'x_2'}{x'-x_2'}=\dfrac{x_1'(L-x_1')}{L}$ (2).

Din (1) și (2) se obține

$$x_1'=\frac{L-l}{2}\ \text{și deci:}\ f=\frac{L^2-l^2}{4l}$$

sau $L^2-4Lf-l^2=0$ de unde:

$L=100$ cm.

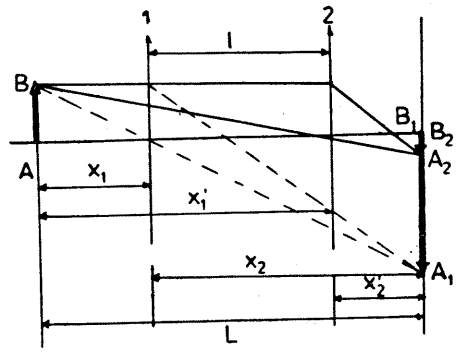


Fig. 2.117.R

2.118. Mersul razelor este reprezentat în figura 2.118.R.

Intensitatea fiind proporțională cu pătratul dimensiunilor liniare, diametrul fasciculului d_2 este egal cu dublul diametrului d_1. Din asemănarea triunghiurilor

$$\frac{x+(x-F)}{F}=\frac{d_2}{d_1}=2,$$

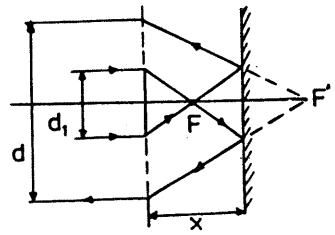


Fig. 2.118.R

de unde $x=\dfrac{3}{2}F=30$ cm.

2.119. Se notează cu v_1 și v_2 vitezele bilei și lentilei după ciocnire. Intervalul de timp în care imaginea este virtuală este format din două intervale distincte, primul corespunde mișcării bilei între focar și lentilă înainte de ciocnire și este egal cu $t_1=\dfrac{f}{v_0}$, iar al doilea începe în momentul ciocnirii și durează pînă cînd distanța dintre bilă și lentilă devine egală cu f, adică

$$t_2=\frac{f}{v_1+v_2}$$

Deci $t=\dfrac{f}{v_0}+\dfrac{f}{v_1+v_2}$.

Din legile de conservare ale energiei și impulsului

$$\frac{mv_0^2}{2}=\frac{mv_1^2}{2}+\frac{Mv_2^2}{2}\ \text{și}\ mv_0=-mv_1+Mv_2$$

rezultă după împărțire că $v_1+v_2=v_0$,

Deci $t=\dfrac{2f}{v_0}=0{,}04$ s.

2.120. Notăm cu h distanța de la tavan (obiect) la lentilă. În formula lentilei $x_1=-h$ și $x_2=H-h$ astfel,

$$-\frac{1}{h}+\frac{1}{H-h}=\frac{1}{F},$$

de unde $h=\frac{H}{2}\pm\sqrt{\frac{H^2}{4}-HF}$.

Înlocuind valorile numerice se obține $h_1=2{,}1$ m și $h_2=0{,}9$ m. Dacă lungimea firului $l\geqslant h_1=2{,}1$ m sînt posibile ambele soluții. Dacă $h_1>l\geqslant h_2$ este posibilă doar soluția $h_2=0{,}9$ m. Dacă $l<h_2$ nu e posibilă nici o soluție.

Conform condiției de mișcare pe cerc,

$$m\omega^2 r=mg\,\mathrm{tg}\,\alpha,$$

unde r este raza cercului descris de lentilă, iar α este unghiul format de fir cu verticala. Dar, $r=h\,\mathrm{tg}\,\alpha$, astfel că

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{h}}$$

și obținem valorile $\omega_1=\sqrt{\frac{g}{h_1}}=2{,}2\ \mathrm{s}^{-1}$ și, $\omega_2=\sqrt{\frac{g}{h_2}}=3{,}3\ \mathrm{s}^{-1}$.

2.121. Imaginea unei lentile în cealaltă este virtuală dacă distanța dintre ele nu depășește distanța lor focală ($l\leqslant f$). Dar, deoarece, $l_0>f$, prima condiție este ca v_0 să fie orientată spre cealaltă lentilă. Scriem legile de conservare ale energiei și impulsului:

$$\frac{mv_0^2}{2}=\frac{2mv^2}{2}+\frac{k(l_0-l)^2}{2},$$

$$mv_0=2\,mv,$$

de unde rezultă condiția pentru $|\vec{v}_0|$ (din $l\leqslant f$):

$$v_0\geqslant(l_0-F)\sqrt{\frac{2k}{m}}=1{,}1\ \mathrm{m/s}.$$

2.122. Sistemul este echivalent cu o lupă. În figura 2.122. R imaginea finală este A_2B_2.

Pentru lentila L_1 obiectul este virtual, deci

$$x_1=C_1C_2-BC_2=-0{,}05\ \mathrm{m}$$

astfel că din formula lentilei $\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{x_1}$,

rezultă $x_2=\frac{1}{29}\ m=0{,}0345$ m.

Mărirea este $\beta=\frac{x_2}{x_1}=\frac{A_1B_1}{AB}$, de unde $A_1B_1=6{,}89$ mm.

În raport cu lentila L_2,

$$-x_1'=B_1C_2=C_1C_2-C_1B_1=C_1C_2-x_2=0{,}0315\ \mathrm{m},$$

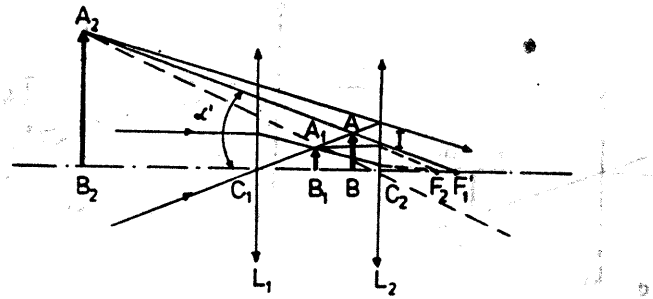


Fig. 2.122.R

iar din formula lentilei

$$x_2'=\frac{x_1'f_2}{x_1'+f_2}=-0{,}2105\ \mathrm{m}.$$

Din mărirea, $\beta_1=\frac{x_2'}{x_1'}=\frac{A_2B_2}{A_1B_1}$ rezultă $A_2B_2=0{,}0461$ m.

Pentru calculul diametrului aparent α' al imaginii finale observăm că raza A_2I se refractă prin F_2 și prelungirea sa trece prin A_2. Atunci,

$$\mathrm{tg}\,\alpha'=\frac{I'C_2}{C_2F_2'}=\frac{A_1B_1}{f_2}=\frac{27}{145},$$

de unde $\alpha'=10°40'27''$.

Observăm că diametrul aparent nu depinde de distanța dintre lentile și de f_1.

2.123. a) Imaginea A_1B_1 se află în planul focal imagine a lentilei L_1 (fig. 2. 123. a.R) și lungimea sa este dată de

$$l=f_1\cdot\alpha=0{,}6\ \mathrm{cm}.$$

b) Din condiția ca mărirea să fie egală cu 3 rezultă că $x_2=3x_1$, iar din formula lentilei pentru L_2,

$$-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f_2},$$

rezultă $x_1=8$ cm.

A_1B_1 aflîndu-se la distanța $f_1=30$ cm de L_1 (fig. 2.123 b) distanța între L_1 și L_2 este egală cu $f_1-x_1=22$ cm, iar distanța de la L_1 la imaginea A_2B_2 va fi egală cu

$$L_1L_2+x_2=46 \text{ cm}.$$

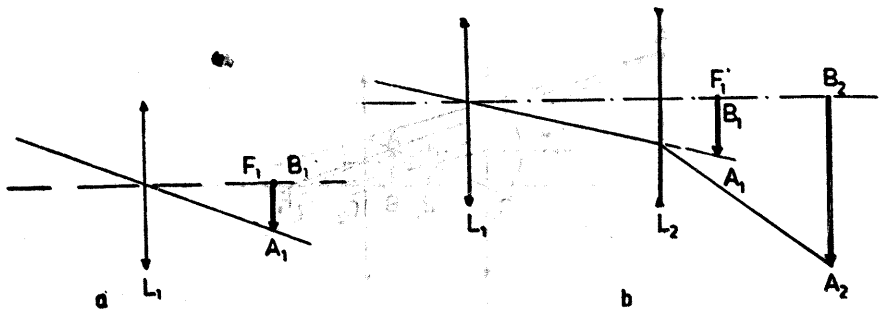


Fig. 2.123 a. R

Fig. 2.123 b. R

2.124. a) Fie x_1 și x_2 respectiv x_1' și x_2' distanțele obiect-lentilă și lentilă-ecran în cele două cazuri.

Se poate scrie:

$$\frac{1}{-x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f_1} \quad (1);$$

$$\frac{1}{-x_1'}+\frac{1}{x_2'}=\frac{1}{f_1} \quad (2).$$

Mărirea în cele două cazuri va fi:

$$\beta_1=\frac{x_2}{x_1},\ \beta_2=\frac{x_2'}{x_1'} \quad (3)$$

unde $$x_1'=x_1-a \quad (4)$$

unde a este distanța cu care se îndepărtează lentila de ecran. Înlocuind (3) și (4) în (1) și (2) se obține:

$$x_1=\frac{\beta_2 a(1-\beta_1)}{\beta_2-\beta_1}=-25 \text{ cm}$$

și deci: $x_1'=-30$ cm, $f_1=20$ cm.

b) $\frac{1}{f_1}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$.

Rezultă $n=1{,}45$.

c) $\frac{1}{-x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f_2}$,

se obține: $x_2=-15$ cm.

Poziția imaginii față de prima lentilă se află la 95 cm.

2.125. Din formula lentilei, în care $x_1=l$ și $x_2=-b$,

$$-\frac{1}{l}-\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \quad (1)$$

rezultă lungimea resortului

$$l=\frac{bf}{b-f} \quad (2),$$

iar din legea a doua a lui Newton:

$$m\omega^2(l+b)=k(l-l_0) \quad (3).$$

Înlocuind (2) în (3),

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{2m}\left(3\frac{f}{b}-1\right)}=5 \text{ rad/s}.$$

2.126. Conform figurii 2.126.R,

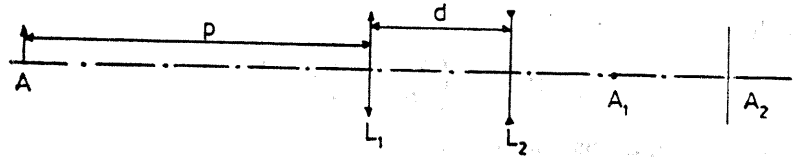


Fig. 2.126. R

imaginea în lentila L_1 se obține în A_1, iar imaginea finală se obține în A_2. Trebuie calculată distanța $d_1=L_2A_2$. În lentila L_1,

$$\frac{1}{f_1}=-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}, \text{ de unde } x_2=L_1A_1=\frac{x_1\cdot f_1}{x_1+f_1},$$

iar în lentila L_2,

$$-\frac{1}{f_2}=-\frac{1}{x_1'}+\frac{1}{x_2'}, \text{ unde } x_1'=L_2A_1=x_2-d.$$

Deci, $d_1=x_2'=f_2\ \frac{x_1f_1-d(x_1-f_1)}{(f_2+d)(x_1-f_1)-x_1f_1}=0{,}052$ m.

2.127. Din formula lentilei,

$$-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f},\quad x_1=\frac{x_2 f}{x_2-f}.$$

Lungimea barei fiind (fig. 2.127.R)

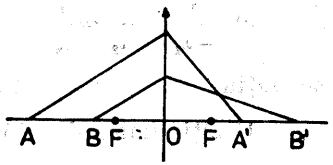


Fig. 2.127. R

$$l=|x_1'|-|x_1|=\frac{x_2' f}{x_2'-f}-\frac{x_2 f}{x_2-f},$$

rezultă ecuația

$$(x_2'-x_2-l)f^2+l(x_2'+x_2)f-lx_2'x_2=0$$

care are rădăcinile

$$f_{1.2}=\frac{-l(x_2'+x_2)\pm\sqrt{l(x_2'-x_2)(4x_2'x_2+lx_2'-lx_2)}}{2(x_2'-x_2-l)}.$$

Înlocuind valorile numerice rezultă $f_1=20$ cm și $f_2=-180$ cm. A doua rădăcină nu corespunde problemei deoarece lentila este convergentă.

2.128. a) Convergența lentilei L_1 este

$$C_1=(n-1)\frac{2}{R}=\frac{1{,}04}{R},$$

iar a lentilei L_2 este

$$C_2=(n'-1)\left(\frac{1}{2R}-\frac{1}{R}\right)=-\frac{0{,}34}{R}.$$

Convergența sistemului va fi:

$$\frac{1}{20}=C_1+C_2=\frac{0{,}7}{R},$$

de unde $R=14$ cm.

b) Din $\frac{1}{f_1}=C_1=(n-1)\frac{2}{R}$ rezultă $f_1=13{,}46$ cm, iar din

$\frac{1}{f_2}=-\frac{(n'-1)}{2R}$ rezultă $f_2=-41{,}18$ cm.

c) Din formula lentilei,

$$-\frac{1}{-150}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{20},\quad x_2=23{,}08\text{ cm}.$$

Placa trebuie deplasată cu $x_2-F=3{,}08$ cm.

2.129. a) Schema sistemului optic este prezentată în figura 2.129.R. Din formula lentilelor se obține:

$$x_2=\frac{f_1 x_1}{x_1+f_1}=16{,}66\text{ cm}.$$

Mărirea dată de lentila 1 este

$$\beta_1=\frac{x_2}{x_1}=-\frac{2}{3}\text{ deci }A_1B_1=-\frac{2}{3}AB.$$

Din figură se vede că

$$x_1'=L-x_2=18{,}33\text{ cm}$$

iar din formula lentilelor:

$$x_2'=\frac{f_2 x_2}{x_2+f_2}=6{,}875\text{ cm}.$$

b) $\beta_2=\frac{x_2'}{x_2}=-0{,}375$ cm și $\beta=\frac{A_2B_2}{AB}=\beta_1\beta_2=0{,}25$.

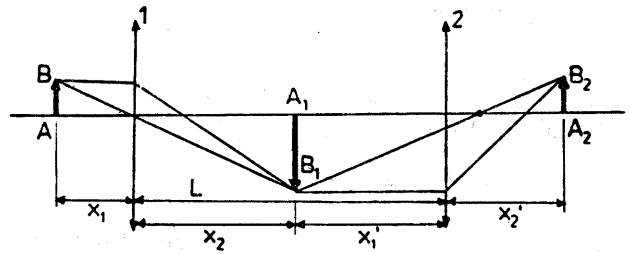


Fig. 2.129. R

2.130. a) Din formula lentilei $\frac{1}{-x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{F}$ rezultă poziția imaginii A_1B_1 dată de obiectiv (fig. 2.130. R)

$$x_2=22{,}5\text{ cm}.$$

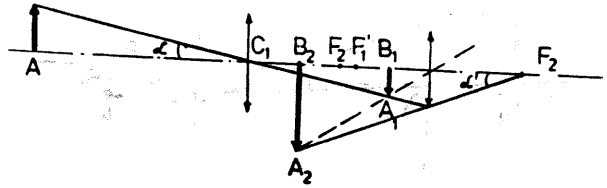


Fig. 2.130. R

Aparatul fiind reglat pentru vizualizarea la infinit, A_1B_1 se află în planul focal obiect al ocularului. Deci lungimea instrumentului este egală cu

$$L = x_2 + f = 24{,}5 \text{ cm}.$$

Din mărirea $\beta = \frac{x_2}{x_1} = \frac{A'B'}{AB}$

rezultă $A'B' = -\frac{1}{8}$ cm (imagine răsturnată).

Imaginea este văzută sub diametrul aparent

$$\alpha' = \frac{A'_1B'_1}{f} = \frac{1}{16} \text{ rad.} = 3°35'$$

b) Imaginea finală A_2B_2 trebuie să se formeze la 10 cm de ochi, adică la 8 cm de centrul C_2 al ocularului. A_1B_1 trebuie să se formeze între F_2 și C_2, ceea ce înseamnă că ocularul trebuie apropiat de obiectiv (fig. 2.130.R).

Distanța de la A_1B_1 la C_2 este dată de formula lentilei:

$$-\frac{1}{x'_1} - \frac{1}{x'_2} = \frac{1}{f}, \text{ unde } x'_2 = \delta - f = -8 \text{ cm}$$

și de unde $x'_1 = -1{,}6$ cm.

Noua lungimea a instrumentului este atunci de $22{,}5 + 1{,}6 = 24{,}1$ cm.

Ochiul se află în focarul imagine al ocularului, astfel că

$$\alpha' = \frac{C_2I}{f} = \frac{A_1B_1}{f} = 3°35'.$$

Se observă că diametrul aparent al imaginii finale nu depinde de eventualele anomalii ale ochiului observatorului.

2.131. Distanțele focale ale celor două lentile sînt $f_1 = 25$ cm pentru obiectiv și $f_2 = 5$ cm pentru ocular.

a) În cazul punerii la punct pentru infinit imaginea se formează la f_1 de obiectiv și trebuie să se formeze în planul focal obiect al ocularului, adică la f_2 de O_2 (fig. 2.131.R).

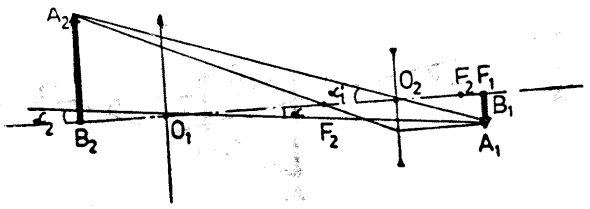


Fig. 2.131. R

Grosismentul $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1}{f_2} = 5$.

b) Dacă A_2B_2 trebuie să se formeze la f_1 de O_2 imaginea intermediară nu se va mai forma în planul focal al ocularului. Atunci

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{A_1B_1} \cdot \frac{A_1B_1}{\alpha},$$

iar $\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2F'_1}$ de unde $\frac{\alpha'}{A_1B_1} = \frac{1}{O_2F'_1}$.

Din formula lentilei,

$$\frac{1}{C_2F'_1} + \frac{1}{-25} = -\frac{1}{5},$$

de unde $C_2F'_1 = -6{,}25$ cm,

semnul minus arătînd că imaginea A_1B_1 este virtuală.

Noua lungime a lunetei este $25 - 6{,}25 = 18{,}75$ cm.

Atunci,

$$\frac{\alpha'}{A_1B_1} = \frac{1}{C_2F'_1} = 16 \text{ m}^{-1},$$

iar $\frac{A_1B_1}{\alpha} = C_1F'_1 = 0{,}25$ m.

Grosismentul va fi egal cu $G = 16 \times 0{,}25 = 4$.

Observăm că prin punerea la punct diferită grosismentul diferă de la 5 la 4.

2.132. a). Intervalul optic Δ dintre focarul imagine ale obiectivului și focarul obiect al ocularului este

$$\Delta = L - F - f = 14 \text{ cm},$$

iar puterea microscopului este $P = \Delta/Ff = 3500\ \delta$.

b). Deoarece, $P = p$ (puterea ocularului) $x\beta$ (mărirea obiectivului), rezultă că $\beta = P/p = F \cdot P = 70$.

Grosismentul, $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{AB} \cdot \frac{AB}{\alpha} = P \times \delta$, astfel că pentru un ochi normal $G = 875$, iar pentru unul miop $G_1 = 350$.

Teoria relativității restrînse

2.133. În (S) această distanță este

$$l = v\Delta t, \text{ unde } l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

astfel că $l_0 = \frac{v\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2$ m.

2.134. Lungimea riglei A care se deplasează în sistemul propriu al riglei B este

$$l=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$

Astfel intervalul de timp măsurat va fi

$$\Delta t=\frac{l_0-l}{v}=\frac{l_0}{v}\left(1-\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right).$$

2.135. $l=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$,

de unde $v=c\sqrt{1-\left(\frac{l}{l_0}\right)^2}=\frac{4}{5}c=2{,}4\cdot 10^8$ m/s.

2.136. a) Lungimea proprie l_0 a tijei este legată de cele două lungimi prin relațiile

$$l_1=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\ (1)\ \text{și}\ l_0=l_2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\ (2).$$

Din (1) și (2), $l_0=\sqrt{l_1l_2}=6$ m;

b) Înmulțind (1) cu (2) membru cu membru rezultă

$$l_1=l_2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\ (3)$$

de unde $v=c\sqrt{1-\frac{l_1}{l_2}}=\frac{\sqrt{5}}{3}c=2{,}236\cdot 10^8$ m/s.

2.137.

$$l=\sqrt{(\Delta y')^2+(\Delta x')^2}=\sqrt{(\Delta y)^2+(\Delta x)^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}=$$

$$=\sqrt{l_0^2\sin^2\theta_0+l_0^2\cos^2\theta_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}\cos^2\theta_0}=0{,}94\ \text{m}.$$

Unghiul θ este dat de

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{\Delta y'}{\Delta x'}=\frac{\Delta y}{\Delta x\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{\operatorname{tg}\theta_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=1{,}15\ \text{și}\ \theta=49°.$$

Am considerat rigla așezată în planul xOy.

2.138.

a) $t_1-t_2=\frac{(x_1'-x_2')v}{c^2\sqrt{1-\left(\frac{v^2}{c}\right)^2}}$ (1)

unde am ținut cont că $t_1'=t_2'$, iar

$$l_0=x_1'-x_2'\ (2).$$

Astfel, deoarece $l_0=\frac{l}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ (3)

rezultă că $t_1-t_2=\frac{lv}{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}=2{,}0\ \mu\text{s}.$

b) Deoarece $t_1-t_2>0$ rezultă că $t_1>t_2$. Deci, prima particulă se dezintegrează mai tîrziu.

2.139. $l=v\tau$ (1), unde viteza v se calculează din formula dilatării intervalului de timp:

$$\tau=\frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ (2)$$

Atunci, $l=\tau c\sqrt{1-\frac{\tau_0^2}{\tau^2}}=600$ m.

2.140. a) $\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=7{,}1$ ani,

unde $\Delta t_0=1$ an este timpul propriu.

b) $l=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=0{,}14\ l_0$

c) $\rho=\frac{m}{V}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\frac{1}{Sl_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{\rho_0}{1-\frac{v^2}{c^2}}=50{,}2\ \rho_0$

unde ρ_0 este densitatea măsurată din rachetă.

2.141. a) clasic, $u=v_1+v_2=1{,}5\,c>c$, rezultat care contrazice principiile teoriei relativității.

b) relativist, $u=\frac{v_1+v_2}{1+\frac{v_1v_2}{c^2}}=0{,}96\ \text{c}<\text{c}.$

2.142. $l=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=0{,}44\ l_0.$

Din figura 2.142 se vede că $\alpha=2\beta=2\ \text{arc tg}\ 0{,}44\cong 48°$.

2.143. Centrul de masă se mișcă în direcția particulei cu impuls mai mare.

Pentru proton $m_p V_p = \frac{m_0\, 0{,}7\, c}{\sqrt{1-0{,}49}} \simeq m_0 c$.

iar pentru particula α

$$m_\alpha v_\alpha = \frac{4m_0 \cdot 0{,}2 \cdot c}{\sqrt{1-0{,}04}} \simeq 0{,}8\ m_0 c.$$

Deci centrul de masă se va mișca spre stînga.

2.144. $W_1 = m_1 c^2$; $W_2 = m_2 c^2$

Deoarece $m_1 = \frac{m_2}{k}$ rezultă $W_1 = \frac{W_2}{k}$

și deci: $m_{01}c^2 + Z_1 eU = \frac{1}{k}(m_{02}c^2 + Z_2 eU)$.

Se obține: $U = \frac{(m_{02} - km_{01})c^2}{e(kZ_1 - Z_2)}$

cu condiția $k \neq Z_2/Z_1$, deoarece în caz contrar tensiunea electrică tinde la infinit, ceea ce nu are sens fizic.

2.145. $m/m_0 = 1 \Big/ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 70{,}7$.

2.146. Asupra electronului acționează forța Lorentz, deci $\frac{mv^2}{r} = evB$ (1).

Impulsul electronului este $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (2)

Din relațiile (1) și (2) se obține:

$$v = \frac{eBr/m_0 c^2}{\sqrt{1 + (eBr/m_0 c)^2}}.$$

2.147. Din conservarea impulsului:

$\vec{p}_1 = \left(\frac{m_{01}}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} + m_{02} \right) \vec{v}_c$, unde $\vec{v}_c$ este viteza centrului de masă și

$$\vec{v}_c = \frac{\vec{p}_1 c^2}{\frac{m_{01}c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} + m_{02}c^2}$$

deci $\vec{v}_c = \frac{\vec{p}_1 c^2}{W_1 + W_2}$ unde $W_1^2 = p_1^2 c^2 + m_{01}^2 c^4$

și $W_2 = m_{02}c^2$.

2.148. a) $W_c + W_0 = mc^2$, $W_0 = m_0 c^2$.

Prin împărțire se obține: $m = \left(1 + \frac{W_c}{W_0}\right) m_0 \simeq 82\ m_0$

b) $W_c + W_0 = \frac{W_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

se obține: $v = \frac{c}{W_0 + W_c}\sqrt{W_c(2W_0 + W_c)} \simeq 0{,}9999\ c$.

2.149. $m = 4m_0$. Conform rezultatului problemei 2.148 viteza protonului este

$$v = \frac{c}{W_c + W_0}\sqrt{W_c(2W_0 + W_c)} = \frac{c}{4W_0}\sqrt{3W_0(2W_0 + 3W_0)} = \frac{c\sqrt{15}}{4} \simeq 0{,}982\, c.$$

$qU = W_c$, de unde $U = \frac{3m_0 c^2}{q} = 2{,}7$ GV.

2.150. Datorită simetriei, modulele impulsurilor și energiile celor doi protoni după ciocnire sînt egale. Vectorii impuls sînt dispuși ca în figura 2.150.R, astfel că legea conservării impulsului se scrie:

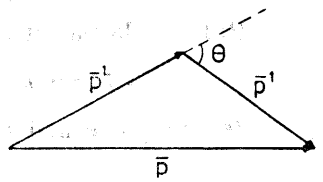


Fig. 2.150. R

$p^2 = 2p'^2 + 2p'^2 \cos\theta$ (1), de unde $\cos\theta = \frac{p^2}{2p'^2} - 1$ (2).

Ținînd cont de relația $p = \frac{1}{c}\sqrt{W_c(W_c + 2m_0 c^2)}$ (3) și de faptul că $W_c = 2W_c'$, unde W_c' este energia cinetică a fiecărui proton după ciocnire, rezultă

$$\frac{p^2}{p'^2} = \frac{W_c(W_c + 2m_0c^2)}{W_c'(W_c' + 2m_0c^2)} = 4\,\frac{W_c + 2m_0c^2}{W_c + 2m_0c^2} \quad (4)$$

și $\cos\theta = 2\,\frac{W_c + 2m_0c^2}{W_c + 4m_0c^2} - 1 = \frac{W_c}{W_c + 4m_0c^2}$.

2.151. Legea conservării impulsului se scrie:

$$\vec{p}_\gamma + \vec{p}_{\text{nucleu}} = 0$$

unde $p_\gamma = \frac{W_\gamma}{c}$, deci $p_{\text{nucleu}} = \frac{W_\gamma}{c}$.

Energia de recul a nucleului (scrisă nerelativist) este:

$$W_c = \frac{1}{2}\frac{p^2_{\text{nucleu}}}{M} = \frac{W_\gamma^2}{2Mc^2}.$$

2.152. În cazul cînd un foton de energie $h\nu$ ar produce o pereche electron-pozitron atunci din legea conservării impulsului rezultă că impulsul fiecărei particule este egal cu $\frac{h\nu}{2c}$, dacă particulele sînt emise în direcția fotonului incident.

Energia totală a particulelor va fi:

$$2\left[m_0^2c^4 + \left(\frac{h\nu}{2}\right)^2\right]^{1/2} > h\nu$$

deci procesul nu poate avea loc.

2.153. $p^2c^2 + m_0^2c^4 = W^2$ și $W = W_c + m_0c^2$.

Din cele două relații rezultă: $m_0 = \frac{p^2c^2 - W_c^2}{2W_cc^2} = \frac{244}{c^2}$ MeV.

2.154. Legile de conservare pentru impuls și energie se scriu:

$$p_\mu = p_\nu \quad (1) \qquad m_\pi c^2 = W_\mu + W_\nu \quad (2).$$

Ridicînd la pătrat ecuația (1) și înmulțind cu c^2 rezultă:

$$c^2p_\mu^2 = c^2p_\nu^2 \text{ sau } W_\mu^2 - m_\mu^2c^4 = W_\nu^2 - m_\nu^2c^4 \quad (3).$$

Relația (3) se mai scrie:

$$(W_\mu - W_\nu)(W_\mu + W_\nu) = (m_\mu^2 - m_\nu^2)c^4 \quad (3).$$

Împărțind (3) la (2) se obține:

$$W_\mu - W_\nu = \frac{m_\mu^2 - m_\nu^2}{m_\pi}c^2 \quad (4).$$

Din (2) și (4) rezultă:

$$W_\mu = \frac{(m_\pi^2 + m_\mu^2 - m_\nu^2)c^2}{2m_\pi}; \quad W_\nu = \frac{(m_\pi + m_\nu^2 - m_\mu^2\ c^2)}{2m_\pi}.$$

Dar $W = W_c + m_0c^2$, deci

$$W_{c_\mu} = \frac{(m_\pi - m_\mu)^2c^2}{2m_\pi} - m_\mu c^2.$$

b) $W_{c_\mu} = \frac{(m_\pi - m_\mu)^2c^2}{2m_\pi}$.

2.155.

a) $p = \frac{1}{c}\sqrt{W_c(W_c + 2m_0c^2)} = \sqrt{3}\ m_0c = 0{,}9$ MeV/c.

b) $W_c = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2 = (\sqrt{2} - 1)m_0c^2 = 0{,}21$ MeV.

2.156. Pentru particula compusă putem scrie că

$$W^2 = p^2c^2 + M_0^2c^4 \quad (1) \text{ unde } W = W_c + 2m_0c^2 \quad (2)$$

din conservarea energiei și din conservarea impulsului

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad (3),$$

unde $\vec{p}_1$ este impulsul particulei incidente aflată în mișcare și $\vec{p}_2 = 0$ este impulsul particulei aflată în repaus. Deci

$$p = p_1 = \frac{1}{c}\sqrt{W_c(W_c + 2m_0c^2)} \quad (4).$$

După înlocuirea în (1),

$$(W_c + 2m_0c^2)^2 = W_c(W_c + 2m_0c^2) + M_0^2c^4 \quad (5).$$

de unde $M_0 = \frac{1}{c}\sqrt{2m_0(W_c + 2m_0c^2)}$,

iar $v = \frac{pc^2}{W} = c\sqrt{\frac{W_c}{W_c + 2m_0c^2}}$.

2.157. Scriem legile de conservare în procesul de ciocnire:

$\varepsilon + m_0c^2 = \frac{M_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (1) pentru energie și $\frac{\varepsilon}{c} = \frac{M_0v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (2) pentru impuls.

Din (1) și (2), $v = c\ \frac{\varepsilon}{\varepsilon + m_0c^2}$

și $M_0 = \frac{1}{c}\sqrt{m_0(2\varepsilon + m_0c)^2}$.

2.158. Din legile de conservare, ale energiei

$$m_0c^2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (1) \text{ și impulsului } 0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad (2)$$

rezultă $(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = \vec{p}_1^2 + \vec{p}_2^2 + 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 = 0$,

unde $p_1 = \frac{\varepsilon_1}{c}$ și $p_2 = \frac{\varepsilon_2}{c}$

Atunci, $\cos\theta = -\frac{p_1^2+p_2^2}{2p_1p_2} = 1-\frac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2}{2\varepsilon_1\varepsilon_2} = 1-\frac{m_0^2c^4}{2\varepsilon_1\varepsilon_2}$ (3)

sau $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{m_0c^2}{2\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2}}$.

2.159.

$$W_c = n\frac{m_0v^2}{2} \text{ (1) unde } W_c = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right) \text{ (2).}$$

Din (1), $v^2 = \frac{2W_c}{nm_0}$, și după înlocuirea în (2)

$$W_c = m_0c^2\left[\frac{n-4+\sqrt{n(n+8)}}{4}\right].$$

2.160.

$$L_{rel} = W_{c_2} - W_{c_1} = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}}\right) = 0{,}42\,m_0c^2.$$

Nerelativist, $L_{nerel} = \frac{m_0}{2}(v_2^2-v_1^2) = 0{,}14\ m_0c^2$.

Se observă că $L_{rel} > L_{nerel}$.

Capitolul 3

ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ

ENUNȚURI

Efectul fotoelectric

Vezi OF56-SSFC

3.1. Să se calculeze pragul efectului fotoelectric pentru zinc și viteza maximă a fotoelectronilor eliberați de suprafața zincului iradiată cu o radiație electromagnetică cu lungimea de undă $\lambda=250$ nm. Lucrul de extracție al zincului este $L_{Zn}=3{,}74$ eV.

* *

3.2. Iluminînd suprafața unui metal succesiv cu două radiații avînd lungimile de undă $\lambda_1=0{,}35\ \mu$m și $\lambda_2=0{,}54\ \mu$m se constată că viteza maximă a fotoelectronilor variază de $n=2$ ori. Să se calculeze lucrul de extracție al metalului.

3.3. O bilă din litiu cu raza $R=5$ cm este iluminată cu radiația monocromatică cu lungimea de undă $\lambda=232$ nm. Sub acțiunea luminii sfera emite electroni. Cunoscînd lucrul mecanic de extracție $L_{ext}=5{,}29$ eV pentru litiu să se arate că la un moment dat emisia de electroni încetează și să se determine numărul maxim de fotoelectroni pe care îi poate emite sfera ($h=6{,}625\cdot10^{-34}$ J·s).

3.4. Pînă la ce potențial maxim V_{max} se încarcă o sferă de cupru dacă este iradiată cu radiație ultravioletă cu $\lambda=2\cdot10^{-7}$m? Lucrul de extracție al electronului din cupru $L_{ex}=4{,}47$ eV.

3.5. Se trimite pe catodul unei fotocelule radiație cu $\lambda=3500$ Å. Catodul este confecționat din cesiu, care are lucrul de extracție $L_{ext}=1{,}9$ eV. Să se calculeze: a) viteza maximă a fotoelectronilor; b) potențialul de frînare ce trebuie aplicat pe anod, în raport cu fotocatodul pentru a anula curentul fotoelectric.

3.6. Un fascicul de fotoni cu impulsul $p=5\cdot10^{-27}$ kg·m/s fiecare, bombardează o placă de magneziu. Cunoscînd energia de ieșire $L_{ext}=3{,}46$ eV a fotoelectronilor din metal și masa lor de repaus $m_0=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg să se calculeze: a) pragul fotoelectric al magneziului; b) energia fotonilor; c) energia fotoelectronilor; d) masa de mișcare a fotoelectronilor; e) lungimea de undă asociată fotoelectronilor.

3.7. Să se calculeze lungimea de undă a radiației incidentă pe o bucată de stronțiu pentru care energia cinetică maximă a fotoelectronilor este egală cu $1{,}8\cdot10^{-19}$ J. Lungimea de undă de prag al efectului fotoelectric în stronțiu este 550 nm.

3.8. Să se determine viteza maximă a fotoelectronilor extrași de pe suprafața argintului: a) de un fascicul ultraviolet cu lungimea de undă $\lambda_1=0{,}155$ nm; b) de un fascicul de raze γ cu lungimea de undă $\lambda_2=0{,}001$ nm. ($\mathcal{L}=4{,}7$ eV).

3.9. Pe suprafața unui catod de cesiu este incidentă o radiație ultravioletă cu lungimea de undă $\lambda_0=75$ nm. Să se calculeze lungimea de undă asociată electronilor emiși de catodul de cesiu dacă lucrul de extracție al electronilor este de 1,9 eV.

3.10. Un condensator plan cu capacitatea de 100 pF este încărcat de la o baterie la tensiunea de 10 V după care bateria este deconectată. Armătura inferioară este iluminată cu lumină albastră, ceea ce duce la emisia de electroni cu energia cinetică cuprinsă între 0 și 1,5 eV. Electronii sînt atrași de armătura superioară. În figura 3.10 este reprezentată dependența curentului total electronic de timp.

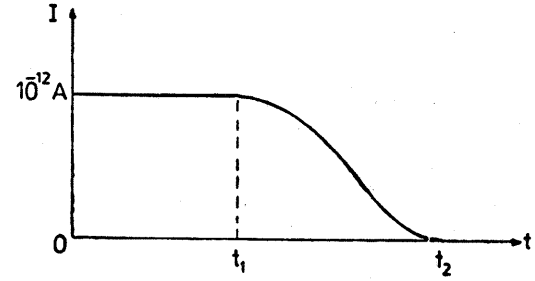


Fig. 3.10

a) Să se calculeze timpul necesar ca diferența de potențial dintre armături să se anuleze.

b) Care este diferența de potențial dintre armăturile pentru $t \gg t_2$?

c) Ce se întîmplă dacă distanța dintre armături se dublează înainte de încărcarea condensatorului? Dar dacă dublarea distanței are loc după îndepărtarea bateriei?

Efectul Compton

3.11. Un foton cu energia $W_0=1$ MeV este difuzat de un electron liber aflat în repaus. Să se calculeze energia cinetică a electronului de recul dacă lungimea de undă a fotonului variază cu $\eta=25\%$ în urma difuziei.

3.12. Un foton cu lungimea de undă $\lambda_0=6$ nm este difuzat Compton sub un unghi $\theta=\frac{\pi}{2}$. Să se calculeze a) frecvența fotonului difuzat și b) energia cinetică a electronului de recul.

3.13. Un foton cu energia $W_0=250$ keV este difuzat Compton sub un unghi $\theta=120°$. Să se calculeze energia fotonului difuzat.

3.14. Un foton cu energia $W_0=0{,}15$ MeV este difuzat Compton în așa fel încît lungimea sa de undă variază cu $\Delta\lambda=3$ pm.

Să se calculeze unghiul φ sub care este expulzat electronul.

3.15. Un foton cu energia egală cu $n=2$ ori energia de repaus a unui electron este difuzat de un electron aflat în repaus sub un unghi $\theta=\pi$. Să se calculeze raza de curbură a traiectoriei electronului de recul într-un cîmp magnetic de inducție $B=0{,}12$ T, dacă electronul pătrunde în zona cu cîmp magnetic după o direcție perpendiculară pe liniile de cîmp.

3.16. Variația lungimii de undă a razelor X prin împrăștiere Compton este $\Delta\lambda=2{,}4$ pm. Să se calculeze: a) unghiul de împrăștiere al fotonilor și b) energia preluată de electronul de recul, dacă lungimea de undă a razelor incidente este $\lambda_0=10$ pm.

3.17. Un fascicul de raze X cu lungimea de undă $\lambda_0=56{,}3$ pm este împrăștiat pe o probă de grafit. Să se calculeze lungimea de undă a razelor împrăștiate sub un unghi $\varphi=120°$ înainte (în sensul de propagare al razelor X).

3.18. Un foton cu energia $W_f=0{,}75$ MeV este difuzat de un electron liber cu unghiul $\theta=60°$ față de direcția sa inițială. Știind că energia cinetică și impulsul electronului pînă la ciocnirea cu fotonul au fost neglijabil de mici, să se determine: a) energia W'_f a fotonului difuzat; b) energia cinetică a electronului de recul; c) unghiul φ făcut de direcția electronului de recul cu direcția inițială a fotonului.

3.19. Un foton cu energia $W_f=0{,}25$ MeV este difuzat după ciocnirea cu un electron liber. Să se determine unghiul de difuzie θ, știind că energia fotonului difuzat este $W'_f=0{,}2$ MeV.

3.20. Să se determine lungimea de undă λ_0 a radiației care prin difuzie Compton pe un electron liber aflat în repaus îi transmite acestuia energia cinetică W_c, și viteza electronului face unghiul φ cu direcția inițială a fotonului.

3.21. Să se calculeze valoarea deplasării Compton dacă lungimea de undă a fotonului incident este $\lambda_0=3\cdot10^{-3}$ nm, iar viteza electronului de recul este $v=0{,}6\,c$. Se cunoaște masa de repaus a electronului $m_0=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg și viteza luminii în vid $c=3\cdot10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Serii spectrale. Atomul Bohr

3.22. Să se calculeze raza primei orbite Bohr a atomului de hidrogen și viteza electronului pe această orbită.

3.23. Cunoscînd timpul de viață medie al primei stări excitate $\tau=10^{-8}\,\mathrm{s^{-1}}$ să se calculeze numărul de rotații efectuate de electron în jurul nucleului pînă la reîntoarcerea pe nivelul fundamental.

3.24. Considerăm un ion de heliu o dată ionizat, aflat în starea fundamentală. a) Să se calculeze energia necesară pentru a expulza electronul rămas. b) Ce lungime de undă trebuie să aibă fotonul pentru a expulza acest electron? Discuție.

3.25. Presupunem că un mezon μ negativ ($m_\mu=212\,m_e$), care poartă aceeași sarcină ca un electron, este legat de un proton pentru a forma un sistem hidrogenoid. Să se calculeze a) energia de legătură a sistemului; b) lungimea de undă a fotonului emis de mezon cînd trece de pe nivelul $n=2$ pe nivelul fundamental*.

3.26. Să se calculeze valoarea cea mai mică a numărului cuantic n pentru care saltul electronului între nivelele $n\to n-1$ ale ionului de heliu are loc cu emisia unui foton în spectrul vizibil [$\lambda\in(400-750)$nm].

3.27. Electronul unui atom de hidrogen neexcitat primește energia $W=12{,}1$ eV. Să se arate pe ce nivel energetic va trece electronul. Cîte linii se pot vedea în spectrul de emisie al atomului excitat prin trecerea electronului pe nivele inferioare? Energia stării fundamentale a atomului de hidrogen este $W_1=-13{,}6$ eV.

3.28. De cîte ori crește raza orbitei electronului atomului de hidrogen aflat inițial în starea fundamentală dacă este excitat cu o cuantă cu energia $W=12{,}09$ eV? ($R=1{,}1\cdot10^7\,\mathrm{m^{-1}}$).

3.29. Tranziția electronului din atomul de hidrogen de pe orbita a n-a pe orbita a k-a ($k=1$) are loc cu emisia unui foton cu lungimea de undă $\lambda=102{,}6$ nm.

Să se calculeze raza orbitei a n-a ($R=1{,}1\cdot10^7\,\mathrm{m^{-1}}$).

3.30. Cea mai mică lungime de undă din seria Lyman a hidrogenului este $\lambda_1=121{,}6$ nm.

Să se calculeze cea mai mică lungime de undă din seria Balmer a hidrogenului.

3.31. Ce linii spectrale apar în spectrul vizibil prin excitarea atomilor de hidrogen cu electroni avînd energia de 13 eV?

---

* Spectrele atomilor miuonici au fost observate cu toate că au un timp de viață de cîteva microsecunde.

3.32. Un proton care se deplasează orizontal cu viteza $v_0=4{,}6\cdot10^4$ m/s ciocneşte un atom de heliu liber aflat în repaus. După ciocnire protonul se întoarce cu viteza $\frac{v_0}{2}$, iar atomul trece într-o stare excitată.

Să se calculeze lungimea de undă a radiaţiei emise de atomul de He cînd revine în starea iniţială ($m_{proton}=1{,}67\cdot10^{-27}$kg; $M_{He}=4$ u).

3.33. Să se calculeze variaţia lungimii de undă a radiaţiei luminoase emisă de un atom de hidrogen datorită reculului nucleului ce apare în urma emisiei cuantei de lumină. Se va face aproximaţia $\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}\cong1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$, iar masa de repaus a protonului este $m_{0p}=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg.

3.34. Un atom de hidrogen neexcitat, aflat în repaus este ciocnit de un alt atom de hidrogen.

Să se calculeze energia cinetică minimă a atomului aflat în mişcare pentru ca în urma ciocnirii acesta să poată emite un foton.

Energia de ionizare a atomului de hidrogen este $W_i=13{,}6$ eV.

Natura ondulatorie a particulelor

3.35. Viteza neutronilor termici, a căror energie medie este apropiată de energia medie a atomilor dintr-un gaz aflat la temperatura camerei este de 2,5 km/s.

Să se calculeze lungimea de undă asociată acestor neutroni ($m_n\simeq1$ u$=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg).

3.36. Să se calculeze lungimea de undă asociată electronului din atomul de hidrogen aflat pe a doua orbită.

3.37. Un electron traversează o diferenţă de potenţial acceleratoare $U=510$ kV. Să se calculeze lungimea de undă asociată ţinînd cont de variaţia relativistă a masei cu viteza.

3.38. Vrem să obţinem un fascicul electronic cu viteza de 10^8m/s. Să se calculeze: a) potenţialul de accelerare necesar; să se verifice dacă corecţia relativistă este necesară; b) lungimea de undă asociată fasciculului de electroni.

3.39. Să se calculeze lungimea de undă asociată unui: a) electron relativist ce se deplasează cu o viteză $v=\frac{9}{10}c$; b) electron accelerat din repaus într-un potenţial de 5000 V; c) proton accelerat din repaus într-un potenţial de 5000 V.

3.40. Să se determine lungimea de undă de Broglie pentru: a) un electron care se mişcă cu viteza $v=10^8$cm/s; b) un atom de hidrogen care se mişcă cu o viteză egală cu viteza medie pătratică la temperatura de 300 K. Se cunosc $m_e=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg, $h=6{,}626\cdot10^{-34}$J·s, $R=8{,}31$ J·mol^{-1}·K^{-1}, $m_H=1{,}667\cdot10^{-27}$ kg.

3.41. Să se determine diferenţa între lungimile de undă de Broglie asociate unui proton şi respectiv unui atom de hidrogen în cazul în care acestea au aceeaşi energie cinetică $W_c=1$ eV·($m_e=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg, $m_p=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg).

3.42. a) Să se determine lungimea de undă de Broglie a unei particule relativiste în funcţie de tensiunea de accelerare U. Masa de repaus a particulei este m_0 şi sarcina $-e$, iar viteza luminii în vid c. b) Să se determine lungimea de undă asociată electronului a cărui energie cinetică este egală cu 1 MeV.

3.43. Să se determine energia, masa şi impulsul fotonului cu lungimea de undă $\lambda=0{,}25\cdot10^{-10}$m.

3.44. Să se determine lungimea de undă Broglie: a) pentru electronul accelerat sub diferenţă de potenţial $U=1$; 100; 1000 V; b) pentru o particulă cu masa $m=1$ g care se mişcă cu viteza $v=1$ cm/s.

3.45. Energia cinetică a unui electron relativist este egală cu 0,5 MeV. Să se determine lungimea de undă de Broglie.

REZOLVĂRI

Efectul fotoelectric

3.1. $L_{Zn}=\frac{hc}{\lambda_p}$, de unde $\lambda_p=332$ nm.

Din formula lui Einstein, $\frac{hc}{\lambda}=L_{Zn}+\frac{mv^2_{max}}{2}$ rezultă

$$v_{max}=\sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda}-L_{Zn}\right)}=6{,}6\cdot 10^5 \text{m/s}.$$

3.2. Din formula lui Einstein,

$$\frac{hc}{\lambda_1}=L_{extr}+\frac{mv^2}{2} \quad (1)$$

și

$$\frac{hc}{\lambda_2}=L_{extr}+\frac{m}{2}\frac{v^2}{n^2} \quad (2)$$

de unde $L_{extr}=\frac{hc}{\lambda_2(n^2-1)}\left(n^2-\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)=1{,}9$ eV.

3.3. În urma emisiei de electroni bila se încarcă pozitiv la potențialul:

$$V(R)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Fotoelectronii părăsesc sfera în cazul cînd energia lor cinetică este mai mare decît energia electrostatică $eV(R)$.

Legea conservării energiei cînd emisia încetează se scrie

$$\frac{hc}{\lambda}=L_{extr}+\frac{mv^2}{2}=L_{extr}+eV_{max}(R)$$

unde $V_{max}(R)=\frac{q_{max}}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{N_{max}e}{4\pi\varepsilon_0 R}$.

Rezultă

$$N_{max}=\frac{4\pi\varepsilon_0 R\,ch}{\lambda e^2}-\frac{4\pi\varepsilon_0 R}{e^2}L_{ext}=238\cdot 10^4 \text{ electroni.}$$

3.4. Din legea conservării energiei,

$\frac{hc}{\lambda}=L_{ex}+eV_{max}$, de unde $V_{max}=\frac{hc}{\lambda e}-\frac{L_{ex}}{e}=1.74$ V.

3.5. a) $\frac{hc}{\lambda}=L_{ex}+\frac{mv^2_{max}}{2}$, de unde

$$v_{max}=\sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda}-L_{ex}\right)}=7{,}38\cdot 10^5 \text{m/s}$$

b) $\frac{mv^2_{max}}{2}=eV$, de unde $V=\frac{mv^2_{max}}{2e}=1{,}55$ V.

3.6.

a) $\nu_p=\frac{L_{ext}}{\hbar}=0{,}835\cdot 10^{15}$Hz;

b) $W_f=pc=15\cdot 10^{-19}$J.

c) $W_e=W_f-W_i=9{,}464\cdot 10^{-19}$J.

d) $W_e=mc^2$, de unde $m=\frac{W_e}{c^2}=1{,}05\cdot 10^{-35}$ kg

e) $\lambda=\frac{h}{p_e}$, unde $p_e=\frac{W_e v}{c^2}=\frac{W_e}{c}\sqrt{1-\frac{m_0^2}{m^2}}$.

Deci, $\lambda=\frac{hcm}{W_e\sqrt{m^2-m_0^2}}=4{,}2\cdot 10^{-7}$ m.

3.7. $\frac{hc}{\lambda}=\frac{hc}{\lambda_0}+W_e$

de unde $\lambda=\lambda_0\frac{hc}{hc+\lambda_0 W_e}=367{,}128$ nm.

3.8. Ecuația lui Einstein pentru efect fotoelectric este:

$$h\nu=W_e+\mathcal{L}$$

unde $\mathcal{L}$ este lucrul de extracție.

Energia cinetică va fi determinată din relația clasică:

$W_c=\frac{m_0v^2}{2}$ sau cu relaţia relativistă

$$W_c=W_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right) \text{ unde } \beta=\frac{v}{c},$$

v fiind viteza electronului iar c viteza luminii.

Aplicarea uneia din cele două relaţii pentru energia cinetică se face în funcţie de energia fotonului. Astfel dacă energia fotonului este mult mai mică decît energia de repaus a electronului, viteza electronului va fi mult mai mică decît viteza luminii şi se aplică formula clasică, iar în cazul cînd energia fotonului este comparabilă cu energia de repaus a electronului se aplică relaţia relativistă.

Energia de repaus a electronului este:

$$W_0=m_0c^2=0{,}51 \text{ MeV}.$$

Notînd cu W_1 şi W_2 energiile fotonilor în cele două cazuri

$$W_1=h\nu_1=\frac{hc}{\lambda_1}=1.28\cdot10^{-18}\text{J}=8 \text{ eV}.$$

$$W_2=h\nu_2=\frac{hc}{\lambda_2}=1{,}99\cdot10^{-13}\text{J}=1{,}24 \text{ MeV}.$$

În primul caz se va aplica formula nerelativistă, iar în cel de-al doilea relaţia relativistă.

Deci:

$$v_1=\sqrt{\frac{2(W_1-\mathcal{E})}{m_0}}=1{,}08\cdot10^6\text{m/s}.$$

În cazul iluminării cu raze γ se obţine

$$\beta=\frac{\sqrt{(2W_0+W_2)W_2}}{W_0+W_2}=0{,}95$$

de unde $v_2=c\beta=2{,}85\cdot10^8\text{m/s}.$

3.9. Conform relaţiei lui Einstein pentru efectul fotoelectric

$$\frac{hc}{\lambda_0}=L_{extr}+\frac{1}{2}mv_{max}^2 \quad (1),$$

de unde $$v_{max}=\sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda_0}-L_{extr}\right)} \quad (2).$$

Lungimea de undă asociată electronilor este

$$\lambda_e=\frac{h}{mv_{max}}=\frac{h}{\sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda_0}-L_{extr}\right)}}=2{,}85\cdot10^{-10}\text{m}.$$

3.10. a) Scăderea intensităţii curentului pentru $t>t_1$ are loc deoarece sarcina armăturii superioare îşi schimbă semnul şi începe să respingă electronii.

Sarcina armăturii condensatorului după îndepărtarea bateriei este $q=CU$, unde C este capacitatea condensatorului şi U diferenţa de potenţial dintre armături. Timpul t_1 în care va fi compensată această sarcină este dată de $q=It_1$, de unde

$$t_1=\frac{CU}{I}=10^3\text{s}.$$

b) Intensitatea curentului se anulează cînd diferenţa de potenţial va fi cea corespunzătoare energiei maxime a electronilor, de 1,5 eV, ceea ce înseamnă 1,5 V pentru diferenţa de potenţial. Pentru $t>t_2$ diferenţa de potenţial rămîne constantă şi egală cu 1,5 V.

c) Prin dublarea distanţei dintre armături capacitatea condensatorului scade de două ori. Dacă dublarea distanţei are loc în timpul încărcării condensatorului, atunci după îndepărtarea bateriei sarcina de pe armături va fi de două ori mai mică şi prin urmare şi timpul t_1 va fi de două ori mai mic. Dacă dublarea distanţei are loc după îndepărtarea bateriei sarcina de pe armături nu se modifică şi deci nici timpul t_1.

Efectul Compton

3.11. Notînd cu W energia fotonului difuzat, teorema conservării energiei se scrie:

$$W_0+m_0c^2=W+mc^2,$$

de unde energia cinetică a electronului este

$$W_c=c^2(m-m_0)=W_0-W \quad (1).$$

Din condiţia ca $\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\eta\lambda_0$ rezultă că $\lambda=(1+\eta)\lambda_0$, iar $W=\frac{hc}{\lambda}=\frac{W_0}{1+\eta}$, astfel că din (1), $W_c=W_0-\frac{W_0}{1+\eta}=\frac{\eta W_0}{1+\eta}=0{,}2$ MeV.

3.12. a) Din, $\Delta\lambda=\frac{c}{\nu}-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$ rezultă

$$\nu=\frac{m_0c^2}{h(1-\cos\theta)+\lambda_0m_0c}=8{,}4\cdot10^{19}\text{s}^{-1}.$$

b) Energia cinetică a electronului este egală cu diferenţa energiilor fotonilor incident şi difuzat, adică

$$W_c=hc\left(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda_0+\Delta\lambda}\right)=\frac{hc}{\lambda_0}\cdot\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0+\Delta\lambda}=\frac{h^2c}{\lambda_0(h+\lambda_0m_0c)}=60 \text{ keV}.$$

3.13. $W=\frac{hc}{\lambda_0+\Delta\lambda}$, unde $\lambda_0=\frac{hc}{W_0}$ și $\Delta\lambda=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$.

Deci, $W=\frac{W_0m_0c^2}{m_0c^2+W_0(1-\cos\theta)}=0{,}144$ MeV.

3.14. Teorema conservării impulsului (vezi figura 3.14.R) se scrie

$$\vec{p}_{f,0}=\vec{p}_f+\vec{p}\cdot(1).$$

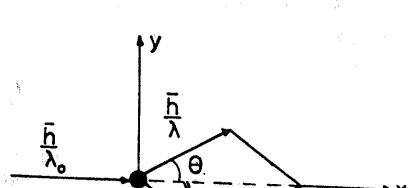


Fig. 3.14. R

Proiecțiile ecuației (1) pe direcțiile x și y se scriu:

$$\frac{h}{\lambda_0}=\frac{h}{\lambda}\cos\theta+p\cos\varphi$$

$$0=\frac{h}{\lambda}\sin\theta-p\sin\varphi, \text{ de unde}$$

$$\operatorname{ctg}\varphi=\frac{\frac{h}{\lambda_0}-\frac{h}{\lambda}\cos\theta}{\frac{h}{\lambda}\sin\theta}=\frac{\Delta\lambda+\lambda_0(1-\cos 0)}{\lambda_0\sin\theta}\ (1)$$

Dar, $\Delta\lambda=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$, de unde $1-\cos\theta=\frac{m_0c\Delta\lambda}{h}$

și $\sin\theta=2\sqrt{\frac{m_0c\Delta\lambda}{2h}\left(1-\frac{m_0c\Delta\lambda}{2h}\right)}$.

Deci, $\operatorname{ctg}\varphi=\Delta\lambda\cdot\frac{W_0+m_0c^2}{2hc\sqrt{\frac{m_0c\Delta\lambda}{2h}\left(1-\frac{m_0c\Delta\lambda}{2h}\right)}}=0{,}58$

adică $\varphi\simeq 60°$.

3.15. Raza de curbură este $r=\frac{mv}{eB}$, unde mv este impulsul electronului.

Legea de conservare a energiei se scrie:

$$nm_0c^2+m_0c^2=\frac{hc}{\lambda}+c\sqrt{p^2+m_0^2c^2}\ (1)$$

unde $\lambda=\lambda_0+\Delta\lambda=\lambda_0+\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)=\frac{h}{nm_0c}+\frac{2h}{m_0c}=\frac{h}{m_0c}\frac{1+2n}{n}$, (2)

deoarece $nm_0c^2=\frac{hc}{\lambda_0}$.

Înlocuind (2) în (1) rezultă:

$$m_0c^2(n+1)=\frac{nm_0c^2}{1+2n}+c\sqrt{p^2+m_0^2c^2}\quad(3)$$

de unde $p=\frac{2m_0cn(1+n)}{1+2n}$ (4).

Înlocuind (4) în expresia razei rezultă

$$r=\frac{2n(1+n)}{1+2n}\frac{m_0c}{eB}=3{,}4\cdot10^{-2}\text{m}.$$

3.16. a) Din $\Delta\lambda=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\varphi)$ (1)

rezultă $\cos\varphi=1-\frac{m_0c\Delta\lambda}{h}=0$ și $\varphi=\frac{\pi}{2}$.

b) $W_e=h\nu-h\nu'=hc\left(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda_0+\Delta\lambda}\right)=\frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0+\Delta\lambda)}=24$ keV.

3.17.

$$\lambda=\lambda_0+\frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\varphi}{2}=59{,}9\text{ pm}.$$

3.18. a) Formula Compton se poate scrie în funcție de energiile inițială și finală ale fotonului astfel:

$$\frac{hc}{W_f'}-\frac{hc}{W_f}=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$$

de unde rezultă: $W_f'=\frac{W_f}{\left(\frac{W_f}{m_0c}\right)(1-\cos\theta)+1}=$

$=0{,}43$ MeV.

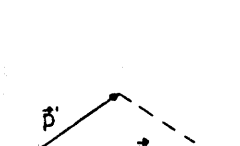


Fig. 3.18. R

b) $W_e=W_f-W_f'=0{,}32$ MeV.

c) În figura 3.18.R se vede că

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{p'\sin\theta}{p-p'\cos\theta}=\frac{\sin\theta}{p/p'-\cos\theta},$$

unde p este impulsul inițial al fotonului, iar p' este impulsul său final.

Deoarece $p=\frac{W}{c}$ și $p'=\frac{W'}{c'}$, rezultă $\operatorname{tg}\varphi=\frac{\sin\theta}{W/W'-\cos\theta}=0{,}70$.

Deci $\varphi=35°$.

3.19. Din formula Compton se obține:

$$\frac{1}{W'_f}-\frac{1}{W_f}=\frac{1-\cos\theta}{m_0c^2}$$

deci $\cos\theta=1-\frac{m_0c^2}{WW'}(W-W')=0{,}49$ și $\theta=60°40'$.

3.20. $W_e=h(\nu_0-\nu)=hc\left(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda}\right)=\frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0+\Delta\lambda)}$

de unde: $\lambda_0^2+\lambda_0\Delta\lambda-\frac{hc\Delta\lambda}{W_e}=0.$

În această ecuație $\Delta\lambda=2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}$, unde $\Lambda=\frac{h}{m_0c}$

și deci soluția va fi:

$$\lambda_0=-\frac{\Delta\lambda}{2}+\frac{\Delta\lambda}{2}\sqrt{1+\frac{4hc}{\Delta\lambda W_e}}.$$

3.21. Legea conservării energiei în efectul Compton se scrie

$$h\nu_0+m_0c^2=h\nu+mc^2$$

unde $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Se obține pentru $\Delta\lambda$ valoarea:

$$\Delta\lambda=\frac{\lambda_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)}{\frac{h}{m_0\lambda_0c}+1-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}=1{,}34\cdot10^{-12}\text{ m}.$$

Serii spectrale. Atomul Bohr

3.22. Pe baza teoriei Bohr momentul cinetic al electronului atomului de hidrogen este cuantificat prin relația: $mv_r=nh$.

Pentru prima orbită, $n=1$, deci relația devine

$$mv_r=\hbar \quad (1).$$

Electronul este supus forței de atracție din partea nucleului și forței centrifuge, deci

$$\frac{mv^2}{r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \quad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) rezultă:

$$r=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}=5{,}29\cdot10^{-11}\text{ m}\quad\text{și}\quad v=\frac{\hbar}{mr}=2{,}18\text{ mm/s}.$$

3.23. Pe nivelul $n=2$, electronul are o viteză

$$v=\frac{e^2}{4h\varepsilon_0}=1{,}1\cdot10^6\text{ms}^{-1}.$$

În timpul τ cît durează mișcarea sa pe acest nivel, descrie o orbită de rază $r_2=2^2r_1=2{,}12\cdot10^{-10}$ m, parcurge drumul $L=v_2\tau=1{,}1\cdot10^{-2}$ m și numărul de rotații va fi

$$k=\frac{v_2\tau}{2\pi r_2}=8{,}27\text{ rotații}.$$

3.24. a) Nivelele energetice ale unui atom hidrogenoid sînt

$$W_n=-13{,}6\frac{Z^2}{n^2}\text{ (eV)}\quad(1).$$

Ionul de heliu ($Z=2$) în starea fundamentală ($n=1$) are energia $W_1=-54{,}4$ eV. Pentru a expulza electronul trebuie să i se transmită chiar această energie.

b) $\lambda_1=\frac{hc}{W_1}=228\cdot10^{-10}$ m.

Orice foton cu $\lambda<\lambda_1=228\cdot10^{10}$m poate expulza electronul.

3.25. a) Constanta lui Rydberg fiind proporțională cu masa electronului, în cazul considerat va fi proporțională cu masa mezonului:

$$W_n=-212\cdot\frac{13{,}6}{n^2}\text{(eV)}=-\frac{2{,}88}{n^2}\text{ (keV)}\quad(1).$$

În starea energetică cea mai coborîtă, energia de legătură va fi

$$W_{1eg}=2{,}88\text{ keV}.$$

b) $$\lambda=\frac{hc}{W_2-W_1}=5{,}77\cdot10^{-10}\text{ m}$$

(în ultravioletul îndepărtat).

3.26. Nivelele energetice ale electronului dintr-un atom hidrogenoid (în eV) sînt date de

$$W_n=-13{,}6\frac{Z^2}{n^2}\text{ (eV)}\quad(1),$$

În cazul ionului de He, $Z=2$, astfel că primele patru nivele energetice au valorile $W_1=-54{,}4$ eV; $W_2=-13{,}6$ eV; $W_3=-6{,}04$ eV, $W_4=-3{,}40$ eV.

Intervalul de lungimi de undă cuprins între 400 și 750 nm corespunde unui interval de energii cuprins între 1,7 eV și 3,1 eV.

Observăm că $W_{12}=40{,}8$ eV; $W_{23}=7{,}6$ eV, $W_{34}=2{,}64$ eV.

Deci $W_{34}\in(1{,}7-3{,}1)$eV și cel mai mic număr ce verifică condiția impusă este $n=4$.

3.27. Pe nivelul energetic k energia este egală cu

$$W_k=-\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2k^2}=\frac{W_1}{k^2},$$

de unde $k^2=\frac{W_1}{W_k}=\frac{W_1}{W_1+W}=9$, sau $k=3$.

Se pot observa trei linii în spectrul de emisie.

3.28. Energia de excitație este egală cu diferența dintre energiile celor două nivele:

$$W=Rhc\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2}\right)\ (1),\ \text{de unde}\ n=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{W}{chR}}}=3$$

și

$$r_n=n^2r_1,\ \text{deci}\ \frac{r_n}{r_1}=9.$$

3.29.

$$r_n=n^2\frac{\varepsilon_0h^2}{\pi me^2}\ (1)\ \text{și}\ \frac{1}{\lambda}=R\left(1-\frac{1}{n^2}\right),\ (2)$$

de unde $n^2=\frac{\lambda R}{\lambda R-1}$ (3) și $r_n=\frac{\varepsilon_0h^2}{\pi me^2}\cdot\frac{\lambda R}{\lambda R-1}=475$ pm.

3.30. În seria Lyman cea mai mică lungime de undă se obține pentru $n=2$, adică

$$\frac{1}{\lambda_1}=R\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\ (1)$$

iar în seria Balmer pentru $n=3$, adică

$$\frac{1}{\lambda_2}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)\ (2),$$

de unde $\lambda_2=5{,}4\ \lambda_1=656{,}64$ nm.

3.31. Trebuie să găsim numerele întregi care îndeplinesc inegalitatea:

$$-\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2n^2}\leqslant-\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}+W\ (1),$$

de unde $n\leqslant\sqrt{\frac{me^4}{me^4-8\varepsilon_0^2h^2W}}$ și $n=5$ (2).

Atunci, din $\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right)$, (3),

rezultă $\lambda_{2,3}=656{,}3$ nm; $\lambda_{2,4}=481{,}1$ nm; $\lambda_{2,5}=434$ nm.

3.32. Scriem pentru sistemul proton-atom de heliu legile de conservare ale impulsului și energiei:

$$mv_0=-\frac{mv_0}{2}+Mv\ (1),\ \frac{mv_0^2}{2}=\frac{mv_0^2}{8}+\frac{Mv^2}{2}+W\ (2),$$

de unde rezultă energia de excitație,

$$W=\frac{3}{8}mv_0^2\left(1-\frac{3m}{M}\right)=h\frac{c}{\lambda}\ (3)\ \text{și}\ \lambda=\frac{8hcM}{3mv_0^2(M-3m)}=6\cdot10^{-7}\text{m}.$$

3.33. Scriem legile de conservare ale energiei și impulsului pentru sistemul izolat atom de hidrogen-foton.

Înainte de emisia fotonului atomul de hidrogen este în repaus iar electronul său se află în starea W_i ($W_i>W_1$, unde W_1 este nivelul fundamental, iar $W_k-W_1=h\nu_0$, energia fotonului emis).

După emisia fotonului, atomul capătă viteza v, iar electronul revine în starea fundamentală W_1.

Conservarea energiei se scrie:

$$m_{0p}c^2+W_k=m_pc^2+W_1+h\nu\ (1),\ \text{unde}\ m_p=\frac{m_{0p}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

iar ν este frecvența fotonului emis.

Conservarea impulsului se scrie: $0=m_pv-\frac{h\nu}{c}$ (2).

Ținînd cont că $W_k-W_1=h\nu_0$, din (1) rezultă

$$\nu_0-\nu=\frac{m_{0p}c^2}{h}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)\ (3).$$

Deoarece $v<<c$ putem aproxima $\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}\cong 1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$.

Atunci, $\nu_0-\nu=\frac{m_{0p}v^2}{2h}$ (4).

Din (2) $v\simeq\frac{h\nu}{m_{0p}c}$, deoarece $m_p\simeq m_{0p}$.

Atunci $\nu_0-\nu\simeq\frac{h\nu^2}{2m_{0p}c^2}$ (5).

Din $\nu=\frac{c}{\lambda}$, $\nu_0-\nu=\frac{c}{\lambda_0}-\frac{c}{\lambda}=\frac{c(\lambda-\lambda_0)}{\lambda\lambda_0}$,

de unde $\lambda-\lambda_0=\frac{\nu_0-\nu}{c}\cdot\lambda^2=\frac{\nu_0-\nu}{c}\cdot\frac{c^2}{\nu^2}$

deoarece $\lambda\cong\lambda_0$.

Deci $\lambda-\lambda_0=\frac{h\nu^2}{2m_{0p}c^2}\cdot\frac{c}{\nu^2}=\frac{h}{2m_{0p}c}=6{,}7\cdot10^{-16}$ m.

3.34. Din studiul ciocnirii corpurilor se știe că pierderea de energie cinetică este maximă dacă ciocnirea este neelastică și corpurile după ciocnire au aceeași viteză. Această energie cinetică pierdută poate fi preluată de atom pentru a trece într-o stare excitată. Întorcîndu-se în starea fundamentală atomul excitat emite un foton. Energia de excitare minimă va corespunde trecerii atomului pe nivelul cu numărul cuantic $m=2$. Deci,

$$W_{min}=hcR\left(1-\frac{1}{2^2}\right)=\frac{3}{4}W_i \quad (1),$$

deoarece W_i corespunde la $m\to\infty$.

Din legile de conservare ale energiei și impulsului

$$\frac{mv_0^2}{2}=2\frac{mv^2}{2}+W_{min} \quad (2), \quad mv_0=2mv \quad (3),$$

rezultă $$\frac{mv_0^2}{2}=2W_{min}=\frac{3}{2}W_i=20{,}4 \text{ eV}.$$

Natura ondulatorie a particulelor

3.35. $\lambda=\frac{h}{mv}=158{,}6$ pm.

3.36. $\lambda_n=\frac{h}{mv_n}$, unde $v_n=\frac{e^2}{2\varepsilon_0 hn}$

Deci $\lambda_2=\frac{4h^2\varepsilon_0}{me^2}=670$ pm.

3.37.

$\lambda=\frac{h}{p}$, unde $p=\frac{1}{c}\sqrt{W^2-m_0^2c^4}$ și $W=m_0c^2+eU$.

Deci, $\lambda=\frac{hc}{\sqrt{eU(2m_0c^2+eU)}}=1{,}4$ pm.

3.38. a) $\frac{mv^2}{2}=eV_{nerel.}$, $V_{nerel.}=\frac{mv^2}{2e}=28{,}4625$ kV;

$$c^2m_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)=eV_{relat}, \quad V_{relat}=\frac{m_0c^2}{e}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)=31{,}01 \text{ kV}.$$

Eroarea relativă este $\frac{V_{relat}-V_{nerelat}}{V_{relat}}=0{,}082=8{,}2\%$.

b) $\lambda_{nerel.}=\frac{h}{mv}=0{,}7273\cdot10^{-11}$m,

iar $\lambda_{relat}=h\frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_0v}=0{,}6857\cdot10^{-11}$m.

3.39. $\lambda=\frac{h}{mv}$

a) $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ și $\lambda=\frac{h\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_0v}=1{,}174\cdot10^{-12}$m.

b) Din $\frac{p^2}{2m}=eV$ rezultă $p=\sqrt{2meV}$ și

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2meV}}=1{,}7354\cdot10^{-11}\text{m}.$$

c) $\lambda=\frac{h}{\sqrt{2m_peV}}=4{,}052\cdot10^{-13}$m.

3.40. a) $\lambda_e=\frac{h}{m_ev}=\frac{h}{\frac{m_{0e}v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}=7{,}3\cdot10^{-10}$ m.

b) $v_H\sqrt{\overline{v^{-2}}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$; $\lambda_H=\frac{h}{\frac{m_H}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot v_H}=1{,}44\cdot10^{-10}$ m.

3.41.

$$\Delta\lambda=\lambda_p-\lambda_H=\frac{1}{\sqrt{2W_c}}\left(\frac{1}{\sqrt{m_p}}-\frac{1}{\sqrt{m_p+m_e}}\right)=7{,}8\cdot10^{-5}\text{Å}.$$

3.42. a) La o particulă relativistă raportul dintre masa de mişcare masa sa de repaus este

$$\frac{m}{m_0}=\frac{W_0+W_c}{W_0}=\frac{m_0c^2+eU}{m_0c^2}\quad(1).$$

Se ştie că $W_c+W_0=W=mc^2=\frac{W_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ (2), unde $\beta=\frac{v}{c}$.

Prin ridicarea la pătrat a relaţiei (2) se obţine

$$\beta^2=\frac{2W_0W_c+W_c^2}{(W_0+W_c)^2}\quad\text{de unde}\quad v=\frac{c}{W_0+W_c}\sqrt{W_c(2W_0+W_c)}\quad(3).$$

Utilizînd relaţiile (1) şi (3) în expresia lungimii de undă de Broglie e obţine:

$$\lambda=\frac{h}{mv}=\frac{hc}{\sqrt{eU(2m_0c^2+eU}}.$$

b) $\lambda=\frac{hc}{\sqrt{eU(2m_0c^2+eU)}}$

nde $eU=W_c$ şi $m_0c^2=0{,}51$ MeV. Rezultă $\lambda=8{,}8\cdot10^{-13}$ m.

3.43.

$$W=h\nu=\frac{hc}{\lambda}=7{,}9\cdot10^{-13}\text{J}.$$

$$m=\frac{h\nu}{c^2}=8{,}8\cdot10^{-32}\text{kg}$$

$$p=\frac{h}{\lambda}=2{,}6\cdot10^{-21}\text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

3.44. a) Din $\lambda=\frac{h}{mv}$ şi $\frac{mv^2}{2}=eU$ se obţine $\lambda=\frac{h}{\sqrt{2m_eU}}$.

Astfel încît $\lambda_1=12{,}25\cdot10^{-10}$m, $\lambda_2=1{,}225\cdot10^{-10}$m, $\lambda_3=0{,}338\cdot10^{-10}$.

b) $\lambda=6{,}63\cdot10^{-29}$ m.

3.45. $\lambda=\frac{h}{p}$,

unde p este impulsul electronului, care se determină din relaţia $W^2=W_0^2+(pc)^2$, unde W_0 este energia de repaus a electronului. Dar energia totală W este $W=W_0+W_c$, unde W_c este energia cinetică.

Rezultă $p=\frac{\sqrt{(2W_0+W_c)W_c}}{c}$

Lungimea de undă va fi $\lambda=\frac{hc}{\sqrt{(2W_0+W_c)W_c}}=0{,}0142$ Å.

Capitolul 4

FIZICA NUCLEULUI

ENUNȚURI

4.1. Să se calculeze energia de legătură a nucleului care are același număr de protoni și neutroni și a cărui rază este de 1,5 ori mai mică decît raza nucleului de ^{27}Al (Energia de legătură per nucleon $E_0=8$ MeV).

4.2. Protonii relativ lenți cu energia de cîteva sute de keV pot produce dezintegrarea litiului:

$$^7Li+^1H\rightarrow 2^4He.$$

Să se calculeze energia celor două particule rezultante ($m_{^7Li}=7{,}0182389$ u; $m_p=1{,}0081451$ u; $m_\alpha=4{,}0038761$ u).

4.3. Să se determine ce energie minimă trebuie să aibă o cuantă de radiație γ pentru a produce dezintegrarea nucleului ^9_4Be în două particule α; $u\cdot c^2=931$ MeV.

4.4. Izotopul $^{232}_{90}Th$ trece prin dezintegrare în izotopul plumbului $^{208}_{82}Pb$.

Să se calculeze cîte particule α și cîte β vor fi emise prin dezintegrarea fiecărui atom de thoriu.

4.5. În ce element trece izotopul $^{238}_{92}U$ după trei dezintegrări α și două dezintegrări β?

4.6. Radiul (^{226}Ra) emite o particulă α și se transformă în radon (^{222}Rn). Masele celor doi atomi, incluzînd toți electronii fiecăruia, sînt respectiv de 226,0254 și 222,0163 u.

Să se găsească energia cinetică maximă pe care o poate avea particula alfa emisă ($m_\alpha=4{,}0026$ u).

4.7. O mostră de cărbune găsită într-o peșteră despre care se crede că a fost locuită de oameni, conține 1/8 din cantitatea de carbon ^{14}C pe care ar conține-o o cantitate egală de carbon din materia vie.

Să se găsească vîrsta aproximativă a mostrei. Timpul de înjumătățire al izotopului ^{14}C este de 5570 ani.

4.8. Într-un minereu de uraniu raportul dintre numărul de nuclee de ^{238}U și numărul de nuclee de ^{206}Pb este $n=2{,}8$.

Să se evalueze vîrsta minereului admițînd că toate nucleele de ^{206}Pb reprezintă descendenți finali ai lanțului de transformări radioactive ale uraniului. Timpul de înjumătățire al uraniului este egal cu $4{,}5\cdot 10^9$ ani.

4.9. Activitatea specifică a unui preparat radioactiv format din cobalt radioactiv ^{58}Co și stabil ^{59}Co este egală cu $2{,}2\cdot 10^{12}$ dez/s·g. Timpul de înjumătățire al ^{58}Co este 71,3 zile.

Să se determine raportul dintre masa cobaltului radioactiv și masa totală a preparatului radioactiv.

4.10. Să se calculeze numărul de nuclee care se dezintegrează într-o zi din $25\cdot 10^6$ atomi de radiu. Timpul de înjumătățire al radiului este de 1620 ani.

4.11. La momentul inițial activitatea unui izotop radioactiv este de 650 dezintegrări/minut.

Să se calculeze activitatea sa după un timp egal cu jumătate din timpul său de înjumătățire.

4.12. Un preparat radioactiv de ^{238}U cu masa $m=1{,}0$ g emite $1{,}24\cdot 10^4$ particule α pe secundă.

Să se calculeze timpul de înjumătățire al izotopului.

4.13. Într-o experiență de dezintegrare β a radioizotopului ^{23}Mg contorul este pus în funcțiune la momentul $t=0$. În decursul unui interval de timp $t_1=2{,}0$ s el înregistrează N_1 particule β, iar în $t_2=3t_1$ de 2,66 ori mai multe particule.

Să se calculeze timpul de viață mediu al nucleelor considerate.

4.14. Activitatea unei substanțe radioactive scade de 2,5 ori în decurs de 7,0 zile. Să se calculeze timpul de înjumătățire al izotopului radioactiv.

4.15. Să se calculeze constanta de dezintegrare și timpul de viață mediu pentru izotopul radioactiv ^{55}Co știind că activitatea sa scade cu 4% pe oră.

Produsul de dezintegrare este radioactiv.

4.16. Izotopul $^{239}_{94}Pu$ este α-radioactiv. El se dezintegrează conform reacției

$$^{239}_{94}Pu\rightarrow{}^{235}_{92}U+{}^4_2He.$$

O parte din energia eliberată în această reacție este preluată de particula α sub formă de energie cinetică iar restul eliberată de nucleul de uraniu sub formă de radiații γ.

Să se calculeze viteza particulelor α dacă energia fotonilor γ este egală cu 0,09 MeV.

Se cunosc masele nucleelor: $m_{Pu}=239{,}05122$ u, $m_U=235{,}04299$ u, $m_{He}=4{,}00260$ u.

4.17. Un preparat radioactiv cu activitatea de $3{,}7\cdot10^9\ s^{-1}$ este pus într-un calorimetru cu capacitatea calorică 4,19 J/K.

Să se calculeze cu cît crește temperatura din calorimetru într-o oră dacă se știe că preparatul emite particule α cu energia de 5,3 MeV.

4.18. Natriul radioactiv $^{24}_{11}Na$ se dezintegrează emițînd particule β. Timpul de înjumătățire este 15,3 h. Să se determine numărul de atomi ce s-au dezintegrat din 10^{-3} g de substanță a) după 10 h; b) după 0,01 s.

4.19. Unui bolnav i s-a injectat 1 cm³ de soluție ce conținea izotopul sodiului $^{24}_{11}Na$ cu activitatea $A_0=2000$ dez/s. După $t=5$ ore activitatea unui cm³ de sînge era $A=0{,}27$ dez/s.

Să se calculeze volumul de sînge al omului. (Timpul de înjumătățire al $^{24}_{11}Na$ este $T=15{,}3$ ore.)

4.20. Pentru determinarea timpului de înjumătățire al unei substanțe radioactive s-a utilizat un numărător de impulsuri. În decursul unui minut au fost înregistrate 250 impulsuri și după o oră de la începutul primei măsurători au fost înregistrate 92 impulsuri într-un minut. Să se determine constanta radioactivă de dezintegrare și timpul de înjumătățire.

4.21. O sursă punctiformă de radiație γ realizată dintr-un preparat radioactiv din ^{60}Co se află în centrul unui conteiner sferic din plumb cu grosimea pereților $d=1$ cm și raza exterioară $R=20$ cm. Să se determine activitatea maximă a sursei din conteiner dacă fluxul la ieșirea din conteiner este de 800 cuante γ pe cm² și într-o secundă. La dezintegrarea unui nucleu de ^{60}Co se elimină două cuante γ cu energiile 1,17 MeV și 1,33 MeV.

4.22. O masă $m=1$ g de ^7_3Li a fost bombardată cu protoni rezultînd la fiecare reacție nucleară două particule α. Se cunosc $m_{Li}=7{,}01822$ u, $m_p=1{,}00759$ u, $m_\alpha=4{,}00387$ u energia unui proton $W_p=2{,}5$ MeV și $N_A=6{,}024\cdot10^{26}$ kmol^{-1}. Să se calculeze:

a) Numărul de reacții necesare pentru dezintegrarea completă a ^7_3Li; b) Energia totală eliberată; c) Viteza particulelor α.

4.23. Să se găsească care din nucleele ^{212}Po, ^{210}Bi, ^{208}Pb este stabil și care este instabil în ceea ce privește emisia particulei α. Se cunosc energiile totale de legătură pentru următoarele nuclee:

	E_{leg} (MeV)		E_{leg} (MeV)
$^{212}_{84}Po$	1657	$^{206}_{81}Tl$	1622
$^{210}_{83}Bi$	1646	$^{202}_{80}Hg$	1609
$^{208}_{82}Pb$	1637	^4_2He	28

4.24. În reacția termonucleară de fuziune a deuteriului ^2_1H cu tritiul ^3_1H se formează un neutron, o particulă necunoscută și se eliberează energia $E_0=17{,}6$ MeV. a) Să se precizeze care este particula necunoscută; b) Să se calculeze energia totală eliberată dacă se consumă 1 g de deuteriu ($N_A=6\cdot10^{26}$ kmol^{-1}).

4.25. Prin bombardarea nucleelor de $^{27}_{13}Al$ cu particule α se formează nucleul $^{30}_{15}P$. a) Să se scrie ecuația reacției; b) Să se calculeze energia eliberată ($m_{Al}=26{,}98153$ u; $m_P=29{,}97867$ u).

4.26. Reacția $^7Li(p,n)Be^7$ reprezintă o sursă de neutroni cu energia în intervalul 0,2—1,5 MeV și mai mare. Pentru obținerea neutronilor cu energii diferite se poate varia energia protonilor incidenți și unghiul de observație.

a) Să se calculeze energia eliberată în reacție ($m_{^7Li}=7{,}01823$ u; $m_{^7Be}=7{,}01916$ u; $m_p=1{,}00814$ u; $m_n=1{,}00899$ u).

b) Care este energia minimă a protonilor pentru care mai este posibilă reacția?

4.27. Sub acțiunea fotonilor γ cu energia 2,62 MeV deuteronii se dezintegrează în protoni și neutroni. Protonii sînt introduși într-un cîmp magnetic cu inducția $B=1$T unde descriu traiectorii cu raza de 6 cm. Un proton emis în această dezintegrare ciocnește un nucleu de ^7_3Li aflat în repaus pe care îl dezintegrează în două particule cu energii cinetice egale. Se cunosc $m_p=m_n=1{,}0076$ u., $m_{Li}=7{,}0182$ u., $m_\alpha=4{,}0038$ u. Se cer: a) Să se scrie ecuațiile reacțiilor nucleare ce se produc; b) Energia de legătură a deuteronului; c) Energia cinetică a particulei α emise.

4.28. Să se determine cantitățile de deuteriu și tritiu necesare pentru ca în urma reacției termonucleare

$$^2_1H+^3_1H=^4_2He+^1_0n$$

să se obțină aceeași căldură de reacție Q cu cea obținută prin dezintegrarea a 10 kg de nuclee de ^{235}U. Se știe că în urma dezintegrării unui nucleu de ^{235}U se eliberează energia $q_2=200$ MeV.

4.29. Un nucleu atomic liber, aflat în repaus, cu masa M trece dintr-o stare excitată în starea fundamentală emiţînd o cuantă γ.

Să se calculeze energia cuantei γ şi energia de recul a nucleului dacă acesta este ^{191}Ir, iar energia de excitare este $E_{12}=129$ keV.

4.30. Radonul este un gaz α-radioactiv cu masa atomică $A=222$. Să se calculeze ce parte din energia totală, eliberată prin dezintegrarea radonului, este preluată de particula α.

4.31. Prin bombardarea nucleului de ^{6}Li cu neutroni are loc reacţia nucleară $^6\mathrm{Li}+{}^1\mathrm{n}\rightarrow{}^3\mathrm{T}+{}^4\mathrm{He}$ şi se eliberează energia $\Delta E=4{,}8$ MeV.

Să se arate cum se repartizează această energie între produsele de reacţie (nucleul de tritiu şi particula α), ţinînd cont că energiile cinetice ale celor două produse sînt mult mai mici decît energiile lor de repaus.

4.32. Din ciocnirea deuteronului cu nucleul de litiu rezultă ecuaţia $^6\mathrm{Li}+{}^2\mathrm{D}\rightarrow{}^7\mathrm{Be}+{}^1\mathrm{n}$, care are loc cu elibererea energiei $\Delta E=3{,}37$ MeV.

Să se găsească distribuţia energiei eliberate între cele două produse de reacţie dacă se consideră neglijabile energiile cinetice ale particulelor iniţiale.

4.33. Reacţia nucleară $^{14}\mathrm{N}+{}^4\mathrm{He}\rightarrow{}^{17}\mathrm{O}+{}^1\mathrm{p}$ poate avea loc dacă particulele α care lovesc nucleele de azot au o energie care depăşeşte valoarea de prag $E_{\mathrm{prag}}=1{,}45$ MeV. Cu cît trebuie să fie mai mare energia particulelor α decît valoarea de prag pentru ca energia cinetică a protonilor rezultaţi din reacţie să fie nulă?

4.34. Reacţia de fuziune a deuteriului şi tritiului, $^2\mathrm{D}+{}^3\mathrm{T}\rightarrow{}^1\mathrm{n}+{}^4\mathrm{He}$ se obţine trimiţînd ioni de deuteriu, accelerati pînă la energia $E_{\mathrm{D}}=2$ MeV, pe ţintele de tritiu. Detectorul înregistrează neutroni după direcţia perpendiculară pe fasciculul de deuteroni.

Să se calculeze energia neutronilor înregistraţi dacă în reacţie se eliberează energia $\Delta E=17{,}6$ MeV.

4.35. Ca rezultat al interacţiei dintre nucleele de deuteriu şi tritiu se formează nucleul de heliu şi un neutron: $^2\mathrm{D}+{}^3\mathrm{T}\rightarrow{}^4\mathrm{He}+{}^1\mathrm{n}$. Reacţia este însoţită de o energie apreciabilă.

Să se calculeze partea din energie preluată de neutron. Energiile cinetice ale nucleelor de deuteriu şi tritiu sînt neglijabile în raport cu energia eliberată.

4.36. Să se găsească la ce temperatură protonii se apropie unii de alţii la o distanţă $r_0=5\cdot10^{-15}$ m. (constanta lui Boltzmann, $k=1{,}38\cdot10^{-23}$ J/K).

4.37. Asupra unui nucleu uşor cu masa m_2 este trimisă o particulă cu masa m_1 accelerată pînă la energia E_0. Are loc o ciocnire centrală elastică în urma căreia particula se deplasează în sens opus cu energia E_1, iar nucleul primeşte energia cinetică E_2. Neglijînd energia de interacţie dintre sarcini să se determine energiile E_1 şi E_2.

4.38. În reacţia $^{14}_{7}\mathrm{N}$ (α, p) energia cinetică a particulei α este $E_1=7{,}7$ MeV. Să se determine unghiul făcut de direcţiile de mişcare ale particulei α şi protonului din reacţie, dacă energia cinetică a protonului este $E_2=8{,}5$ MeV.

4.39. Izotopul plutoniului $^{239}_{\ 52}\mathrm{Pu}$, α-radioactiv, se dezintegrează după schema:

$$^{239}_{94}\mathrm{Pu}\rightarrow{}^{235}_{92}\mathrm{U}^*+{}^4_2\mathrm{He}$$

unde $^{235}_{92}\mathrm{U}^*$ emite la rîndul său o cuantă γ cu energia $E_\gamma=0{,}09$ MeV după schema:

$$^{235}_{92}\mathrm{U}^*\rightarrow{}^{235}_{92}\mathrm{U}+h\nu.$$

Să se determine viteza particulei α obţinută prin dezintegrarea nucleului de plutoniu.

REZOLVĂRI

Fizica nucleului

4.1. Ţinînd cont că densitatea substanţei nucleare este aceeaşi în toate nucleele constatăm că nucleul care ne interesează este cel de ${}^{8}_{4}$Be. În cazul aluminiului (^{27}Al),

$$R_1 = R_0 A_1^{1/3} = R_0 \sqrt[3]{27} = 3R_0 \quad (1) \text{ şi } R_2 = \frac{R_1}{1{,}5} = 2R_0 = \sqrt[3]{A_2}\, R_0 = \frac{R_1}{1{,}5}, \quad (2)$$

de unde $A_2 = 8$.

Dacă $Z_2 = A_2 - Z_2$, rezultă că $Z_2 = 4$

Energia de legătură va fi $E_{leg} = A_2 E_0 = 8 \cdot 8$ MeV $= 64$ MeV,

4.2.

$$E_\alpha = \frac{1}{2}(m_{Li^7} + m_p - 2m_\alpha) \cdot c^2 = 17{,}34 \text{ MeV}.$$

4.3. Reacţia de dezintegrare a ${}^{9}_{4}$Be în două particule α este:

$${}^{9}_{4}\text{Be} + \gamma \rightarrow 2\,{}^{4}_{2}\text{He} + {}^{1}_{0}\text{n}.$$

Energia cuantei γ, trebuie să fie cel puţin egală cu energia de reacţie Q ($E\gamma \geqslant Q$). Deci energia minimă a cuantei γ pentru a produce reacţia este: $E\gamma = Q$ unde $Q = 931[(2m_{He} + m_n) - m_{Be}] = 1{,}56$ MeV.

4.4. Într-o dezintegrare α, $\Delta Z = 2$ şi $\Delta A = 4$, iar într-o dezintegrare β, $\Delta Z = -1$ şi $\Delta A = 0$.

Atunci,

$$\Delta Z = 8 = n_\alpha \Delta Z_1 + n_\beta \Delta Z_2, \quad \Delta A = 24 = n_\alpha \Delta A_1.$$

Rezultă $n_\alpha = 6$ numărul particulelor α şi $n_\beta = 4$ numărul particulelor β.

4.5. $\Delta Z = n_\alpha \cdot 2 - n_\beta = 4$; $\Delta A = n_\alpha \cdot 4 = 12$

Noul element va avea $Z = 88$ şi $A = 226$.

Este vorba despre radiu.

4.6.

$${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^{4}_{2}\alpha; \quad E_{c_\alpha} = \Delta m \cdot c^2$$

unde $\Delta m = m_{Ra} - (m_{Rn} + m_\alpha) = M_{Ra} - Z_{Ra} m_e - (M_{Rn} - Z_{Rn} m_e + m_\alpha) =$

$$= 0{,}00605 \text{ u}$$

şi $E_{c_\alpha} = 0{,}00605 \text{ u} \cdot 931 = 5{,}544$ MeV.

4.7. $\frac{N}{N_0} = \frac{1}{8} = e^{-\lambda t}$, de unde $t = \frac{\ln 8}{\lambda} = 3T = 16\,710$ ani.

4.8.

$$\frac{N_U}{N_{Pb}} = \frac{N}{N_0 - N} = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{N_0 - N_0 e^{-\lambda t}} = n,$$

de unde $t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{n+1}{n} = \frac{T}{\ln 2} \cdot \ln \frac{n+1}{n} = 2{,}0 \cdot 10^9$ani,

4.9. $\Lambda = \lambda N = \lambda \frac{m}{A}$ şi $\frac{m}{M} = \frac{\Lambda A}{M\lambda} = 0{,}19\%$.

4.10.

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{\frac{-\ln 2 \cdot t}{T}}\right) = 30$$

4.11.

$$\Lambda = \Lambda_0 \exp\left[-\frac{\ln 2}{T} \cdot \frac{T}{2}\right] = 7{,}66 \text{ dezintegrări/s}.$$

4.12. $\Lambda = \lambda N = \lambda \frac{m}{A} N_A$ de unde $\lambda = \frac{A\Lambda}{mN_A}$

şi $T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{mN_A \ln 2}{A\Lambda} = 4{,}5 \cdot 10^9$ ani $= 1{,}4 \cdot 10^{19}$s.

4.13. Scriind legea dezintegrării radioactive în cele două cazuri se obţine

$$N_1 = N_0(1 - e^{-\lambda t_1}) \quad (1); \quad N_2 = N_0(1 - e^{-3\lambda t_1}) \quad (2)$$

Împărţind ecuaţia (2) la (1), ţinînd cont că $N_2 = 2{,}66\ N_1$ şi notînd cu $x = e^{\lambda t_1}$ rezultă ecuaţia

$$(x-1)(1{,}66x^2 - x - 1) = 0,$$

care are rădăcinile $x_1 = 1$, $x_2 = 1{,}133$, $x_3 = -0{,}53$.
Singura rădăcină convenabilă este $x_2 = 1{,}133$.

Atunci, $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_1}{\ln x_2} = \frac{2}{0{,}125} = 16$s.

4.14. Din legea de variație în timp a activității

$$\Lambda=\Lambda_0 e^{-\lambda t}$$

rezultă $T=\frac{t\ln 2}{\ln\frac{\Lambda_0}{\Lambda}}=4{,}575\cdot 10^5 s=5{,}29$ zile.

4.15. Din legea de variație a activității

$$\Lambda=\Lambda_0 e^{-\lambda t} \text{ și știind că } \Lambda_0-\Lambda=\eta\Lambda_0,$$

unde $\eta=0{,}04$ rezultă $\lambda=-\frac{\ln(1-\eta)}{t}=1{,}13\cdot 10^{-5}s^{-1}$

și $\tau=\frac{1}{\lambda}=8{,}84\cdot 10^4 s=1{,}02$ zile.

4.16. Energia eliberată în reacție este

$$\Delta W=c^2\Delta m=c^2(m_{Pu}-m_U-m_{He}) \quad (1),$$

Această energie este egală cu: $\Delta W=W_\gamma+\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}$ (2),

de unde $v_\alpha=\sqrt{\frac{2}{m_\alpha}[c^2(m_{Pu}-m_U-m_{He})-W_\gamma]}=1{,}58\cdot 10^7$ m/s.

4.17.

$$NE_\alpha=C\Delta T, \text{ unde } N=\Lambda t.$$

Deci, $\Delta T=\frac{\Lambda t E_\alpha}{C}=2{,}7$ K.

4.18. a) Ținînd seama de legea dezintegrării radioactive, se poate determina numărul de atomi dezintegrați după timpul t.

$$\Delta N=N_0(1-e^{-\lambda t})=N_0(1-e^{-\frac{t\ln 2}{T_{1/2}}}).$$

Într-un atom-kilogram de $^{24}_{11}Na$ se află $6{,}02\cdot 10^{26}$ atomi, deci într-un miligram vor fi:

$$N_0=\frac{6{,}02\cdot 10^{26}}{24\cdot 10^6}=2{,}5\cdot 10^{19} \text{ atomi.}$$

Rezultă $\Delta N=9{,}3\cdot 10^{18}$ atomi.

b) Deoarece $\frac{t}{T_{1/2}}=1{,}88\cdot 10^{-7}$ se poate scrie $e^{-x}\simeq 1-x$ și

$\Delta N\cong N_0\lambda t=N_0\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t=3{,}25\cdot 10^{12}$ atomi.

4.19. $\Lambda V=\Lambda_0 e^{-\frac{t\ln 2}{T}}$, de unde $V=6\,000$ cm^3.

4.20. Numărul de impulsuri înregistrate de numărător Δn_1 în timpul Δt este proporțional cu numărul de atomi dezintegrați, deci:

$$\Delta n_1=k\Delta N_1=kN_1(1-e^{-\lambda\Delta t})$$

unde N_1 este numărul atomilor radioactivi în momentul cînd începe înregistrarea; Δt este timpul de înregistrare, iar k un coeficient de proporționalitate.

Pentru cea de-a doua înregistrare se scrie:

$$\Delta n_2=k\Delta N_2=kN_2(1-e^{-\lambda\Delta t}) \quad (2)$$

unde N_2 reprezintă numărul de atomi radioactivi în momentul începerii celei de-a doua măsurători.

Legătura dintre N_1 și N_2 este dată de legea dezintegrării radioactive:

$$N_2=N_1e^{-\lambda t}$$

unde t este timpul scurs de la începutul primei înregistrări pînă la începutul celei de-a doua.

Împărțind (1) la (2) și logaritmînd se obține:

$$\lambda=\frac{1}{t}\ln\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}=1 \text{ h}^{-1}.$$

Timpul de înjumătățire va fi $T=\frac{\ln 2}{\lambda}=41{,}5$ minute.

4.21. Fluxul de cuante γ scade cu pătratul distanței la sursă în interiorul conteinerului și este atenuat exponențial în peretele de plumb.

Astfel, $\Phi_1=\frac{\Lambda}{4\pi R^2}$, unde Φ_1 este fluxul de radiație la distanța R de sursă și Λ este activitatea sursei. În exteriorul peretelui fluxul va fi

$$\Phi_2=\Phi_1e^{-\mu d}=\frac{\Lambda}{4\pi R^2}e^{-\mu d}.$$

Rezultă: $\Lambda=4\pi R^2\Phi_2 e^{\mu d}$.

Nucleul radioactiv de ^{60}Co emite un electron și se transformă într-un nucleu excitat de ^{60}Ni, care trece în starea fundamentală prin emisia a două cuante γ cu energia medie

$$E_\gamma=1{,}25 \text{ MeV}.$$

Întrucît la fiecare dezintegrare se obțin două cuante γ, activitatea va fi $\Lambda=2\pi R^2\Phi_2e^{\mu d}=3{,}7\cdot 10^6$ cuante γ/s.

4.22. a) $N=\frac{mN_A}{A_{Li}}=8{,}6\cdot 10^{22}$.

b) Reacția nucleară se scrie: ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}+{}^{1}_{1}\mathrm{p}\rightarrow 2{}^{2}_{4}\alpha$.
Energia eliberată într-o reacție este

$$W_1=\Delta mc^2+W_p=(m_{Li}+m_p-2m_\alpha)c^2+W_p=31\cdot 10^{-13}J,$$

iar energia totală eliberată este: $W=NW_1=266{,}6\cdot 10^9 J$.

c) $W_1=2\,\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}$, de unde $v=2{,}15\cdot 10^7$ m/s.

4.23. Se scriu reacțiile de dezintegrare pentru cele trei nuclee:

$${}^{212}_{84}\mathrm{Po}\rightarrow {}^{4}_{2}\alpha+{}^{208}_{82}\mathrm{Pb}$$

$${}^{210}_{83}\mathrm{Bi}\rightarrow {}^{4}_{2}\alpha+{}^{206}_{81}\mathrm{T1}$$

$${}^{208}_{82}\mathrm{Pb}\rightarrow {}^{4}_{2}\alpha+{}^{204}_{80}\mathrm{Hg}.$$

Energia disponibilă a nucleului este egală cu $E_{disp}=E_{leg}$ a nucleului rezultat $+E_{leg}$ a particulei α $-E_{leg}$ a nucleului părinte.
Făcînd calculul rezultă:

Nucleul	E_{disp} (MeV)
^{212}Po	8
^{210}Bi	4
^{208}Pb	0

Rezultă că singurul stabil este ^{208}Pb. Energia disponibilă mică (4 MeV) a ^{210}Bi arată că acesta are un timp de înjumătățire foarte mare.

4.24. a) ${}^{2}_{1}\mathrm{H}+{}^{3}_{1}\mathrm{H}={}^{4}_{2}\mathrm{He}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}$
deci particula necunoscută este un nucleu de heliu.

b) $E=NE_0$,
unde N este numărul reacțiilor egal cu numărul de nuclee de deuteriu din masă $m=1$ g, adică

$$N=\frac{m}{\mu}\,N_A \text{ și } E=\frac{m}{\mu}\,N_A E_0=8{,}5\cdot 10^{11}\ \mathrm{J},$$

unde $\mu=2$ kg/kmol.

4.25.

a) ${}^{27}_{13}\mathrm{Al}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}\rightarrow {}^{30}_{15}\mathrm{P}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}$

b) $Q=(mA_{Al}+m_\alpha-m_P-m_n)c^2=3$ MeV.

Reacția are loc dacă particulele α posedă o energie mai mare de 3 MeV.

4.26. a) Neglijînd energia de legătură a electronilor,

$$Q=(m_{Be^7}+m_n-m_{Li^7}-m_p)c^2=1{,}62\ \mathrm{MeV}.$$

b) Din conservarea energiei, în sistemul centrului de masă,

$$Q=\frac{m_{Li}v_1^2}{2}+\frac{m_p v_p^2}{2}\quad (1),$$

iar din conservarea impulsului, în același sistem

$$m_{Li}v_1-m_p v_p=0\ (2)\ \text{unde}\ m_{Li}=7\ m_p,\ (3).$$

În sistemul laboratorului viteza protonului va fi

$$v_p'=v_1+v_p=8v_1\ (4).$$

Din (1) — (3), rezultă

$$v_1=\sqrt{\frac{Q}{28\,m_p}}\ (5).$$

Atunci, în sistemul laboratorului $E_p=\frac{m_p v_p'^2}{2}=\frac{8}{7}\,Q=1{,}85$ MeV.

4.27.

a) ${}^{2}_{1}\mathrm{D}+\gamma\text{-}\ {}^{1}_{1}\mathrm{p}+{}^{1}_{0}n$; ${}^{3}_{7}\mathrm{Li}+{}^{1}_{1}\mathrm{p}\rightarrow 2{}^{4}_{2}\alpha$.

b) $\Delta E=E_\gamma-E_p-E_n=E_\gamma-2E_p=E_\gamma-2\,\frac{m_p v_p^2}{2}=E_\gamma-\frac{B^2e^2r^2}{m_p}\cong$
$\cong 2{,}27$ MeV.

c) $E_p+(m_{Li}+m_p-2m_\alpha)c^2=2E_\alpha$

de unde $E_\alpha=\frac{1}{2}\left[\frac{B^2e^2r^2}{2m_p}+(m_{Li}+m_p 2m_\alpha)c^2\right]\cong 8{,}56$ MeV.

4.28. Notînd cu M_D și M_T masele de deuteriu și tritiu ce participă la reacția termonucleară se poate scrie

$$M_D=m_D n_1 \text{ și } M_T=m_T n_1$$

unde m_D și m_T reprezintă masele atomice ale izotopilor de deuteriu și tritiu iar n_1 este numărul de nuclee din fiecare specie de izotopi.

Numărul de atomi de deuteriu și de tritiu se obține ținînd cont de căldura q_1 rezultată în urma unui act de reacție:

$$n_1=\frac{Q}{q_1}$$

Masele M_D și M_T se mai scriu:

$$M_D=\frac{A_D}{N_A}\cdot\frac{Q}{q_1} \text{ și } M_T=\frac{A_T}{N_A}\cdot\frac{Q}{q_1},$$

unde A_D și A_T reprezintă numerele atomice de masă pentru cei doi izotopi iar N_A este numărul lui Avogadro.

Aceeași căldură se obține prin dezintegrarea masei $m=10$ kg de ^{235}U, deci: $Q=n_2q_2$ unde $n_2=\frac{m}{A_U}\cdot N_A$ este numărul de nuclee de uraniu ce se dezintegrează.

Rezultă că: $M_D=\frac{A_D}{A_U}\cdot\frac{q_2}{q_1}\,m$ și $M_T=\frac{A_T}{A_U}\frac{q_2}{q_1}\,m$.

În urma unui act elementar de reacție termonucleară se obține căldura q_1 dată de relația:

$$q_1=931[(m_{He}+m_n)-(m_T+m_D)]=931[(4{,}00387+1{,}00898)-$$
$$-(3{,}017+2{,}01474)]\text{MeV}=17{,}6\text{ MeV}.$$

Deoarece $A_D=2$ kg/kmol, $A_T=3$ kg/kmol și $A_U=235$ kg/kmol rezultă: $M_D=0{,}966$ kg și $M_T=1{,}45$ kg.

4.29. La emisia cuantei γ trebuie să fie respectate legile de conservare ale energiei și impulsului:

$$E_{12}=h\nu+R\ (1),\quad \frac{h\nu}{c}=p_R=\frac{1}{c}\sqrt{R(2Mc^2+R)}\ (2)$$

unde R este energia de recul a nucleului și p_R impulsul acestuia.

Din (1) și (2) rezultă $R=\frac{E_{12}^2}{2(Mc^2+E_{12})}=0{,}046$ eV

și $$h\nu=E_{12}-\frac{E_{12}^2}{2(Mc^2+E_{12})}\cong E_{12}=129\text{ keV}.$$

4.30. Reacția nucleară corespunzătoare dezintegrării radonului este

$$^{222}\text{Rn}\rightarrow 4\alpha+{}^{218}\text{Po}.$$

Energia eliberată prin dezintegrare ΔE este preluată de particula α și nucleul de Po sub formă de energie cinetică:

$$\Delta E=\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}+\frac{m_n v_n^2}{2}=E_\alpha+E_n\ (1)$$

unde s-a notat cu indicele n mărimile caracteristice nucleului de poloniu.

Din legea conservării impulsului,

$$m_\alpha\vec{v}_\alpha+m_n\vec{v}_n=0\ (2).$$

Eliminînd v_n între ecuația (1) și (2) raportul dintre energia cinetică a particulei α și ΔE este:

$$\frac{E_\alpha}{\Delta E}=\frac{E_\alpha}{E_n+E_\alpha}=\frac{E_\alpha}{\left(\frac{m_\alpha}{m_n}+1\right)E_\alpha}=\frac{m_n}{m_\alpha+m_n}=\frac{218}{222}=0{,}98.$$

Astfel, particula α preia 98% din energia eliberată în reacție.

4.31. Se poate considera cazul nerelativist. Legile de conservare ale energiei și impulsului se scriu:

$$\frac{m_T v_T^2}{2}+\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}=\Delta E;\ m_T\vec{v}_T+m_T\vec{v}_\alpha=0,$$

de unde

$$E_T=\frac{M_T v_T^2}{2}=\frac{m_\alpha}{m_T+m_\alpha}\cdot\Delta E=\frac{4}{7}\ \Delta E=2{,}74\text{ MeV}$$

și $E_\alpha=\Delta E-E_T=\frac{m_T}{m_T+m_\alpha}\ \Delta E=\frac{3}{7}\ \Delta E=2{,}06$ MeV.

Se observă că $\frac{E_T}{E_\alpha}=\frac{A_\alpha}{A_T}=\frac{4}{3}$.

4.32. Din legile de conservare a energiei:

$$\Delta E=E_{Be}+E_n=\frac{m_{Be}v_{Be}^2}{2}+\frac{m_n v_n^2}{2}\ (1)$$

și impulsului $\quad 0=m_{Be}\vec{v}_{Be}-m_n\vec{v}_n\ (2)$

rezultă $E_n=\frac{m_{Be}}{m_{Be}+m_n}\ \Delta E=2{,}95$ MeV

și $E_{Be}=\frac{m_n}{m_{Be}+m_n}\ \Delta E=0{,}42$ MeV.

4.33. Această reacție are loc cu absorbție de energie, adică suma maselor produselor de reacție trebuie să fie mai mare decît suma maselor nucleelor inițiale. Astfel, energia de prag trebuie să fie egală cu suma dintre energia absorbită ΔE și energia cinetică a centrului de masă al sistemului: $E_{prag}=\Delta E+\frac{Mv^2}{2}$,

unde $M=m_N+m_\alpha$ și din teorema conservării impulsului,

$$Mv = m_\alpha v_\alpha \text{ rezultă } v = \frac{m_\alpha v_\alpha}{M}.$$

Deci, $\Delta E = E_{prag} - \frac{Mv^2}{2} = \frac{M - m_\alpha}{M} E_{prag} = \frac{7}{9} E_{prag}$.

Dar, $E_\alpha = \Delta E + \frac{m_O v_O^2}{2}$,

unde v_O este viteza nucleului de oxigen. Scriind și conservarea impulsului, $m_\alpha v_\alpha = m_O v_O$,

rezultă $E_\alpha = \frac{m_O}{m_O - m_\alpha} \Delta E = \frac{17}{13} \Delta E = \frac{119}{117} E_{prag}$.

Energia particulei α trebuie să fie mai mare decît energia de prag cu

$$E_\alpha - E_{prag} = \frac{2}{117} E_{prag} = 24{,}78 \text{ keV}.$$

4.34. Legile de conservare ale energiei și impulsului se scriu:

$$\frac{p_n^2}{2m_n} + \frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha} = E_D + \Delta E \quad (1)$$

și $\vec{p}_D = \vec{p}_n + \vec{p}_\alpha$ (2).

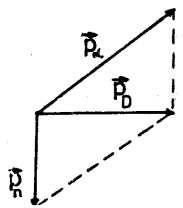


Fig. 4.34. R

Din figura 4.34. R, relația (2) se poate scrie sub forma $p_\alpha^2 = p_D^2 + p_n^2$, deoarece $\vec{p}_n \perp \vec{p}_D$.

Atunci, $E_n = \frac{p_n^2}{2m_n} = \frac{m}{m_n + m_\alpha} \left(\Delta E + \frac{m_\alpha - m_D}{m} E_D \right) = 14{,}9$ Mev.

4.35. Dacă ΔE este energia eliberată, teorema conservării energiei se scrie:

$$\Delta E = E_\alpha + E_n = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} + \frac{m_n v_n^2}{2} \quad (1)$$

iar teorema conservării impulsului se scrie:

$$0 = m_\alpha \vec{v}_\alpha - m_n \vec{v}_n \quad (2).$$

Eliminînd v_α între (1) și (2) rezultă

$$\frac{E_n}{\Delta E} = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_n} = 0{,}8.$$

4.36. Pentru un proton aflat la temperatura T energia cinetică este dată de $E_c = 3kT/2$, unde k este constanta lui Boltzmann.

Din conservarea energiei pentru un sistem de doi protoni:

$$2 \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0} \quad (2),$$

rezultă $T = \frac{e^2}{12\pi\varepsilon_0 r_0 k} = 1{,}1 \cdot 10^9$ K.

4.37. Legile conservării energiei și impulsului se scriu:

$$E_0 = E_1 + E_2 \text{ sau } m_1 v_0^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 \quad (1)$$

și $m_1 \vec{v}_0 = -m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$ (2)

Ecuațiile (1) și (2) se mai scriu:

$$m_1(v_0^2 - u_1^2) = m_2 u_2^2 \quad (3) \quad m_1(v_0 + u_1) = m_2 u_2 \quad (4).$$

Notînd $\frac{m_1}{m_2} = k$, din (3) și (4) rezultă

$$v_0 = \frac{u_2}{2}\left(\frac{1+k}{k}\right) \text{ și } u_1 = \frac{u_2}{2}\left(\frac{1-k}{k}\right)$$

și apoi $E_0 = \frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{E_2}{4} \frac{(1+k)^2}{k}$,

$$E_2 = \frac{4m_1 m_2 E_0}{(m_1+m_2)^2} \quad E_1 = E_0 - E_2 = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right)^2 E_0$$

4.38. În figura 4.38. R, m_1 reprezintă masa particulei α, m_2 — masa protonului, m_3 este masa nucleului de recul rezultat, iar M este masa nucleului de azot.

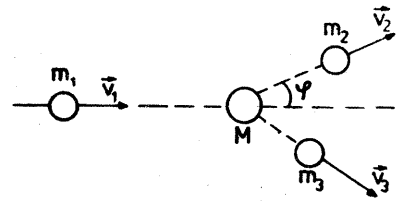


Fig. 4.38. R

Legea conservării energiei se scrie:

$$E_1 + Q = E_2 + E_3 \quad (1)$$

unde E_1, E_2 și E_3 reprezintă energiile cinetice ale particulelor cu masele m_1, m_2 și m_3, iar Q este energia reacției nucleare.

Legea conservării impulsului este:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \text{ sau } p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos\varphi \quad (2).$$

Deoarece $p^2 = 2mE$ din relația (2) se obține:

$$E_3 = \frac{m_1}{m_3} E_1 + \frac{m_2}{m_3} E_2 - \frac{2\cos\varphi}{m_3} \sqrt{m_1 m_2 E_1 E_2}.$$

Dacă în această expresie se înlocuieşte valoarea lui E_2 din (1) rezultă

$$\cos\varphi=\frac{m_2+m_3}{2}\sqrt{\frac{E_2}{m_1m_2E_1}}-\frac{m_3-m_1}{2}\sqrt{\frac{E_1}{m_1m_2E_2}}-\frac{m_3Q}{2\sqrt{m_1m_2E_1E_2}}=0{,}59.$$

Rezultă $\varphi\cong 54°$.

4.39. Energia ce se degajă prin dezintegrare este:

$$E=[931{,}5(m_{Pu}-m_U-m_\alpha)-E_\gamma]\text{MeV}.$$

Această energie se transformă în energie cinetică a produselor dezintegrării: nucleul de ^{235}U şi particula α. Deci: $E=E_U+E_\alpha$

Legea conservării impulsului se scrie scalar astfel:

$$m_Uv_U=m_\alpha v_\alpha.$$

Raportul energiilor cinetice ale nucleului de uraniu şi particulei α este

$$\frac{E_U}{E_\alpha}=\frac{m_Uv_U^2}{m_\alpha v_\alpha^2}=\frac{m_\alpha}{m_U}.$$

Deoarece $m_\alpha\ll m_U$ rezultă că $E_\alpha\gg E_U$. În aceste condiţii se poate considera că practic nucleul de uraniu rămîne nemişcat, toată energia fiind transferată particulei α.

Deci $E_\alpha=\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}\cong E$ şi $v=\sqrt{\frac{2E}{m}}=1{,}58\cdot10^7$ m/s.

Bibliografie

1. B. BUKHOVTSEV, V. KRIVCHENKOV, G. MYAKISHEV, V. SHALNOV, *Problems in Elementary Physics*, Mir Publishers, Moscow, 1971.
2. T. CREŢU, D. ANGELESCU, I. VIEROŞEANU, *Probleme de fizică pentru admiterea în învăţământul superior*, Edit. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1980.
3. Colectivul Catedrei de Fizică, I.P.B., *Probleme de fizică pentru admiterea în Institutul Politehnic* (Litografia IPB, 1971).
4. R. FEYNMAN, *Fizica modernă*, vol. III, Edit. tehnică, Bucureşti, 1970.
5. M. GALL, A. HRISTEV, *Probleme date la olimpiadele de fizică*, Edit. didactică şi pedagogică, 1978.
6. O. GHERMAN, E. MAGYARI, L. MEDER, I. SALIU, L. TĂTAR, F. ULIU, *Probleme de fizică pentru liceu*, Edit. Scrisul Românesc, Craiova, 1975.
7. C. GHINSBURG, L. LEVIN, M. RABINOVICI, D. SIVUHIN, E. CETERIKOVA, *Culegere de probleme pentru cursul de fizică generală*, Edit. tehnică (traducere din limba rusă) 1951.
8. G. IONESCU, V. FOCHEANU, C. CĂLIN, *Probleme de fizică date la concursurile de admitere în învăţământul superior pentru ingineri şi subingineri*, Edit. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1978.
9. I. IRODOV, I. SAVELIEV, O. ZAMCHA, *Recueil de problèmes de physique générale*, Edit. Mir, Moscow, 1976.
10. Colecţia „Kvant" anii 1982—1986 Izdatelstvo „Nauka" Moscova.
11. S. STRELKOV, I. ELŢIN, I. IAKOVLEV, *Culegere de probleme pentru cursul de fizică generală*, Edit. Tehnică, Bucureşti (traducere din limba rusă), 1952.
12. V. ZUBOV, V. SHALNOV, *Problems in Physics*, Mir, Publishers, Moscow, 1974.
13. I. M. POPESCU, G. IONESCU, D. IORDACHE, V. FOCHEANU, M. STAN, *Probleme de optică, fizică atomică şi nucleară*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1974.
14. Gh. VLĂDUCĂ, N. GHERBANOVSKI, M. MELNIC, D. CIOBOTARU, I. MUNTEANU, A. RUSU, I. VÎŢĂ, *Probleme de fizică pentru clasele XI—XII*, Edit. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1983.
15. M. PREDA, P. CRISTEA, *Probleme de electricitate*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1973.